

# 一种扩大夏克-哈特曼波前传感器动态范围的迭代外推法

韩妍娜<sup>1</sup>, 胡新奇<sup>1,2\*</sup>, 董冰<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>北京理工大学光电学院, 北京 100081;

<sup>2</sup>信息光子技术工业和信息化部重点实验室, 北京 100081

**摘要** 夏克-哈特曼波前传感器(SHWS)通常要求每个子透镜的对应光斑必须在其相应的子孔径范围内, 以方便确认光斑与子孔径间的对应关系。提出了一种基于软件的识别方法即迭代外推法, 可以在光斑跑出其对应子孔径范围时, 仍能确认每一个光斑对应的子孔径, 使 SHWS 具有更大的动态范围。该方法首先找到一个可排序的  $3 \times 3$  光斑阵列, 并建立关于光斑质心坐标与其行列序号间关系的多项式函数, 以预估和搜索相邻光斑; 然后利用已搜索光斑区边缘处的  $3 \times 3$  光斑阵列, 继续向外搜索, 直到找到所有光斑, 完成所有光斑的行列排序; 最后通过调整光斑行列序号的整体偏移, 确认光斑与子孔径间的对应关系。仿真研究了该迭代外推法的性能, 并通过实验进一步验证了该方法的实用性。

**关键词** 成像系统; 自适应光学; 夏克-哈特曼波前传感器; 动态范围; 迭代外推法

中图分类号 O439

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202040.1611004

## Iterative Extrapolation Method to Expand Dynamic Range of Shack-Hartmann Wavefront Sensors

Han Yanna<sup>1</sup>, Hu Xinqi<sup>1,2\*</sup>, Dong Bing<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> School of Optics and Photonics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China;

<sup>2</sup> Key Laboratory of Photonic Information Technology, Ministry of Industry and Information Technology, Beijing 100081, China

**Abstract** The Shack-Hartmann wavefront sensor (SHWS) generally requires that the focal spot of each microlens must remain in its corresponding sub-aperture area so that it is easy to decide the mapping relationship of spots and subapertures. We present a software-based recognition method, i.e., an iterative extrapolation method, which can still find the corresponding spot of each subaperture when the spots get out of their subaperture areas, so that the SHWS obtains a much larger dynamic range. First, this method finds a  $3 \times 3$  sortable spot-array and establishes a polynomial function for the relationship between the centroid coordinate of the spot and its row and column numbers to predict and find the adjacent spots. Then it uses a new  $3 \times 3$  spot-array on the edge of the already-found spots to continue searching outwards until all the spots are found. Finally, it decides the corresponding spot of each subaperture by adjusting all the row and column numbers by an offset. The performance of this iterative extrapolation method to expand the dynamic range of the SHWS under various types of wavefront aberrations is studied by simulation, and the experiments are carried out to further verify the practicability of this method.

**Key words** imaging systems; adaptive optics; Shack-Hartmann wavefront sensor; dynamic range; iterative extrapolation method

**OCIS codes** 110.1080; 010.7350; 120.4640; 220.4840

## 1 引言

夏克-哈特曼波前传感器(SHWS)是一种由微透

镜阵列和位于微透镜阵列焦平面上的 CCD 图像探测器组成的光学波前检测器件<sup>[1-2]</sup>, 每个子透镜在图像探测器上所形成的光斑的位置与该子透镜前的局部

收稿日期: 2020-03-30; 修回日期: 2020-05-01; 录用日期: 2020-05-15

基金项目: 国家自然科学基金(11874087)

\* E-mail: xqhu@bit.edu.cn

1611004-1

波前斜率有关。目前,SHWS 已被广泛应用于多个领域,如光学元件面形检测<sup>[3-5]</sup>、激光光束诊断与整形<sup>[2,6]</sup>、自适应光学系统中波前实时探测等<sup>[7-12]</sup>。

SHWS 的动态范围表征了测量畸变波前大小的能力,由光斑最大允许偏移量与微透镜焦距之比决定。在传统的波前传感器中,每个微透镜的光斑必须在其对应子孔径范围中,所以最大允许偏移量为子孔径边长的一半减去光斑半径。SHWS 的动态范围和精度都与微透镜  $F$  数(焦距与口径之比)有关, $F$  数越小,动态范围越大,但精度越低。夏克-哈特曼波前传感器用于不同领域时,性能要求不同。在许多应用中,比如光学元件面形测量、人眼像差测量,需要 SHWS 保持高精度的同时具有较大动态范围。

增大 SHWS 动态范围的方法有基于硬件和软件两类方法。基于硬件的方法需要对子透镜进行设计或在 SHWS 系统中增加一些元件,比如,在每个子透镜中加入不同方向的像散,利用光斑形状辅助识别,或者,加入每次仅让部分子透镜透光的光阑,以便于确认光斑与子孔径的对应关系。

