

## Цель работы:

- а) освоение методов численного интегрирования;
- б) совершенствование навыков по алгоритмизации и программированию вычислительных задач.

## Задание:

Составить схему алгоритма и программу на языке C/C++ решения задачи по теме «Численное интегрирование» в соответствии с индивидуальным заданием

### Вариант 14

14	$\int_a^b \frac{\operatorname{tg}(x^2 + 0.5)dx}{1 + 2x^2}$	Средних прямоугольников	$a = 0.4; b = 0.9; n = 6$
----	--	----------------------------	---------------------------

## Общая постановка задачи:

При вычислении интеграла следует помнить, каков геометрический смысл определенного интеграла. Если  $f(x) \geq 0$  на отрезке  $[a, b]$ , то

$$\int_a^b f(x)dx$$

численно равен площади фигуры, ограниченной графиком функции  $y=f(x)$ , отрезком оси абсцисс, прямой  $x=a$  и прямой  $x=b$  (рис.2.1).

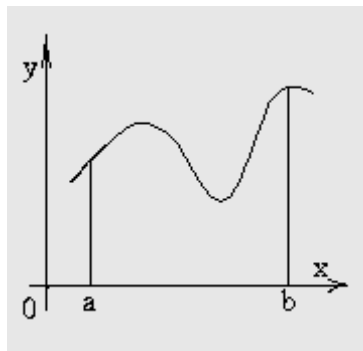


Рис.2.1 Геометрический смысл численного интеграла

Таким образом, вычисление интеграла равносильно вычислению площади криволинейной трапеции.

## Метод средних прямоугольников:

Разделим отрезок  $[a, b]$  на  $n$  равных частей, т.е. на  $n$  элементарных отрезков. Длина каждого элементарного отрезка  $h=(b-a)/n$ . Точки деления будут:  $x_0=a$ ,  $x_1=a+h$ ,  $x_2=a+2h$ , ...,  $x_{n-1}=a+(n-1)h$ ,  $x_n=b$ . Эти числа будем называть узлами. Вычислим

значения функции  $f(x)$  в узлах, обозначим их  $y_0, y_1, y_2, \dots, y_n$ . Стало быть,  $y_0=f(a)$ ,  $y_1=f(x_1)$ , ...,  $y_n=f(b)$ . Числа  $y_0, y_1, y_2, \dots, y_n$  суть ординаты точек графика функции, соответствующих абсциссам  $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$  (рис.2.2). Из рис.2.2 следует, что площадь криволинейной трапеции приближенно заменяется площадью многоугольника, составленного из  $n$  прямоугольников. Таким образом вычисление определенного интеграла сводится к нахождению суммы  $n$  элементарных прямоугольников.

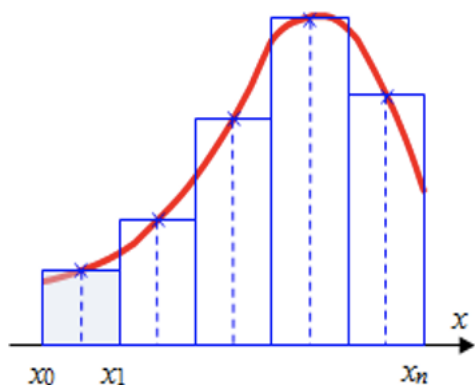


рис 2.2. Геометрическая иллюстрация метода  
средних прямоугольников

$$S \approx h \sum y(x_i + h/2) \quad (2.5)$$

(2.5) – формула средних прямоугольников.

### Аналитические расчеты:

Подынтегральное выражение:

