КАФЕДРА

ОТЧЕТ
ЗАЩИЩЕН С ОЦЕНКОЙ

ПРЕПОДАВАТЕЛЬ

должность, уч. степень, звание	подпись, дата	инициалы, фамилия

ОТЧЕТ О ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №5

Моделирование линейных/нелинейных объектов. Модели управляемых систем. Детерминированный хаос.

по курсу: Компьютерное моделирование

РАБОТУ ВЫПОЛНИЛ

СТУДЕНТ гр. №		подпись, дата	инициалы, фамилия

Санкт-Петербург 2024

1. Цель работы

Знакомство с элементами синергетического управления применительно к моделям детерминированного хаоса, с принципами организация обратных связей в сложных объектах для достижения режима устойчивости функционирования нелинейного объекта.

2. Ход работы

Часть 1. Ознакомиться со справочными сведениями.

2. Построить графики и фазовые портреты нелинейной модели для устойчивого
и неустойчивого режимов.

3. Разработать программу, реализующую алгоритм управления хаотической
моделью с целью стабилизации объекта в окрестности устойчивого состояния.

4. Получить сравнительные графики управляемой и неуправляемой моделей.

5. Составить и представить преподавателю отчет о работе.

Часть 2.

1. Ознакомиться со справочными сведениями относительно применения дискретных/непрерывных блоков Simulink.

2. 3. 4. Построить модель системы автоматического регулирования в Simulink.

В отчет включить схему и скриншоты окон настроек каждого блока.

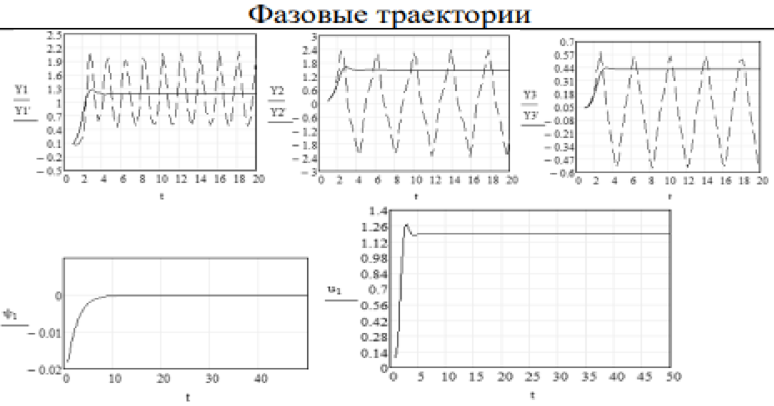
Описать принцип работы блока Линейные системы.

5. Представить необходимые графики.

3. Задание:

Вариант 14 - Блок заданий 3

Блок заданий 3.

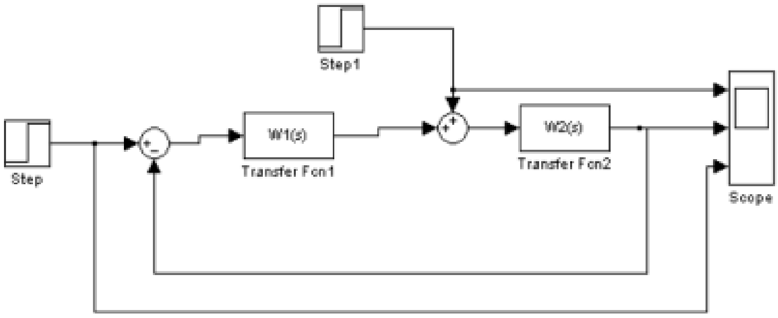
<table>
<tr><th colspan="2">Описание объекта</th><th>Макропеременная. Управление.</th></tr>
<tr><td colspan="2">$\frac{dY_1}{dt} = \alpha Y_2 Y_3 - \gamma Y_1 + u_1;$
$\frac{dY_2}{dt} = \mu(Y_2 + Y_3) - \beta Y_1 Y_3;$
$\frac{dY_3}{dt} = \delta Y_2 - \lambda Y_3,$</td><td>$\psi_1(t) = Y_1 - \rho Y_2,$
$u_1 = \gamma Y_1 - \alpha Y_2 Y_3 + \rho(\mu(Y_2 + Y_3) - \beta Y_1 Y_3) - \frac{\psi_1(t)}{T_1}.$
Получить систему управления.
Выбором параметра T_1 можно разные формы переходных процессов.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Построить траектории с управлением и без (графики $Y_i(t), i = 1,2,3$ от времени), график управления, макропеременной и фазовый портрет.</td></tr>
<tr><td>Вариант</td><td></td><td>Фазовые траектории</td></tr>
<tr><td>11</td><td>$\alpha = 5,\ \beta = 8,$
$\gamma = 1.9,\ \mu = 2.1,$
$\lambda = 3.16,\ \delta = 0.9$</td><td rowspan="5">
Указать, где находят применение данный тип модели (Лоренца).</td></tr>
<tr><td>12</td><td>$\alpha = 4,\ \beta = 9,$
$\gamma = 1.7,\ \mu = 2.2,$
$\lambda = 3.12,\ \delta = 0.7$</td></tr>
<tr><td>13</td><td>$\alpha = 3,\ \beta = 8,$
$\gamma = 1.8,\ \mu = 2.4,$
$\lambda = 3.10,\ \delta = 0.7$</td></tr>
<tr><td>14</td><td>$\alpha = 2,\ \beta = 6,$
$\gamma = 1.5,\ \mu = 2.0,$
$\lambda = 3.16,\ \delta = 0.9$</td></tr>
<tr><td>15</td><td>$\alpha = 5,\ \beta = 6,$
$\gamma = 1.3,\ \mu = 2.5,$
$\lambda = 3.16,\ \delta = 0.9$</td></tr>
</table>