大部分基于软件的方法,由于具有不需要改变系统硬件、操作灵活、造价低等特点,优于硬件方法。Pfund 等<sup>[13]</sup>最早提出采用相位解包裹的方法建立光斑与子透镜的对应关系,突破了传统夏克-哈特曼波前传感器的动态范围。Groening 等<sup>[14]</sup>提出一种外推法,采用二维样条函数估计相邻子透镜的光斑位置,从而将光斑匹配于它们各自的参考点。Lee 等<sup>[15]</sup>提出逐行排序法,按照坐标位置对光斑阵列和微透镜阵列分别进行逐行排列,排列后的光斑与微透镜便建立了对应关系,从而增大了动态范围。此外还有螺旋线法<sup>[16]</sup>、基于已知光斑的外推法<sup>[17]</sup>、光斑归位法<sup>[4]</sup>等,这些方法都有各自的局限性和使用范围。

本文提出一种迭代外推法,首先找到一个可排序的  $3 \times 3$  光斑阵列作为起始光斑阵列,根据这 9 个光斑质心坐标建立一个多项式,用该多项式估计周边相邻子透镜对应的光斑位置,在预估位置周围搜索光斑。然后从已匹配的光斑中选取位于边缘的  $3 \times 3$  光斑阵列,继续向外搜索,直到所有光斑搜索完成,从而实现光斑的二维排序和识别。本文详述了该迭代外推法,讨论了其优点和局限性,并通过仿真研究了该方法的性能,通过实验验证了其可行性和实用性。

## 2 迭代外推法

### 2.1 算法原理与步骤

夏克-哈特曼波前传感器由阵列透镜和位于阵

列透镜焦面的图像探测器构成,每一个子透镜在探测器上形成一个光斑,该光斑位置的变化量与相应子孔径处波前平均斜率的变化量成正比,每个子孔径的光斑零位需事先标定。只要精确计算出每个光斑的质心坐标<sup>[18-19]</sup>,与参考零位相减,再除以子透镜焦距,即可得到各个子孔径处波前斜率,然后采用区域法或模式法重构波前。在计算子孔径波前斜率时,需要知道探测器上每个光斑与子孔径(或参考零位)间的对应关系。

对于 SHWS 的一幅光斑阵列图像,首先根据光斑亮度大于背景且占居多个像元的特点,搜索光斑,然后根据光斑光强选取合适的阈值,减除背景,使得除光斑中心几个像素光强值非 0 外,其他像素光强值为 0,最后利用质心法计算光斑质心,记录光斑总数为  $N$ 。该方法适用于图像信噪比较好、可根据亮度及尺度进行有效光斑判定的情形。如果图像中存在少量椒盐噪声,可通过中值滤波进行预处理,但中值滤波处理应避开光斑处,以免影响光斑灰度分布,从而影响质心计算。在光斑质心计算前,采用略高于背景的阈值减除背景,可避免背景及背景中的噪声对质心计算的影响。在减除背景时,本文采用了自适应阈值法<sup>[20]</sup>,以解决不同子孔径的光斑亮度可能不同的问题,比如常有图像中心区较亮而边缘处较暗的情况。

选取任一光斑质心  $A$  作为起始光斑,找到  $A$  的相邻点  $B$ , $A$ 、 $B$  间横纵坐标距离为  $d$ ,以  $A$  为中心画边长为  $3d \times 3d$  的正方形,较好的起始  $3 \times 3$  光斑阵列要求每个  $d \times d$  格子内有且只有一个光斑存在,如图 1 所示。如果不满足该条件,换一个起始光斑,重复上述步骤。可以根据对波前的先验知识,在斜率变化相对平缓的区域选取  $A$  点位置,如果没有关于波前的先验知识,可以从左上角的光斑或接近中心的光斑开始尝试和判断。

对于一个起始  $3 \times 3$  光斑阵列,其 9 个光斑质心

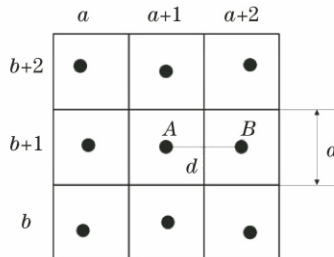


图 1 迭代外推法中的起始  $3 \times 3$  光斑

Fig. 1 Starting  $3 \times 3$  spots in iterative extrapolation method

分别表示为  $Y_1, Y_2, \dots, Y_9$ , 它们对应的序号分别为  $I_1, I_2, \dots, I_9$ , 此时是否知道它们与子透镜(或参考点)的对应关系并不重要。若左下角光斑质心坐标  $Y_1(x, y)$  对应的序号为  $(a, b)$ , 则  $A$  点质心坐标  $Y_s(x, y)$  对应的序号为  $(a+1, b+1)$ , 其中  $a, b$  值的选择并不重要, 只需要知道所有光斑的相对排序。令  $a=1, b=1$ , 光斑质心坐标和序号的对应关系如图 2 所示。

