КАФЕДРА

ОТЧЕТ
ЗАЩИЩЕН С ОЦЕНКОЙ

РУКОВОДИТЕЛЬ

должность, уч. степень, звание	подпись, дата	инициалы, фамилия

Отчет о лабораторной работе №4

Генетическое программирование

По дисциплине: Эволюционные методы проектирования программно-информационных систем

РАБОТУ ВЫПОЛНИЛ

СТУДЕНТ ГР. № _____ _____ _____

подпись, дата | инициалы, фамилия

Санкт-Петербург 2024

Цель работы:
Решение задачи символьной регрессии. Графическое отображение результатов оптимизации.

Вариант:
Вид функции, Кол-во пер-ых N, Промежуток исследования

14	fGold(x1,x2)=[1+(x1+x2+1)^2·(19-14·x1+3·x1^2-14·x2+6·x1·x2+3·x2^2)]·[30+(2·x1-3·x2)^2·(18-32·x1+12·x1^2+48·x2-36·x1·x2+27·x2^2)]	2	-2<=x(i)<=2, i=1:2.

Вид функции: fGold(x1,x2)=[1+(x1+x2+1)^2·(19-14·x1+3·x1^2-14·x2+6·x1·x2+3·x2^2)]·[30+(2·x1-3·x2)^2·(18-32·x1+12·x1^2+48·x2-36·x1·x2+27·x2^2)]
Кол-во пер-ых N: 2
Промежуток исследования: -2 <= x(i) <= 2, i=1:2

Задание:
1. Разработать эволюционный алгоритм, реализующий ГП для нахождения заданной по варианту функции (таб. 4.1).
- Структура для представления программы – древовидное представление.
- Терминальное множество: переменные x1, x2, x3, …, xn, и константы в соответствии с заданием по варианту.
- Функциональное множество: +, -, *, /, abs(), sin(), cos(), exp(), возведение в степень,
- Фитнесс-функция – мера близости между реальными значениями выхода и требуемыми.
2. Представить графически найденное решение на каждой итерации.
3. Сравнить найденное решение с представленным в условии задачи.

Общий алгоритм генетического программирования
Таким образом, для решения задачи с помощью ГП необходимо
выполнить описанные выше предварительные этапы:
1) Определить терминальное множество;
2) Определить функциональное множество;
3) Определить фитнесс-функцию;
4) Определить значения параметров, такие как мощность популяции, максимальный размер особи, вероятности кроссинговера и мутации, способ отбора родителей, критерий окончания эволюции (например, максимальное число поколений) и т. п. После этого можно разрабатывать непосредственно сам эволюционный алгоритм, реализующий ГП для конкретной задачи. Например, решение задачи на основе ГП можно представить следующей последовательностью действий.
1) установка параметров эволюции;
2) инициализация начальной популяции;
3) t: = 0;
4) оценка особей, входящих в популяцию;
5) t: = t+1;
6) отбор родителей;
7) создание потомков выбранных пар родителей – выполнение оператора кроссинговера;

8) мутация новых особей;
9) расширение популяции новыми порожденными особями;
10) сокращение расширенной популяции до исходного размера;
11) если критерий останова алгоритма выполнен, то выбор лучшей особи в конечной популяции – результат работы алгоритма.
Иначе переход на шаг 4.

Выполнение:

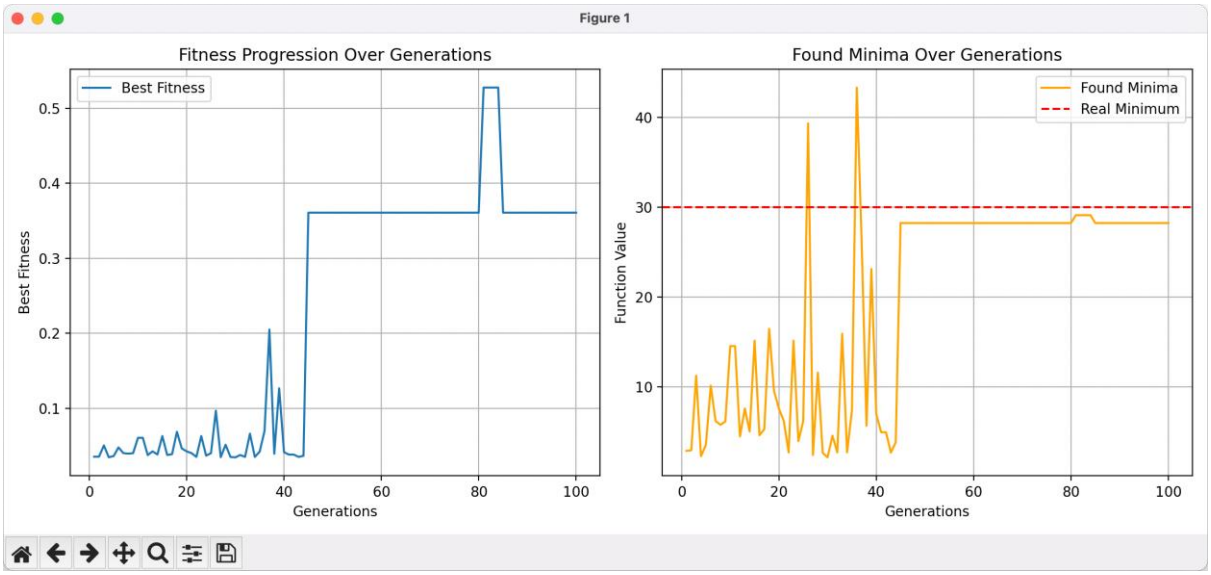
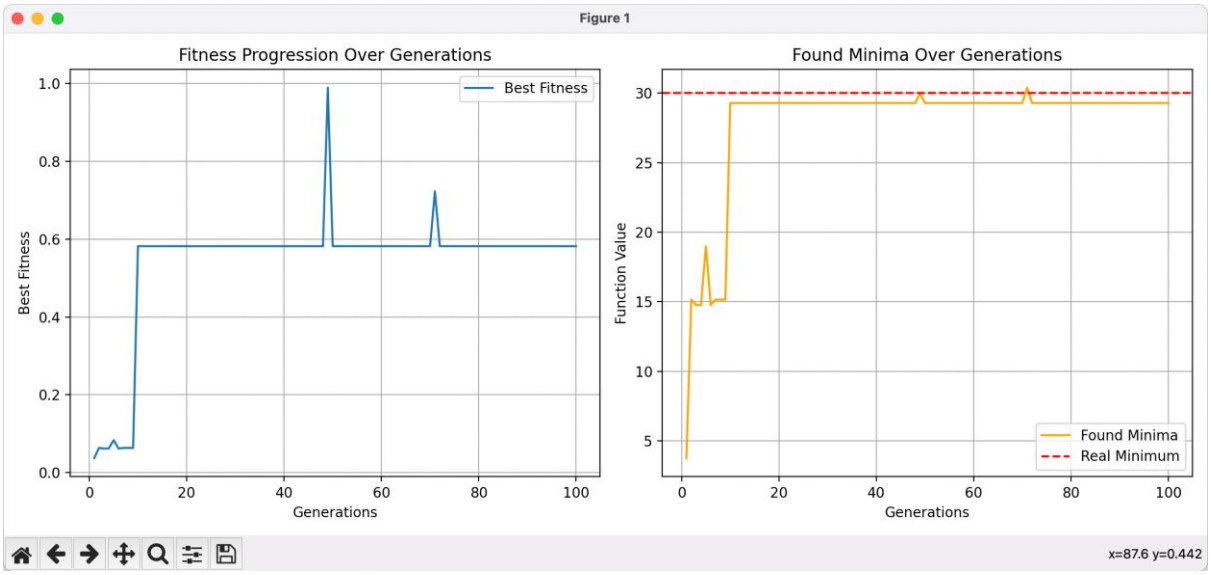
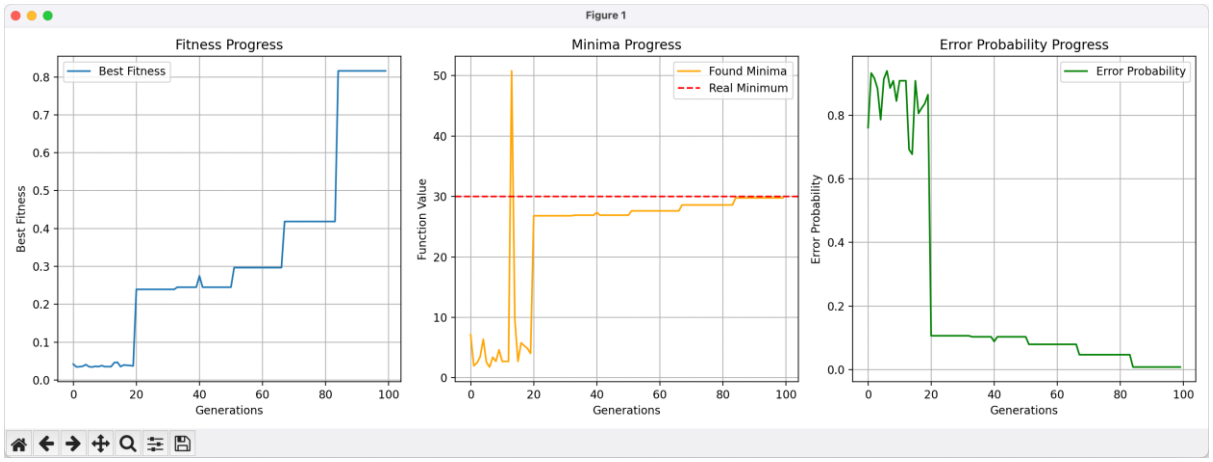