Часть 2.

1. Собрать схему.

Вариант 13	Вариант 14	Вариант 15	Вариант 16	Вариант 17
$W_1(s)$~100; $W_2(s)$~$1/(0.1s^2+s+1)$	$W_1(s)$~20; $W_2(s)$ ~$0.3/(3s^2+s+1)$	$W_1(s)$~40; $W_2(s)$ ~ $0.4/(2s^2+s+1)$	$W_1(s)$~35; $W_2(s)$ ~$1/(6s^2+2s+1)$	$W_1(s)$~60; $W_2(s)$~$1/(0.04s^2+0.1s+1)$

2. Установить возмущение равным нулю и снять переходную характеристику по задающему воздействию. По полученному графику оценить показатели качества системы. Изменить значение статического коэффициента $W_1(s)$ в 10 раз в большую и меньшую стороны и для каждого измененного значения получить переходные характеристики и оценки показателей качества. Сравнить.



Часть 1.

1. Ознакомиться со справочными сведениями.
2. Построить графики и фазовые портреты нелинейной модели для устойчивого и неустойчивого режимов.
3. Разработать программу, реализующую алгоритм управления хаотической моделью с целью стабилизации объекта в окрестности устойчивого состояния.
4. Получить сравнительные графики управляемой и неуправляемой моделей.
5. Составить и представить преподавателю отчет о работе.

Часть 2.

1. Ознакомиться со справочными сведениями относительно применения дискретных/непрерывных блоков Simulink.
2. Построить модель системы автоматического регулирования в Simulink.
3. В отчет включить схему и скриншоты окон настроек каждого блока.
4. Описать принцип работы блока Линейные системы.
5. Представить необходимые графики.

4. Выполнение задания:

В данной лабораторной работе мы занимаемся выводом и настройкой управления сложной нелинейной динамической модели системы.

Объект модели описывается системой Лоренца.

$$\frac{dY_1}{dt} = \alpha Y_2 Y_3 - \gamma Y_1 + u_1$$

$$\frac{dY_2}{dt} = \mu(Y_2 + Y_3) - \beta Y_1 Y_3$$

$$\frac{dY_3}{dt} = \delta Y_2 - \lambda Y_3$$

Где:

Y 1 ,Y 2 ,Y 3 — переменные состояния системы.

α , β , γ , δ , μ , λ — параметры системы.

u — управляющее воздействие.

Для нахождения наиболее эффективного управления нужно вывести функцию u, чтобы целевая переменная модели устремлялась к нулю:

$$\psi_1(t) = Y_1 - \rho Y_2 \to 0$$

Для этого требуется решить задачу нахождения экстремума функционала целевого признака. Будем делать это через уравнение Эйлера-Лагранжа:

$$T\dot{\psi} + \psi = 0$$

$$\Phi(\psi) = \int_0^{\infty} (\psi^2 + \mathrm{T}^2\dot{\psi}^2)dt \underset{u}{\to} min$$

$$T\dot{\psi}(t) + \psi(t) = T(Y_1 - \rho Y_2)' + \psi_1$$

$$= T(\alpha Y_2 Y_3 - \gamma Y_1 + u_1 - \rho(\mu(Y_2 + Y_3) - \beta Y_1 Y_3)) + \psi_1 = 0$$

$$T(\alpha Y_2 Y_3 - \gamma Y_1 + u_1 - \rho(\mu(Y_2 + Y_3) - \beta Y_1 Y_3)) + \psi_1 = 0$$

$$\Rightarrow u_1 = \gamma Y_1 - \alpha Y_2 Y_3 + \rho(\mu(Y_2 + Y_3) - \beta Y_1 Y_3) - \psi_1 T^{-1}$$