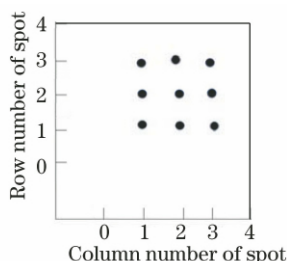


图 2 起始  $3 \times 3$  光斑及其行列序号示意图

Fig. 2 Starting  $3 \times 3$  spots and their row and column numbers

选定合适的  $3 \times 3$  光斑阵列后, 建立光斑质心  $Y'_n(x, y)$  和光斑序号  $(i, j)$  之间的函数关系 ( $n'$  为光斑序号)。由于行列方向都有 3 个数据点, 一个合理的模型是,  $x$  和  $y$  分别为  $i$  和  $j$  的二次函数, 且其随  $i$  的变化和随  $j$  的变化是独立的, 即

$$\begin{cases} x = \sum_{m=0}^2 c_{xim} i^m \cdot \sum_{n=0}^2 c_{xjn} j^n \\ y = \sum_{m=0}^2 c_{yim} i^m \cdot \sum_{n=0}^2 c_{yjn} j^n \end{cases}, \quad (1)$$

式中:  $m, n$  分别表示  $x, y$  与序号  $i, j$  相关的单项式次数;  $c_{xim}$  表示  $x$  表达式中  $i$  的  $m$  次项的系数,  $c_{xjn}$ 、 $c_{yim}$  和  $c_{yjn}$  类似。

为便于采用通用的多项式拟合方法进行计算, (1)式化为如下形式

$$\begin{cases} x = \sum \xi_k \cdot i^m \cdot j^n \\ y = \sum \eta_k \cdot i^m \cdot j^n \end{cases}, \quad (2)$$

式中:  $m, n \in \{0, 1, 2\}$ ;  $\xi_k$  和  $\eta_k$  为待定的多项式系数,  $k \in \{1, 2, \dots, 9\}$ 。

从理论上讲, (2)式与(1)式并不等效, (1)式有 12 个待定系数, (2)式有 18 个待定系数, 相当于(1)式多包含了 6 个约束条件, 该约束条件来源于“ $x$  和  $y$  随  $i$  和  $j$  的变化是独立的”这一假定。(1)式更稳定, (2)式求解更方便。

根据(2)式, 多项式系数  $\xi_k$  和  $\eta_k$  由选定的  $3 \times 3$  光斑的质心坐标和光斑序号联立方程组解得。求得  $\xi_k$  和  $\eta_k$  后, 对于周围的待搜索光斑, 将相应光斑序

号  $(i, j)$  代入(2)式, 即可估计该光斑的坐标。

对于每一个待搜索光斑序号, 根据(2)式估计光斑位置, 然后以估计值为中心画一个矩形, 矩形宽为质心  $Y_1, Y_2, \dots, Y_9$  的横坐标的平均间隔, 矩形高为纵坐标的平均间隔, 在此矩形范围内搜索离估计值最近的光斑, 如图 3 所示。若没有找到光斑, 则认为该序号没有对应光斑。完成一个光斑搜索后, 估计并搜索下一个光斑, 直到  $3 \times 3$  光斑阵列周围的 16 个点全部搜索完毕。

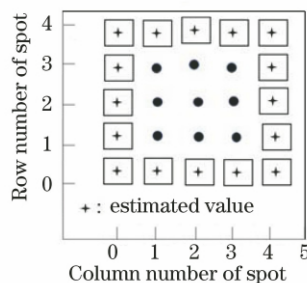


图 3 搜索起始  $3 \times 3$  阵列周围的光斑

Fig. 3 Searching spots around starting  $3 \times 3$  array

判断已经匹配序号的光斑数  $n'$  是否小于光斑总数  $N$ , 若是则进入下一次迭代。在已经匹配序号的光斑中, 从左到右、从下到上依次选取位于边缘位置的  $3 \times 3$  光斑阵列, 采用上述的方法, 继续搜索周围光斑。在该步骤中, 先判断周围某一序号是否已经匹配光斑, 若未匹配, 计算该序号对应光斑质心的估计值并进行搜索, 若已经匹配则进行下一序号光斑的判断和搜索, 直至所有邻域光斑搜索完成。如图 4 所示, 选中的  $3 \times 3$  点阵周围有 9 个光斑待搜索。

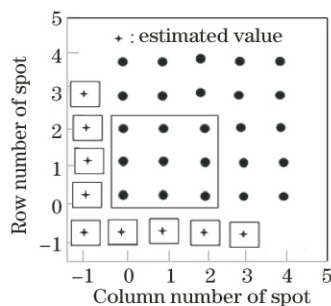


图 4 搜索新  $3 \times 3$  阵列外围的光斑

Fig. 4 Searching spots around new  $3 \times 3$  array

所有光斑搜索完成后, 比较光斑序号和子孔径序号, 确定光斑与子孔径的对应关系, 然后便可求出每个子孔径处的波前斜率, 实现波前重构。

以上为基于  $3 \times 3$  光斑阵列的外推法, 如果选用  $2 \times 2$  光斑阵列, 可采用线性预测的方法进行光斑搜

索,计算更为简便,但预测精度下降,动态范围也减小。如果选用  $4 \times 4$  光斑阵列,可采用更高阶的多项式来表达光斑位置坐标与其行列序号间的关系,计算复杂度增加,但动态范围会有所增大。