Рисунок 1 – вывод графиков

Рисунок 2 – вывод в виде дерева



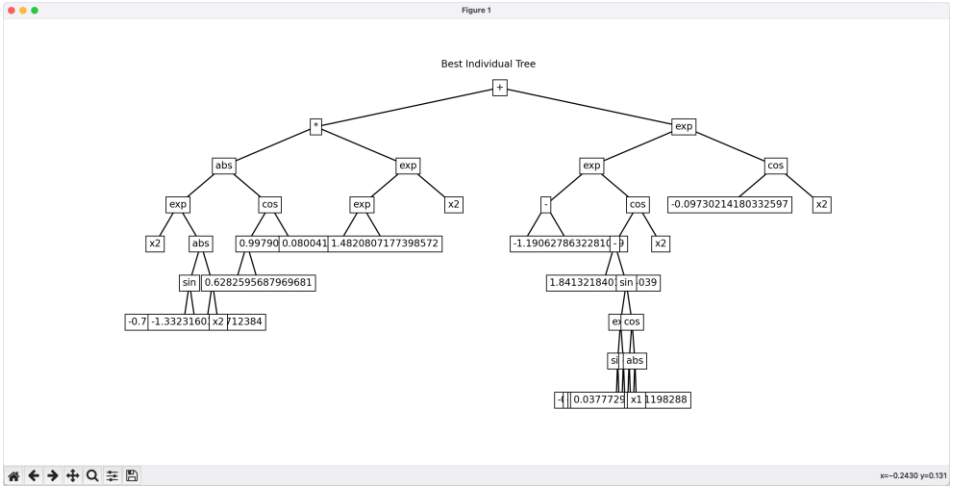


Best Overall Individual (Generation 85):

```
'+'
 '*'
  'abs'
   'exp'
    'x2'
    'abs'
     'sin'
      -0.7531380587091716
      'x1'
     '*'
      -1.3323160353712384
      'x2'
   'cos'
    '+'
     'x1'
     0.6282595687969681
    0.9979052314445584
  'exp'
   'exp'
    0.08004173460355135
    1.4820807177398572
   'x2'
 'exp'
  'exp'
   '-'
    'x2'
    -1.1906278632281069
   'cos'
    '-'
     1.8413218401674039
     'sin'
      'exp'
       'sin'
        -0.35611662399340727
```

```
          'x1'
        '-'
          -1.3387244547163046
          0.4513238340182508
      'cos'
       '/'
        'x2'
        0.03777299421198288
       'abs'
        'x2'
        'x1'
   'x2'
'cos'
  -0.09730214180332597
  'x2'
```

Best Overall Value: 29.7744
Best Overall Fitness: 0.8160



1. Импорт библиотек

- **random**: Для генерации случайных чисел.
- **numpy**: Для выполнения математических операций.
- **matplotlib.pyplot**: Для визуализации графиков.
- **scipy.optimize**: Для нахождения реального минимума функции.

2. Настройки параметров алгоритма

- Определяются параметры генетического алгоритма, такие как количество поколений, размер популяции, максимальная глубина дерева и вероятность мутации.

3. Определение функции fGold

- **fGold(x1, x2)**: Определяет целевую функцию, которую нужно минимизировать. Функция имеет сложную формулу и зависит от двух переменных x_1 и x_2.

4. Поиск реального минимума функции

- **find_real_minimum()**: Использует метод minimize из scipy для нахождения реального минимума функции fGold в заданных границах.

5. Класс узла дерева Node

- Определяет структуру для представления узлов в дереве (дерево решений), включая методы для оценки выражений, построенных из узлов.

