Laboratorium 8

Przepisz poniższe treści zadań w środowisku LATEX.

Niech a i b będą dowolnymi liczbami dodatnimi. Korzystając z indukcji matematyczej wykazać, że

$$(a+b)^n < 2^n(a^n + b^n),$$

dla dowolnego $n \in \mathbb{N}$.

Przykład 2 - cdots

Korzystając z zależności między średnimi wykazać, że dla dowolnej liczby naturalnej n prawdziwa jest nierówność: $\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+3}+\frac{1}{n+4}+\cdots+\frac{1}{3n+4}\geqslant 1$

Przykład 3 - left, right

Wykaż, że:

a)
$$\binom{30}{29} + \binom{31}{29} = \binom{32}{30} - \binom{5}{5}$$

b)

$$\sum_{k=0}^{3n} (-1)^k \binom{3n}{k} = 0.$$

Przykład 4 - mathbb, array Niech $f: \mathbb{R} \to \mathbb{C}$ będzie funkcją daną wzorem:

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 - 6x - 8 & x \le -3\\ x + 2 & x > -3 \end{cases}$$

Czy f jest bijekcją? W przypadku pozytywnej odpowiedzi wyznaczyć f^{-1} .

Przykład 5 - lim
$$\lim_{n\to\infty} -\frac{\sqrt[3]{5}+\sqrt{2}n^3}{3n^2+1} = -\infty$$

$$\frac{\text{Przykład 5 - lim}}{\text{Przykład 6 - sum}} \lim_{n \to \infty} -\frac{\sqrt[3]{5} + \sqrt{2}n^3}{3n^2 + 1} = -\infty$$

$$\frac{\text{Przykład 6 - sum}}{\text{Przykład 7 - int}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin^2 n\pi}{\ln 3n}$$

Przykład 7 - int

$$\int_3^5 (x^2 - 5x + 3) \cdot x \, dx$$

Przykład 8 - geq

$$\forall \varepsilon > 0 \exists n_0 \forall n \geqslant n_0 |a_n - 3| < \varepsilon$$

Twierdzenie 1. Każdy ciąg $\{x_n\}$ zbieżny w przestrzeni metrycznej (X, d) spełnia warunek Cauchy'ego.

.

<u>Przykład 10 - tabular</u> Utwórz tabelę (tekst w pierwszej kolumnie powinien być wyrównany do lewej, natomiast w drugej i trzeciej wyśrodkowany)

$$\begin{array}{c|cc} a & b & c & d \\ \hline e & f & g & h \\ pauza & & \end{array}$$

$$\begin{array}{c|ccc} x & 0 & \sqrt{3} \\ \hline f(x) & 3 & 5 \\ \end{array}$$

Tabela 1: Tabela wartości funkcji

W tabeli 1 przedstawiono dwie wartości funkcji f.

Przykład 11 - array

$$\begin{cases} x^2 - 1 = y \\ 7y - 3 = 2x \end{cases}$$

Przykład 12 - varepsilon

$$\mathbf{L}_{t}^{\varepsilon}(x)\varphi(u,x,t) = \varepsilon^{-1}[E\{\varphi(u_{n+1}^{\varepsilon},x_{n+1}^{\varepsilon},\tau_{n+1}^{\varepsilon})|u_{n}^{\varepsilon} = u,x_{n}^{\varepsilon} = x,\tau_{n}^{\varepsilon} = t\}]$$

Przykład 13 - phi

$$p_{ij} = \prod_{c=1}^{T} k \left(\frac{\phi}{(|x_i - x_c| + |y_j - y_c|)^f} + \frac{(1 - \phi)B^{g-f}}{(2B - |x_i - x_c| - |y_j - y_c|)^g} \right)$$

Przykład 14 - cfrac

$$x = a_0 + \frac{12356616316}{a_3 + \frac{16565}{a_3 + \frac{165465465}{a_9 + \frac{1131321}{a_7}}}}$$
(1)

Przykład 15 - pmatrix

$$A_{m,n} = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots & a_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m,1} & a_{m,2} & \cdots & a_{m,n} \end{pmatrix}$$

Przykład 16 - langle, ...

$$(a), [b], \{c\}, [d], [e], \langle f \rangle, [g], [h], [i]$$

Przykład 17 - binom.

$$\sum_{i=1}^{\left[\frac{n}{2}\right]} \binom{x_{i,i+1}^{i^2}}{\left[\frac{i+3}{3}\right]} \frac{\sqrt{\mu(i)^{\frac{3}{2}}(i^2-1)}}{\sqrt[3]{\rho(i)-2}+\sqrt[3]{\rho(i)-1}}$$

Przykład 17 - align

$$a_{11} = b_{11} a_{12} = b_{12} (2)$$

$$a_{21} = b_{21} a_{22} = b_{22} + c_{22} (3)$$

Przykład 18 - dfrac

$$\Re z = \frac{n\pi \frac{\theta + \psi}{2}}{\left(\frac{\theta + \psi}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\log\left|\frac{B}{A}\right|\right)^2}.$$
 (4)

Przykład 19 - underbrace

$$\underbrace{a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_n}_{x}$$