## 2.2 优点和适用范围

迭代外推法与其他基于软件的方法一样,具有不需要改变硬件、造价低、操作灵活等优点,此外,还有以下优势。1) 算法简便、准确度高。相比仅基于一个相邻光斑位置的外推法和光斑归位法,基于多项式的外推法,估计更准确,动态范围更大。相比利用全部已知光斑去拟合二维样条函数的外推法<sup>[14]</sup>,基于  $3 \times 3$  光斑阵列估计周围光斑位置的方法,计算简便、易实现,速度更快,同时,具有相近的动态范围。由于每一光斑位置与相邻光斑位置的关联性更强,因此,根据几个相邻光斑位置即可得到非常好的估计结果。2) 不需要预先知道某些子孔径与光斑位置的对应关系,只需要在全部光斑与行列序号匹配后,与参考光斑阵列进行对比即可知道子孔径与光斑的对应关系。3) 不受光斑缺失影响。本文方法在序号匹配时不需要参考点数和光斑数保持严格一致,且搜索不到光斑依然可以进行下一次迭代,因此在缺失少量光斑时该算法依然有效。如图 4 所示,对于被选  $3 \times 3$  光斑的对角延长线处的光斑位置,既可由该  $3 \times 3$  光斑预测,也可由与此重叠或邻近的其他  $3 \times 3$  光斑预测,有一定冗余。必要时还可利用根据  $3 \times 3$  光斑建立的多项式预测更外层的光斑,以获得更大的冗余度,只是预测精度有所下降,动态范围有所减小。部分光斑缺失时,相当于全口径内的采样点数减少,仍能进行波前重构,但对重构精度略有影响<sup>[21]</sup>。

该方法也有限制和使用条件。1) 波前必须连续,这样才能根据相邻光斑去拟合周围点,而该要求在大多数应用条件下都可以满足。2) 相邻光斑不发生交叠或交叉。虽然理论上,该方法可以通过采用更大的起始阵列、增大多项式阶数以得到更大的灵活性,从而解决光斑交叉、互换的问题,但尚待验证。采用  $3 \times 3$  阵列外推时,如果相邻光斑有交叠或交叉,则无法正确排序。

基于迭代外推法的 SHWS 动态范围与被测波前的特征有关。对于不同类型的波前,基于迭代外推法的动态范围不同,主要与被测波前局部斜率随空间变化的情况有关,或者说,与相邻子孔径间的波前斜率差有关。如果两个光斑发生了交叠或交叉,就难以进行排序,从这一角度考虑,在  $X$  方向上相邻的两个子孔径  $A'$  和  $B'$  ( $B'$  在  $A'$  右侧),其  $X$  方向

的波前斜率  $S_{XA'}$  和  $S_{XB'}$  应满足要求:

$$S_{XA'} - S_{XB'} < \frac{d_H - d_P}{f_H}, \quad (3)$$

式中:  $d_H$  为子孔径间距,  $d_P$  为光斑直径,  $f_H$  为子透镜焦距。  $Y$  方向类似。

(3) 式并非严格意义上的动态范围判据,虽然不满足 (3) 式时,光斑会重叠或交叉,无法进行光斑排序,但满足 (3) 式时还不能直接判断一定能实现光斑排序。

对于传统 SHWS,波前峰谷值的测量范围与子透镜的  $F$  数成反比,  $F$  数越大(焦距越长),精度越高,动态范围越小,但其动态范围基本上与子孔径数目无关,除非子孔径数太少,存在采样点数不足问题。对于基于迭代外推法的 SHWS,局部斜率差(相邻子孔径的平均斜率之差)的测量范围与子透镜的  $F$  数有关。对于同一波前,子孔径数目越多,相邻子孔径间的波前斜率差会越小,因此,基于迭代外推法的 SHWS 的波前测量范围随子孔径数目的增大而增大。

## 3 仿真和实验

### 3.1 迭代外推法的性能仿真

仿真系统分为成像部分和波前处理部分。成像部分由微透镜阵列和位于其焦面的探测器构成,其中微透镜数目为  $18 \times 18$ ,微透镜大小为  $0.21 \text{ mm} \times 0.21 \text{ mm}$ ,  $F$  数为 20,图像探测器像元数为  $1024 \times 1024$ ,像元大小为  $7 \text{ } \mu\text{m} \times 7 \text{ } \mu\text{m}$ 。波前处理部分,使用迭代外推法匹配光斑和子孔径,使用模式法重构波前。仿真中,波长  $\lambda = 0.6328 \text{ } \mu\text{m}$ 。

图 5 给出了一个仿真示例,被测波前由低阶 Zernike 多项式合成,合成波前峰谷值(PV)为  $154.0\lambda$ 。由图 5 可知,畸变波前的光斑超出了对应子孔径的范围,但迭代外推法仍可成功实现光斑与子孔径的匹配,SHWS 波前重构误差的均方根值(RMS)为  $0.018\lambda$ 。

为了了解对于不同类型波前迭代外推法的性能,仿真分析了基于迭代外推法的 SHWS 在前 36 项 Zernike 多项式基元波前下的动态范围。仿真结果表明,相比传统 SHWS,基于迭代外推法的 SHWS,在第 3~21 项波前下的动态范围均增大了 3 倍以上,其中某些低阶像差增大了 10 倍以上,达到  $500\lambda$  以上;在第 22~35 项波前下,除第 23/24 项仅增大 15% 外,其他均有约 1 倍或 1 倍以上的增大。表 1 给出了基于迭代外推法的 SHWS 在前 12 项基元波前下的动态范围的仿真结果,其中“—”表