6. Генерация случайного дерева

- **generate_tree(max_depth, current_depth=0)**: Рекурсивно создает случайное дерево заданной глубины, используя случайные функции и значения.

7. Оценка фитнеса особи

- **fitness(individual, real_minimum)**: Вычисляет “фитнес” (качество) индивидуумов в популяции на основе того, насколько близко их оценка к реальному минимуму.

8. Вероятность ошибки

- **error_probability(found_value, real_minimum)**: Рассчитывает вероятность ошибки, определяя, насколько найденное значение отличается от реального минимума.

9. Отбор родителей

- **select_parents(population, real_minimum)**: Выбирает двух родителей из популяции на основе их фитнеса с использованием вероятностного отбора.

10. Кроссинговер

- **crossover(parent1, parent2)**: Создает двух детей, комбинируя части генетического материала (дерева) родителей.

11. Мутация

- **mutate(individual, max_depth)**: Случайным образом изменяет индивидуум, создавая новое дерево, если происходит мутация.

12. Визуализация дерева

- **plot_tree(node, pos, level, delta_x, ax)**: Рекурсивно визуализирует дерево, создавая графическое представление структуры узлов.

13. Основной алгоритм генетического программирования

- **genetic_programming()**: Основная функция, реализующая генетический алгоритм. Она инициализирует популяцию, проводит эволюцию через отбор, кроссинговер и мутацию, а также отслеживает прогресс, фитнес и вероятности ошибок для каждой генерации.

14. Вывод результатов

- После завершения всех поколений выводится информация о наилучшем индивидууме и его фитнесе, а также строятся графики для визуализации прогресса и наилучшего дерева.

15. Запуск программы

- Вся логика генетического программирования выполняется при запуске скрипта, вызывая функцию genetic_programming().

Выводы:

В данной работе был реализован алгоритм генетического программирования для поиска минимума функции, используя деревья для представления математических выражений. Проведён анализ полученных решений, где удалось найти выражение, приближающееся к реальному минимуму функции, что подтвердило эффективность использованного подхода и его потенциал для решения задач оптимизации в различных областях.