$$\frac{\tan(x^2 + 0.5)}{1 + 2 \cdot x^2}$$

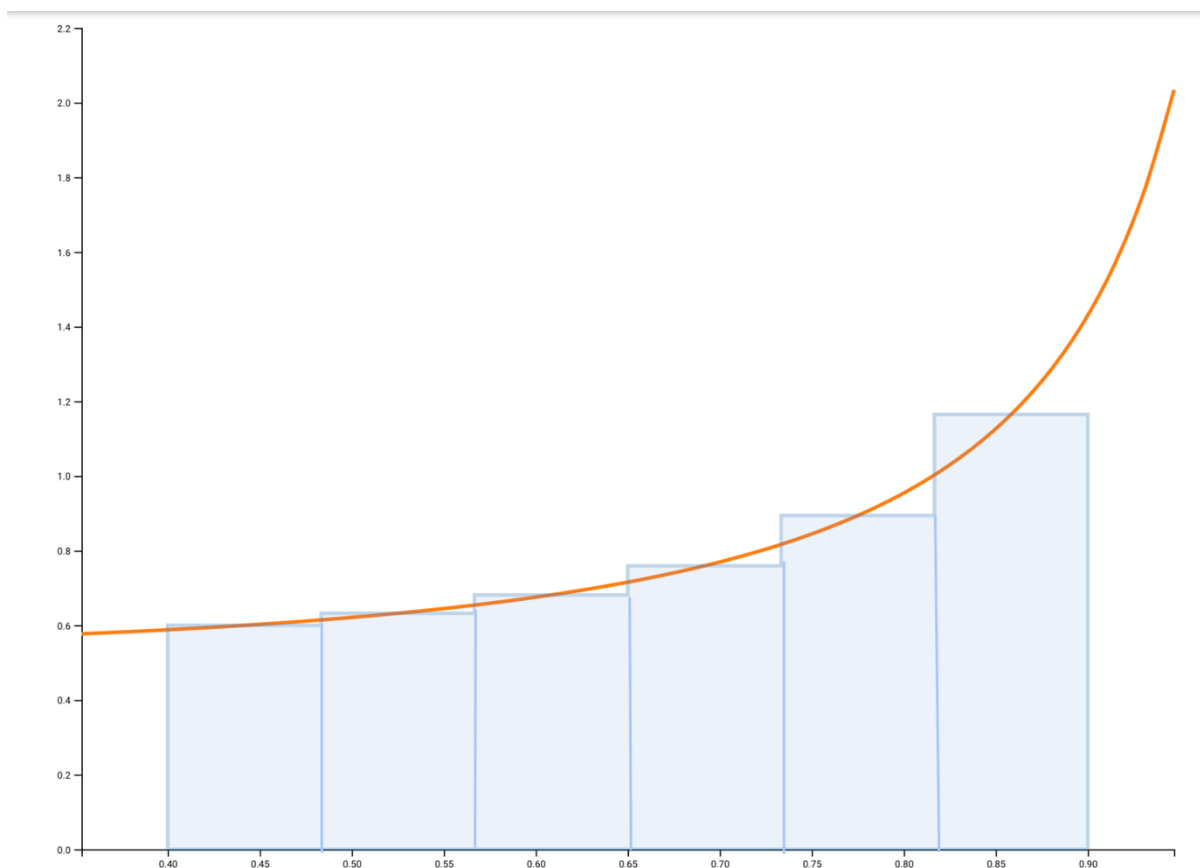
$$h = \frac{(x_2 - x_0)}{2}$$

Интервал: [0.4; 0.9]

Геометрический вид интеграла

■ Интеграл (+)