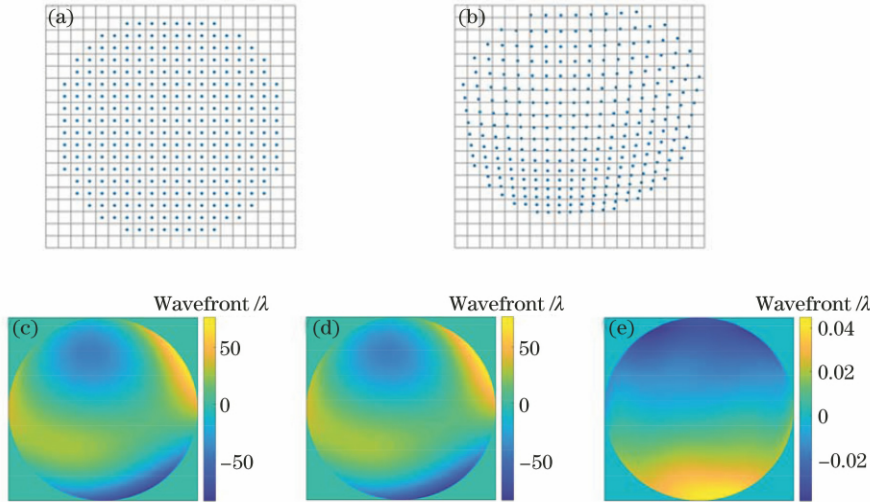


图 5 仿真示例。(a)参考光斑阵列;(b)有像差光斑阵列;(c)被测波前;(d)重构波前;(e)重构误差  
Fig. 5 Examples of simulation. (a) Reference spot array; (b) spot array with aberration; (c) tested wavefront;  
(d) reconstructed wavefront; (e) reconstruction error

表 1 基于迭代外推法的 SHWS 的动态范围

Table 1 Dynamic range of SHWS with iterative extrapolation method

Zernike coefficient	Aberration	Dynamic range $W_{PV}/\lambda$			Reconstruction error $\epsilon_{RMS}/\lambda$
		Tradition	Extrapolation/+	Extrapolation/-	
$Z_3$	Defocus	40.9	783.5	697.4	0.030
$Z_4$	Astigmatism along X axis	66.8	859.0	1093.3	0.005
$Z_5$	Astigmatism along Y axis	80.8	373.0	373.0	0.025
$Z_6$	Coma along X axis	23.1	179.4	179.4	0.079
$Z_7$	Coma along Y axis	23.1	179.4	179.4	0.079
$Z_8$	Spherical aberration	14.8	176.0	57.2	0.038
$Z_9$	Trefoil along X axis	50.7	482.9	482.9	0.025
$Z_{10}$	Trefoil along Y axis	50.7	438.0	473.0	0.026
$Z_{11}$	Secondary astigmatism along X axis	16.3	64.1	64.1	0.032
$Z_{12}$	Secondary astigmatism along Y axis	23.4	106.8	106.8	0.055

示 Zernike 系数取负值时的动态范围,“+”表示 Zernike 系数取正值时的动态范围。作为对比,表 1 中还列出了传统 SHWS 的动态范围,其中动态范围以波前峰谷值表示,  $\epsilon_{RMS}$  为基于迭代外推法的 SHWS 在最大动态范围处的波前重构误差,其以待测波前与重构波前之差的均方根值表示。图 6 给出了基于迭代外推法的 SHWS 与传统 SHWS 的动态范围之比随 Zernike 级数的变化,其中比值为负表示 Zernike 系数取负值时的动态范围比,实际比值为其绝对值。

根据第 2.2 节的分析,传统 SHWS 对波前峰谷值的测量范围与  $F$  数成反比,与子孔径数目无关,而基于迭代外推法的 SHWS 对波前峰谷值的测量范围,除与  $F$  数有关外,还随子孔径数目的增大而

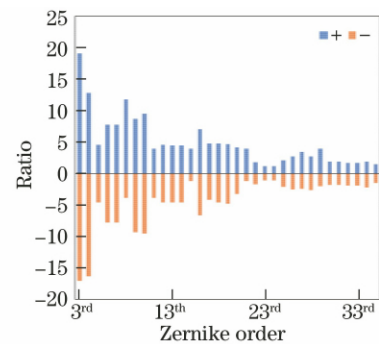


图 6 迭代外推法与传统方法的动态范围之比随 Zernike 级数的变化

Fig. 6 Dynamic range ratio between iterative extrapolation method and traditional method versus Zernike order