4.1. **Реализация модели в Simulink.**

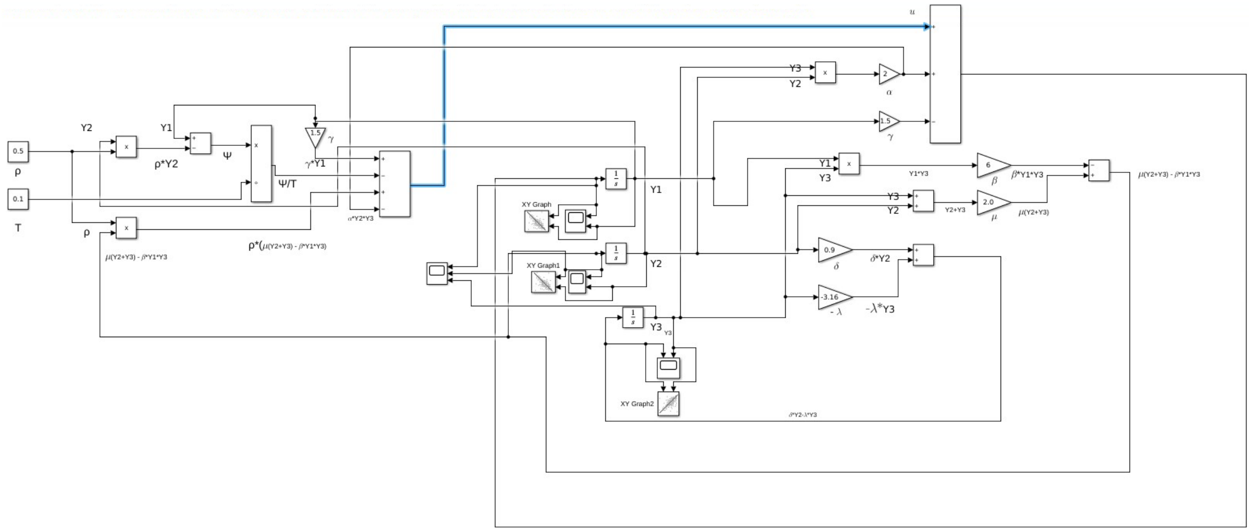


Рисунок 1 – Схема модели

В ходе выполнения работы были построены графики и фазовые портреты модели с помощью схемы, реализованной в MATLAB Simulink.

При заданных по варианту параметрах получаются следующие фазовые траектории и портреты. Портеры для модели с/без управления получались путем подключения/отключения линии блока управления отмеченным u на схеме.

Параметр T в выражении для управления u существенно влияет на динамику системы, определяя её быстродействие и устойчивость.

Малые значения T: Система демонстрирует быструю реакцию на изменения макропеременной ψ и оперативно компенсирует отклонения. Однако из-за повышенной чувствительности возможно возникновение колебаний или даже потеря устойчивости.

Большие значения T: Система становится инертной, что приводит к замедленной реакции, увеличению времени переходного процесса и удлинению времени достижения стабильного состояния

В рамках программы Т эмпирически подобран и равен 0.1,

Р равен 0.5,

С управлением:

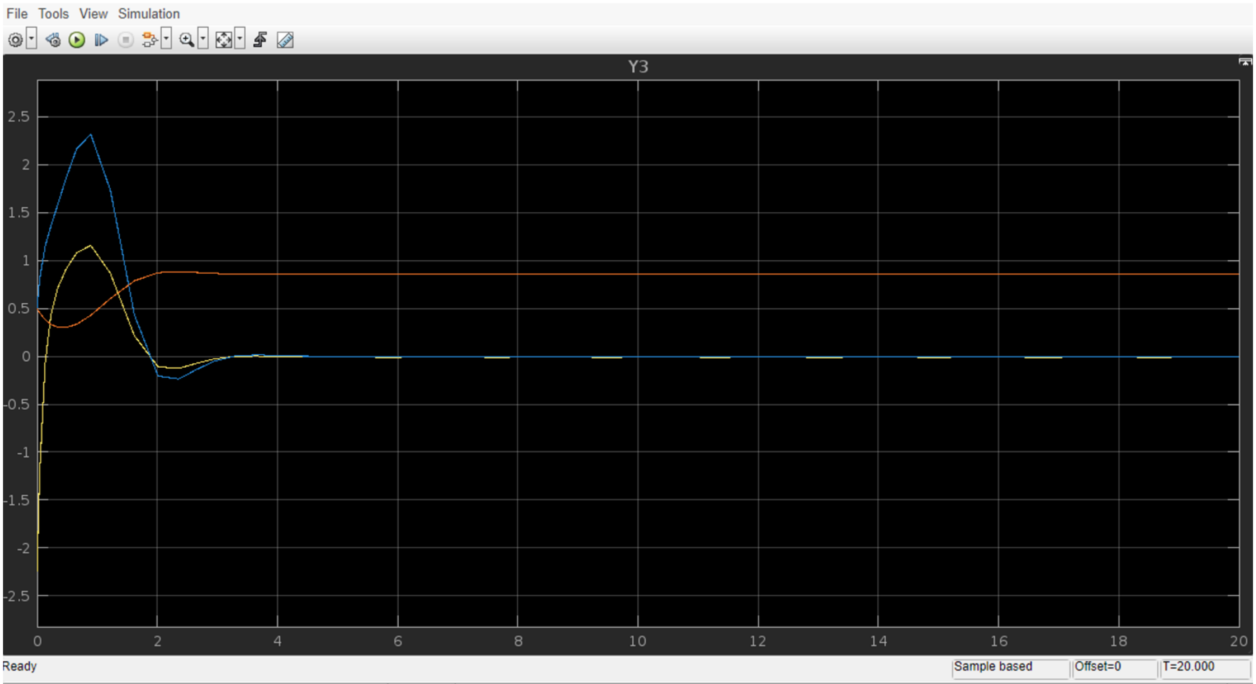


Рисунок 2 – Фазовые траектории Y1 Y2 Y3

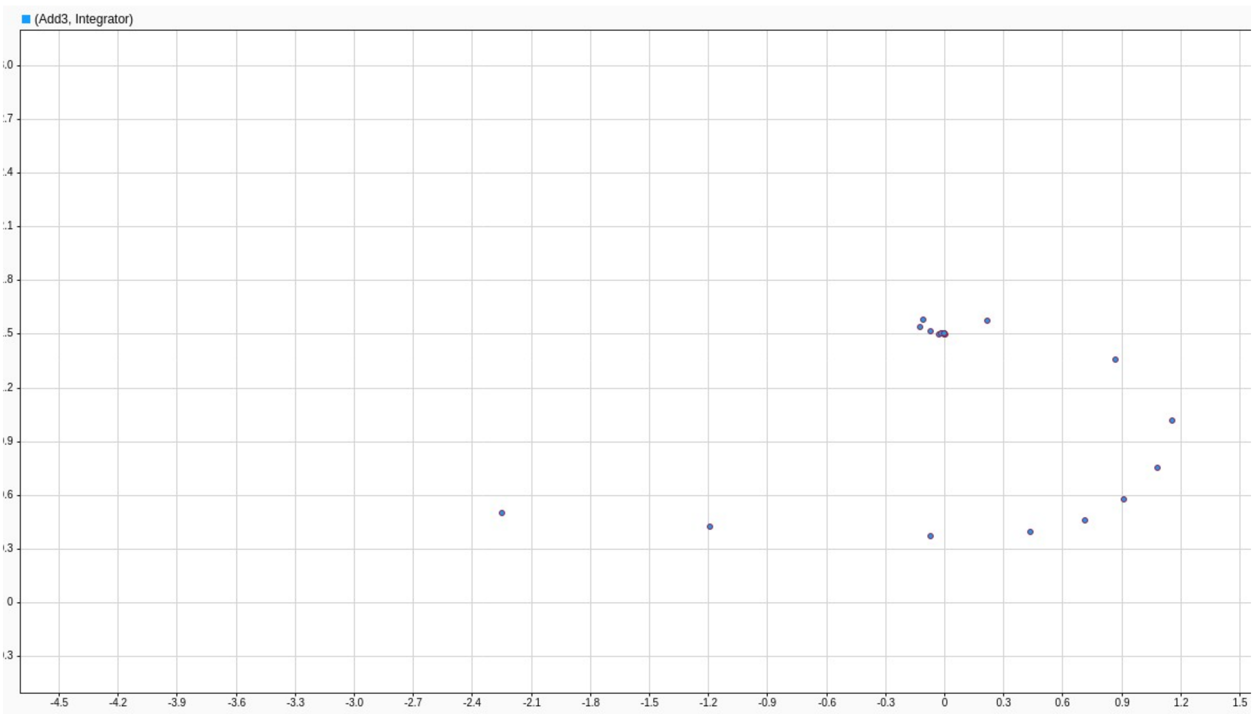


Рисунок 3 – Фазовый портрет