—  $y = f(x)$



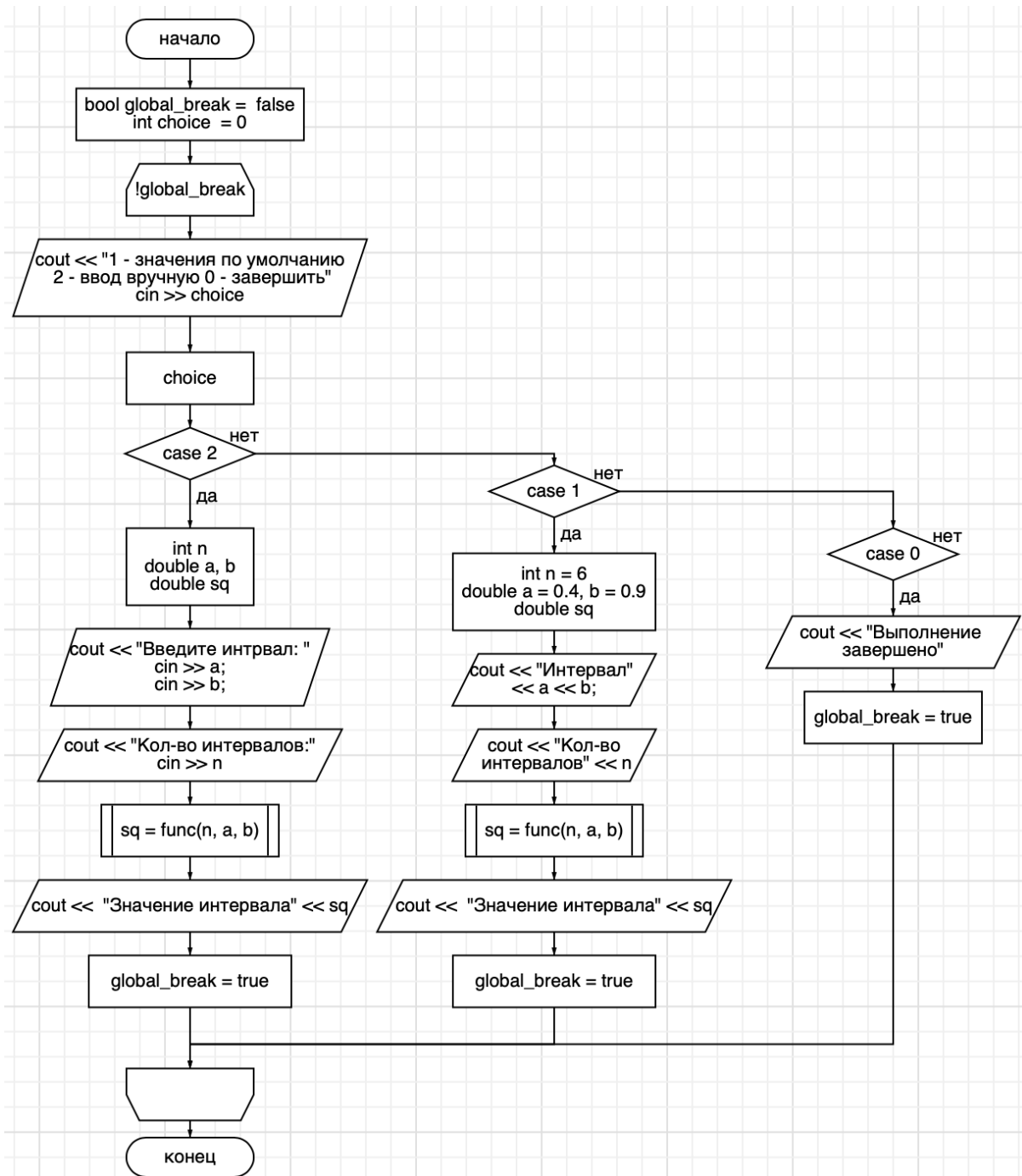
Значения в частичных интервалах:

x	y	Интеграл
0.4	0.587958	0.050025
0.483333	0.614387	0.052737
0.566667	0.654055	0.056870
0.65	0.715500	0.063464
0.733333	0.816637	0.074931
0.816667	1.002640	0.098504

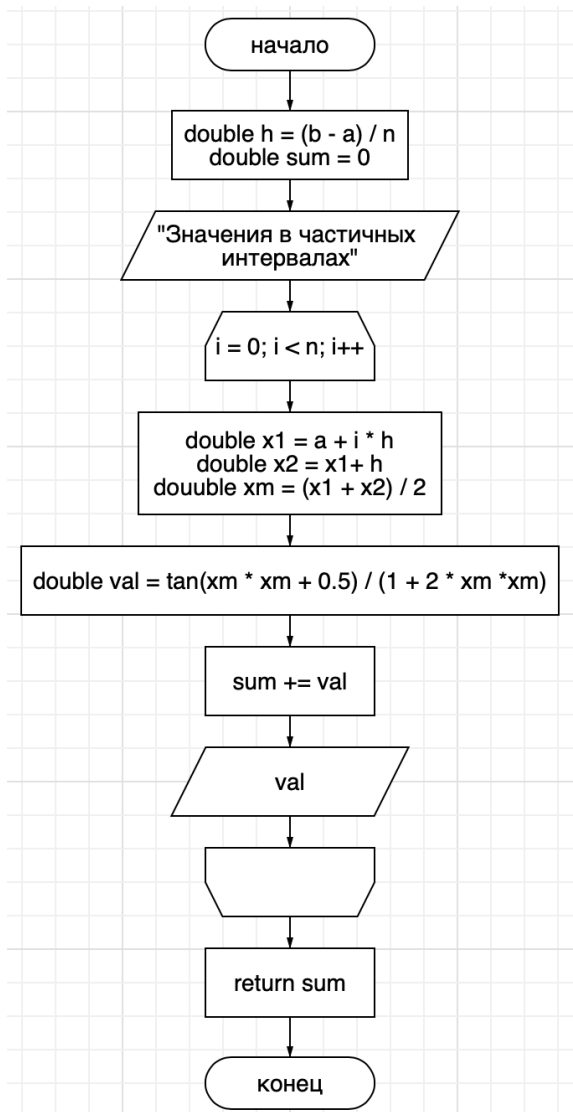
Значение определенного интеграла:  $0,050025 + 0,052737 + 0,05687 + 0,63464 + 0,074931 + 0,098504 = 0,394285$