增大。仿真结果与这一分析是一致的,如图 7、8 所示,仿真中其他参数不变。

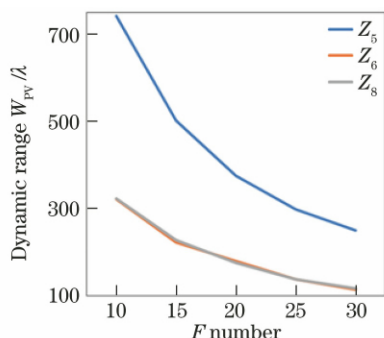


图 7 基于迭代外推法的 SHWS 的动态范围随  $F$  数的变化  
Fig. 7 Dynamic range of SHWS with iterative extrapolation method versus  $F$  number

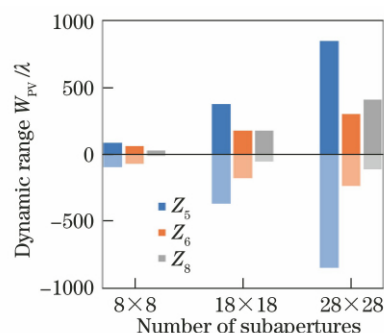


图 8 基于迭代外推法的 SHWS 的动态范围随子孔径数的变化

Fig. 8 Dynamic range of SHWS with iterative extrapolation method versus number of subapertures

### 3.2 实 验

对基于迭代外推法的 SHWS 进行了实验验证。实验光路如图 9 所示,主要包括激光点光源(波长为  $0.6328 \mu\text{m}$ )、准直物镜 L1(焦距为  $300 \text{ mm}$ )、光阑(口径为  $6 \text{ mm}$ )、被测镜片、成像物镜 L2(焦距为  $300 \text{ mm}$ )、中继物镜 L3(焦距为  $150 \text{ mm}$ )、微透镜阵列(子透镜口径为  $0.25 \text{ mm} \times 0.25 \text{ mm}$ ,焦距为  $7.5 \text{ mm}$ , $F$  数为  $30$ ,阵列数为  $12 \times 12$ )、CCD(像素数为  $1024 \times 1024$ ,像素大小为  $14 \mu\text{m} \times 14 \mu\text{m}$ )。实验中,通过被测镜片引入较大像差,利用 SHWS 对其检测。光路中,光阑紧贴被测镜片并与子透镜阵列共轭,以保证引入像差前后光斑数不变。限于实验室条件,所选器件参数均为非典型的,与前述仿真条件不同,子透镜  $F$  数较大(SHWS 精度提高,动态范围变小),子透镜数目也较少(SHWS 动态范围小),CCD 像元尺寸较大(光斑质心测量精度下降,对动态范围无影响),但不妨碍验证迭代外推算法的有效性。

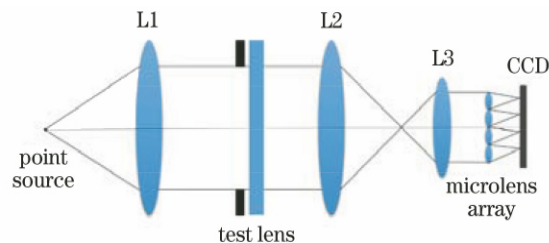


图 9 迭代外推法 SHWS 实验光路

Fig. 9 Optical setup for iterative extrapolation SHWS experiment

实验中,在插入被测镜片前采集光斑图像以作为参考,然后插入被测镜片,采集畸变波前的光斑图像。图 10(a)、(b)分别给出了参考波前和畸变波前的光斑阵列,网格线表示子孔径边界,可以看出,畸变波前的光斑质心分布超出了传统 SHWS 的动态范围。图 10(c)给出了基于迭代外推法的波前检测结果。实验中插入的被测透镜是凸透镜[屈光度为  $(+7.5 \pm 0.075) \text{ m}^{-1}$ ,测量口径为  $6.0 \text{ mm}$ ]。由图 10(c)可知,重构波前的主要成分对应 Zernike 多项式的第 4 项(离焦),这与引入的像差是一致的。本文采用的 Zernike 多项式各项基元波前的 RMS 值为 1。

被测镜片屈光度  $D_{\text{Dio}}$  与波前峰谷值  $W_{\text{PV}}$  及口径  $D$  的关系为

$$D_{\text{Dio}} = \frac{1}{f} = \frac{8W_{\text{PV}}}{D^2} \quad (4)$$

根据(4)式,当被测镜片屈光度为  $+7.5 \text{ m}^{-1}$ 、检测口径为  $6.0 \text{ mm}$  时,理论波前 PV 值为  $53.3\lambda$ ,图 10 重构波前的 PV 值为  $55.5\lambda$ ,考虑到透镜本身的加工误差,两者相符,说明光斑识别是正确的。如果光斑识别错误,波前重构误差会很大。SHWS 的测量精度主要与子透镜  $F$  数、子孔径数目、零位(或参考位)标定精度、质心计算精度、波前重构方法等参数和环节有关。本文重点研究测量范围问题,未对测量精度问题进行比对。