Код программы:

```
import random
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.optimize import minimize

# Параметры алгоритма
params = {
   'generations': 100,       # Количество поколений
   'population_size': 300,   # Размер популяции
   'max_depth': 8,           # Максимальная глубина дерева
   'mutation_chance': 0.7    # Вероятность мутации
}

# Функция для оценки (первоначальная функция)
def fGold(x1, x2):
   return (1 + (x1 + x2 + 1)**2 * (19 - 14*x1 + 3*x1**2 - 14*x2 + 6*x1*x2 + 3*x2**2)) * \
```

```
        (30 + (2*x1 - 3*x2)**2 * (18 - 32*x1 + 12*x1**2 + 48*x2 - 36*x1*x2 + 27*x2**2))

# Поиск реального минимума функции
def find_real_minimum():
    bounds = [(-2, 2), (-2, 2)]
    result = minimize(lambda x: fGold(x[0], x[1]), [0, 0], bounds=bounds)
    return result.fun, result.x

# Класс для узла дерева
class Node:
    def __init__(self, value, left=None, right=None):
        self.value = value
        self.left = left
        self.right = right

    def evaluate(self, x1, x2):
        if self.value in ['+', '-', '*', '/', 'abs', 'sin', 'cos', 'exp']:
            try:
                left_value = self.left.evaluate(x1, x2) if self.left else None
                right_value = self.right.evaluate(x1, x2) if self.right else None

                if left_value is None or right_value is None:
                    return None  # Пропускаем, если нет значений

                if self.value == '+':
                    return left_value + right_value
                elif self.value == '-':
                    return left_value - right_value
                elif self.value == '*':
                    return left_value * right_value
                elif self.value == '/':
                    if right_value == 0:
                        return None  # Пропускаем деление на 0
                    return left_value / right_value
                elif self.value == 'abs':
                    return abs(left_value)
                elif self.value == 'sin':
                    return np.sin(left_value)
                elif self.value == 'cos':
                    return np.cos(left_value)
                elif self.value == 'exp':
                    return np.exp(left_value)
            except Exception:
                return None  # Возвращаем None при ошибке
        else:
            return float(self.value) if isinstance(self.value, (int, float)) else (x1 if self.value == 'x1'
else x2)
```

```
    def __str__(self, level=0):
        ret = "\t" * level + repr(self.value) + "\n"
        if self.left: ret += self.left.__str__(level + 1)
        if self.right: ret += self.right.__str__(level + 1)
        return ret

# Генерация случайного дерева
def generate_tree(max_depth, current_depth=0):
    if current_depth < max_depth and random.random() > 0.5:
        # Генерация внутреннего узла
        func = random.choice(['+', '-', '*', '/', 'abs', 'sin', 'cos', 'exp'])
        left = generate_tree(max_depth, current_depth + 1)
        right = generate_tree(max_depth, current_depth + 1)
        return Node(func, left, right)
    else:
        # Генерация терминала (переменные или константы)
        return Node(random.choice([random.uniform(-2, 2), 'x1', 'x2']))

# Оценка фитнеса особи
def fitness(individual, real_minimum):
    output = individual.evaluate(0, 0)  # Используем 0, 0 как заглушку
    if output is None:  # Проверяем на None
        return 0
    # Стремимся к реальному минимуму (30)
    return 1 / (1 + abs(output - real_minimum))

# Отбор родителей
def select_parents(population, real_minimum):
    weights = [fitness(ind, real_minimum) for ind in population]
    return random.choices(population, weights=weights, k=2)

# Кроссинговер
def crossover(parent1, parent2):
    # Обмен поддеревьями
    child1 = Node(parent1.value)
    child2 = Node(parent2.value)

    child1.left, child1.right = parent1.left, parent2.right
    child2.left, child2.right = parent2.left, parent1.right
    return child1, child2

# Мутация
def mutate(individual, max_depth):
    if random.random() < params['mutation_chance']:  # Шанс мутации
        return generate_tree(max_depth)  # Генерируем новое дерево
    return individual  # Если мутация не произошла, возвращаем оригинал

# Основной алгоритм генетического программирования
```

```
def genetic_programming():
    population = [generate_tree(params['max_depth']) for _ in
range(params['population_size'])]
    best_fitnesses = []
    found_minima = []

    # Находим реальный минимум
    real_minimum, _ = find_real_minimum()
    print(f"Real Minimum Value: {real_minimum}")

    # Переменные для хранения наилучшего индивидуума
    best_overall_individual = None
    best_overall_fitness = 0

    for generation in range(params['generations']):
        new_population = []
        for _ in range(params['population_size'] // 2):
            parent1, parent2 = select_parents(population, real_minimum)
            child1, child2 = crossover(parent1, parent2)
            new_population.extend([mutate(child1, params['max_depth']), mutate(child2,
params['max_depth'])])

        population = new_population

        # Находим лучший фитнес в текущем поколении
        best_individual = max(population, key=lambda ind: fitness(ind, real_minimum))
        found_minima.append(best_individual.evaluate(0, 0))  # Вычисляем значение
функции
        best_fitness = fitness(best_individual, real_minimum)
        best_fitnesses.append(best_fitness)

        # Обновляем наилучшего индивидуума за все поколения
        if best_fitness > best_overall_fitness:
            best_overall_fitness = best_fitness
            best_overall_individual = best_individual

        # Выводим древовидное представление лучшего индивидуума
        print(f"\nGeneration {generation + 1}: Best Fitness = {best_fitness:.4f}, Best Value =
{found_minima[-1]:.4f}")
        print("Best Individual Tree Structure:")
        print(best_individual)

    # Вывод наилучшего результата из всех поколений
    print("\nBest Overall Individual:")
    print(best_overall_individual)
    print(f"Best Overall Value: {best_overall_individual.evaluate(0, 0):.4f}")
    print(f"Best Overall Fitness: {best_overall_fitness:.4f}")
```

```
    # Отображение графиков
    plt.figure(figsize=(12, 5))

    # График 1: Прогресс фитнеса
    plt.subplot(1, 2, 1)
    plt.plot(range(1, params['generations'] + 1), best_fitnesses, label='Best Fitness')
    plt.xlabel('Generations')
    plt.ylabel('Best Fitness')
    plt.title('Fitness Progression Over Generations')
    plt.grid()
    plt.legend()

    # График 2: Найденные минимумы и реальный минимум
    plt.subplot(1, 2, 2)
    plt.plot(range(1, params['generations'] + 1), found_minima, label='Found Minima',
color='orange')
    plt.axhline(real_minimum, color='red', linestyle='--', label='Real Minimum')
    plt.xlabel('Generations')
    plt.ylabel('Function Value')
    plt.title('Found Minima Over Generations')
    plt.grid()
    plt.legend()

    plt.tight_layout()
    plt.show()

# Запуск алгоритма
genetic_programming()
```