## Блок схемы:

main()



**func():**



**Листинг кода программы:**

```
#include <iostream>
#include <cmath>

using namespace std;

double func(int n, double a, double b) {
    double h = (b-a)/n; // шаг разбиения
    double sum = 0; // сумма площадей прямоугольников
    cout << "\nЗначения в частичных интервалах:\n";

    for (int i = 0; i < n; i++) {
        double x1 = a + i * h;
        double x2 = x1 + h;
        double xm = (x1 + x2) / 2;
        double val = tan(xm * xm + 0.5) / (1 + 2 * xm * xm) * h;
        sum += val;
        cout << val << endl;
    }
}
```

```

    }
    return sum;
}

int main() {
    bool global_break = false;
    int choice = 0;

    while (!global_break) {
        cout << "1 - использовать интервал и кол-во разбиений по умолчанию\n2 - ввести интервал\n и кол-во разбиений вручную\n0 - завершить выполнение программы\n";
        cout << "\nВаш выбор: ";
        cin >> choice;

        switch (choice){
            case 0:
                global_break = true;
                cout << "\nВыполнение программы завершено\n";
                break;

            case 1: {
                int n = 6; // количество интервалов разбиения
                double a = 0.4, b = 0.9; // границы интегрирования
                double sq;

                cout << "\nИнтервал интегрирования: [" << a << "; " << b << "]\n";
                cout << "Кол-во интервалов разбиения: " << n << endl;

                sq = func(n, a, b);
                cout << "\nЗначение интеграла: " << sq << endl << endl;

                global_break = true;
                break;
            }

            case 2: {
                int n ; // количество интервалов разбиения
                double a, b; // границы интегрирования
                double sq;

                cout << "\nВведите интервал интегрирования:\n";
                cout << "a = "; cin >> a;
                cout << "b = "; cin >> b;

                cout << "\nВведите кол-во интервалов разбиения: ";
                cin >> n;

                sq = func(n, a, b);
                cout << "\nЗначение интеграла: " << sq << endl << endl;

                global_break = true;
                break;
            }

            default:
                cout << "\nТакого действия нет. Повторите ввод:\n\n";
                break;
        }
    }
    return 0;
}

```

## Результат работы программы:

1 – используются данные из аналитических расчетов:

```
1 – использовать интервал и кол-во разбиений по умолчанию
2 – ввести интервал и кол-во разбиений вручную
0 – завершить выполнение программы
```

Ваш выбор: 1

Интервал интегрирования: [0.4; 0.9]

Кол-во интервалов разбиения: 6

Значения в частичных интервалах:

0.0499887

0.0526802

0.0567719

0.0632759

0.0744956

0.0970728

Значение интеграла: 0.394285

Данные из аналит. расчетов

2 – ручной ввод:

```
1 – использовать интервал и кол-во разбиений по умолчанию
2 – ввести интервал и кол-во разбиений вручную
0 – завершить выполнение программы
```

Ваш выбор: 2

Введите интервал интегрирования:

a = 0.4

b = 0.9

Введите кол-во интервалов разбиения: 6

Значения в частичных интервалах:

0.0499887

0.0526802

0.0567719

0.0632759

0.0744956

0.0970728

Значение интеграла: 0.394285

Ручной ввод

## Сравнение результатов аналитического и программного расчета:

Знач. в частичных интервалах из аналит. расчетов	Знач. в частичных интервалах из прогр. расчетов
0.050025	0.0499887
0.052737	0.0526802
0.056870	0.0567719
0.063464	0.0632759
0.074931	0.0744956
0.098504	0.0970728

Значение определенного интеграла из программного расчета: 0.394285

Значение определенного интеграла из аналитического расчета: 0,394285

Исходя из этих данных, мы можем сделать вывод, что программа работает верно

### **Вывод:**

В ходе выполнения практической работы №4 была написана программа, которая выполняет численное интегрирование методом средних прямоугольников. Результат программного расчета при одинаковых входных данных полностью совпал с результатом аналитического расчета, что говорит о том, что программа работает корректно и выдает правильные результаты.