图 11 为插入柱透镜[屈光度为  $(+6.0 \pm 0.06) \text{ m}^{-1}$ ,检测口径为  $6.0 \text{ mm}$ ]时畸变波前的光斑阵列和波前重构结果。由图 11 可知,重构波前的主要成分对应 Zernike 多项式的第 4 项(离焦)和第 5 项(像散),这与引入的像差是一致的。根据(4)式,当被测柱透镜屈光度为  $+6.0 \text{ m}^{-1}$ 、检测口径为  $6.0 \text{ mm}$  时,理论波前 PV 值为  $42.7\lambda$ ,图 11 重构波前的 PV 值为  $40.6\lambda$ ,考虑到透镜加工误差,两者相符。

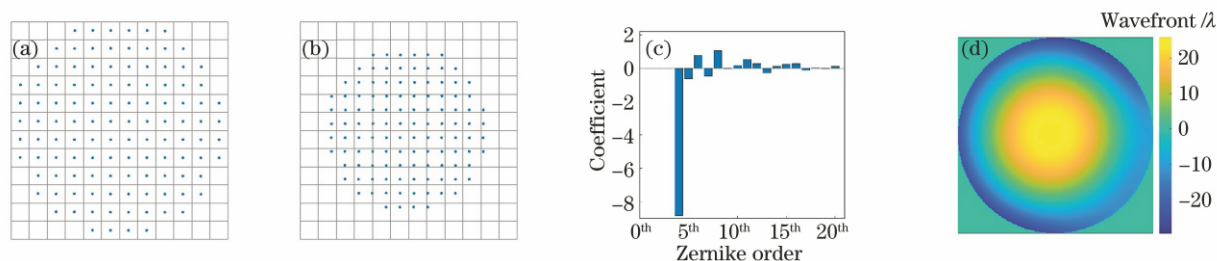


图 10 凸透镜检测实验结果。(a)参考波前的光斑阵列;(b)畸变波前的光斑阵列;(c)重构波前的 Zernike 系数;(d)重构波前  
Fig. 10 Experimental results of convex lens test. (a) Spot array produced by reference wavefront; (b) spot array produced by distorted wavefront; (c) Zernike coefficients of reconstructed wavefront; (d) reconstructed wavefront

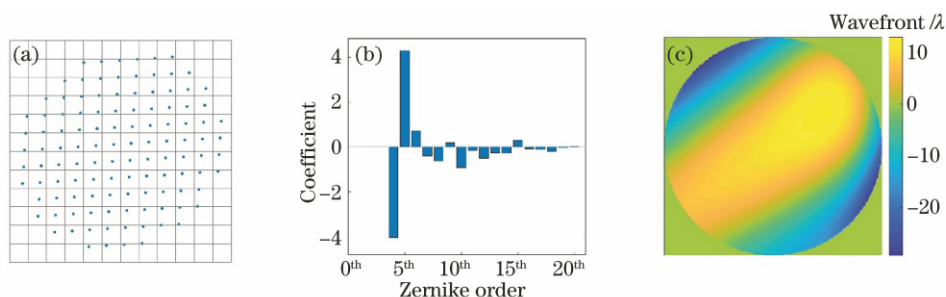


图 11 柱透镜检测实验结果。(a)畸变波前的光斑阵列;(b)重构波前的 Zernike 系数;(c)重构波前  
Fig. 11 Experimental results of cylindrical lens test. (a) Spot array produced by distorted wavefront; (b) Zernike coefficients of reconstructed wavefront; (c) reconstructed wavefront

## 4 结 论

基于二元二阶多项式的迭代外推法可有效扩大 SHWS 的动态范围,该方法不需要预先知道某些子孔径与光斑的对应关系,不受少量光斑缺失的影响,算法简单、易实现。在子孔径数为  $18 \times 18$ ,子透镜  $F$  数为 20 的条件下,相比传统 SHWS,基于迭代外推法的 SHWS 的动态范围,在 Zernike 多项式第 3~21 项基元波前下增大了 3 倍以上,其中某些低阶像差增大 10 倍以上,动态范围达  $500\lambda$  以上;对于 Zernike 多项式前 36 项中的其他项,除第 23/24 项仅增大了 15%外,均有约 1 倍或 1 倍以上的动态范围增大。理论和仿真分析还表明,当子孔径数目更多时,基于迭代外推法的 SHWS 的动态范围更大。

## 参 考 文 献

- [1] Platt B C, Shack R. History and principles of Shack-Hartmann wavefront sensing [J]. Journal of Refractive Surgery, 2001, 17(5): S573-S577.
- [2] Jiang W H, Xian H, Yang Z P, et al. Applications of Shack-Hartmann wavefront sensor [J]. Chinese Journal of Quantum Electronics, 1998(2): 228-235.  
姜文汉, 鲜浩, 杨泽平, 等. 哈特曼波前传感器的应用[J]. 量子电子学报, 1998(2): 228-235.
- [3] Bruno T L, Wirth A, Jankevics A J. Applying Hartmann wavefront-sensing technology to precision optical testing of the HST correctors[J]. Proceedings of SPIE 1920, 1993: 328-336.
- [4] Zhang J P, Zhang X J, Zhang Z Y, et al. Test of rotationally symmetric aspheric surface using Shack-Hartmann wavefront sensor[J]. Optics and Precision Engineering, 2012, 20(3): 492-498.  
张金平, 张学军, 张忠玉, 等. Shack-Hartmann 波前传感器检测大口径圆对称非球面反射镜[J]. 光学精密工程, 2012, 20(3): 492-498.
- [5] Yang J S, Wei L, Chen H L, et al. Absolute calibration of Hartmann-Shack wavefront sensor by spherical wavefronts [J]. Optics Communications, 2010, 283(6): 910-916.
- [6] Liu M S, Wang X M, Jing W B, et al. Design of parameters of Shack-Hartmann wave-front sensor for laser-beam quality measurement [J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(3): 0328002.  
刘敏时, 王晓曼, 景文博, 等. 用于激光光束检测的夏克-哈特曼传感器参量设计[J]. 光学学报, 2013, 33(3): 0328002.
- [7] Rao C H, Jiang W H, Ling N. Atmospheric parameters measurements for non-Kolmogorov turbulence with Hartmann-Shack wavefront sensor [J]. Acta Optica Sinica, 2000, 20(9): 1201-1207.  
饶长辉, 姜文汉, 凌宁. 应用哈特曼-夏克波前传感器测量大气湍流参数[J]. 光学学报, 2000, 20(9):

- 1201-1207.
- [8] Cheng S Y, Cao Z L, Hu L F, et al. Measurement of wavefront aberrations of human eyes with Shack-Hartmann wavefront sensor[J]. Optics and Precision Engineering, 2010, 18(5): 1060-1067.  
程少园, 曹召良, 胡立发, 等. 用夏克-哈特曼探测器测量人眼波前像差[J]. 光学精密工程, 2010, 18(5): 1060-1067.
- [9] Qi Y, Kong N N, Li D Y, et al. High resolution open-loop adaptive optics system for retinal imaging based on liquid crystal spatial light modulator[J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(10): 1011003.  
齐岳, 孔宁宁, 李大禹, 等. 高分辨率开环液晶自适应光学视网膜成像系统[J]. 光学学报, 2012, 32(10): 1011003.
- [10] Wilson R W, Jenkins C. Adaptive optics for astronomy: theoretical performance and limitations [J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 1996, 278(1): 39-61.
- [11] Tyson R K. Adaptive optics and ground-to-space laser communications[J]. Applied Optics, 1996, 35(19): 3640-3646.
- [12] Roddier F, Thompson L. Adaptive optics in astronomy[J]. Physics Today, 2000, 53(4): 69.
- [13] Pfund J, Lindlein N, Schwider J. Dynamic range expansion of a Shack - Hartmann sensor by use of a modified unwrapping algorithm[J]. Optics Letters, 1998, 23(13): 995-997.
- [14] Groening S, Sick B, Donner K, et al. Wave-front reconstruction with a Shack-Hartmann sensor with an iterative spline fitting method[J]. Applied Optics, 2000, 39(4): 561-567.
- [15] Lee J, Shack R V, Descour M R. Sorting method to extend the dynamic range of the Shack-Hartmann wave-front sensor [J]. Applied Optics, 2005, 44(23): 4838-4845.
- [16] Smith D, Greivenkamp J E. Generalized method for sorting Shack-Hartmann spot patterns using local similarity[J]. Applied Optics, 2008, 47(25): 4548-4554.
- [17] Li H Q, Song H L, Rao C H, et al. Extrapolation method to extend dynamic range of Shack-Hartmann wave-front sensor [J]. Optics and Precision Engineering, 2008, 16(7): 1203-1207.  
李华强, 宋贺伦, 饶长辉, 等. 增大夏克-哈特曼波前传感器动态测量范围的方法[J]. 光学精密工程, 2008, 16(7): 1203-1207.
- [18] Shi Y P, Liu C L. Positioning accuracy improvement of spot centroid for Shack-Hartmann wavefront sensor[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2017, 54(8): 081201.  
师亚萍, 刘缠牢. 提高夏克-哈特曼波前传感器光斑质心的定位精度[J]. 激光与光电子学进展, 2017, 54(8): 081201.
- [19] Ge R, Shen W, Liu C, et al. Distance-power index weighted centroid detection algorithm for Shack-Hartmann wavefront sensors [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2018, 55(4): 040401.  
葛睿, 申文, 刘超, 等. 夏克-哈特曼波前探测器的距离-幂指数加权质心探测算法[J]. 激光与光电子学进展, 2018, 55(4): 040401.
- [20] Li Z G, Li B M, Li C W, et al. An adaptive algorithm for wavefront reconstruction based on a Shack-Hartmann sensor [J]. Chinese Journal of Quantum Electronics, 2013, 30(4): 482-489.  
李战国, 李邦明, 李常伟, 等. 一种基于 Shack-Hartmann 传感器的自适应波前重建算法[J]. 量子电子学报, 2013, 30(4): 482-489.
- [21] Wei P, Li X Y, Luo X, et al. Influence of lack of light in partial subapertures on wavefront reconstruction for Shack-Hartmann wavefront sensor [J]. Chinese Journal of Lasers, 2020, 47(4): 0409002.  
魏平, 李新阳, 罗曦, 等. 部分子孔径缺光对夏克-哈特曼波前传感器波前复原的影响[J]. 中国激光, 2020, 47(4): 0409002.