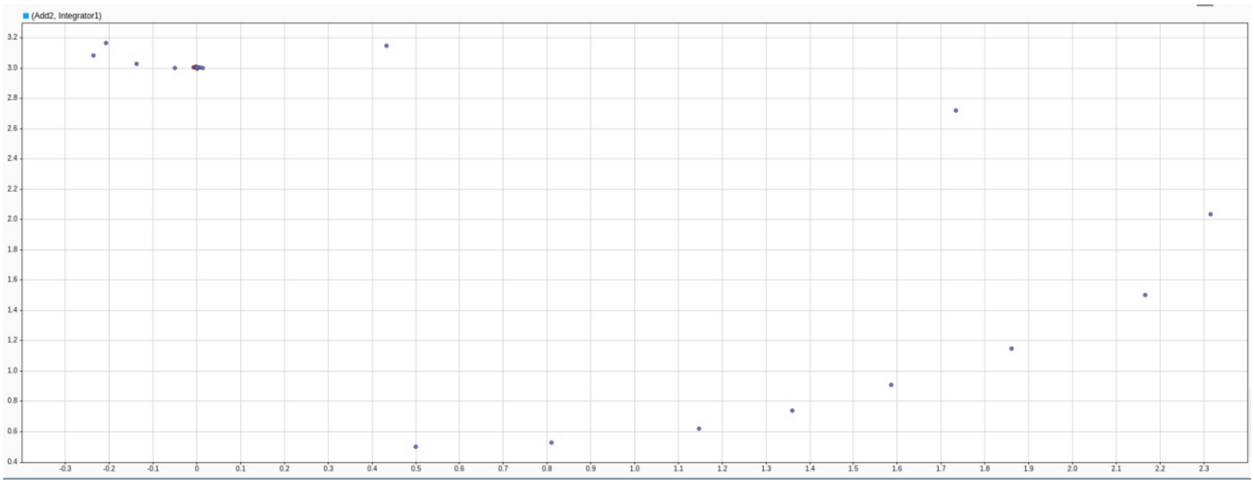


Рисунок 4 – Фазовый портрет

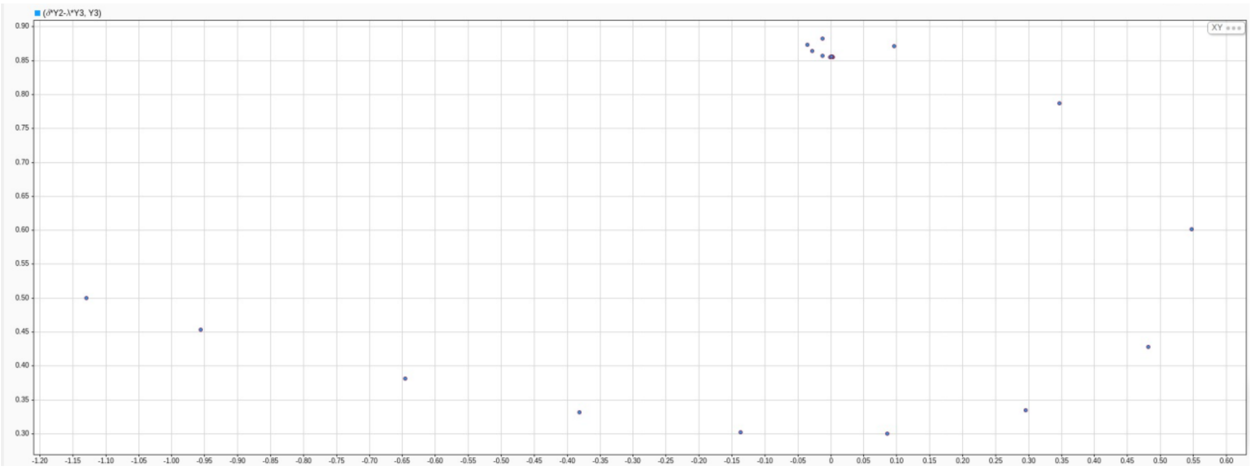


Рисунок 5 – Фазовый портрет

Без управления:

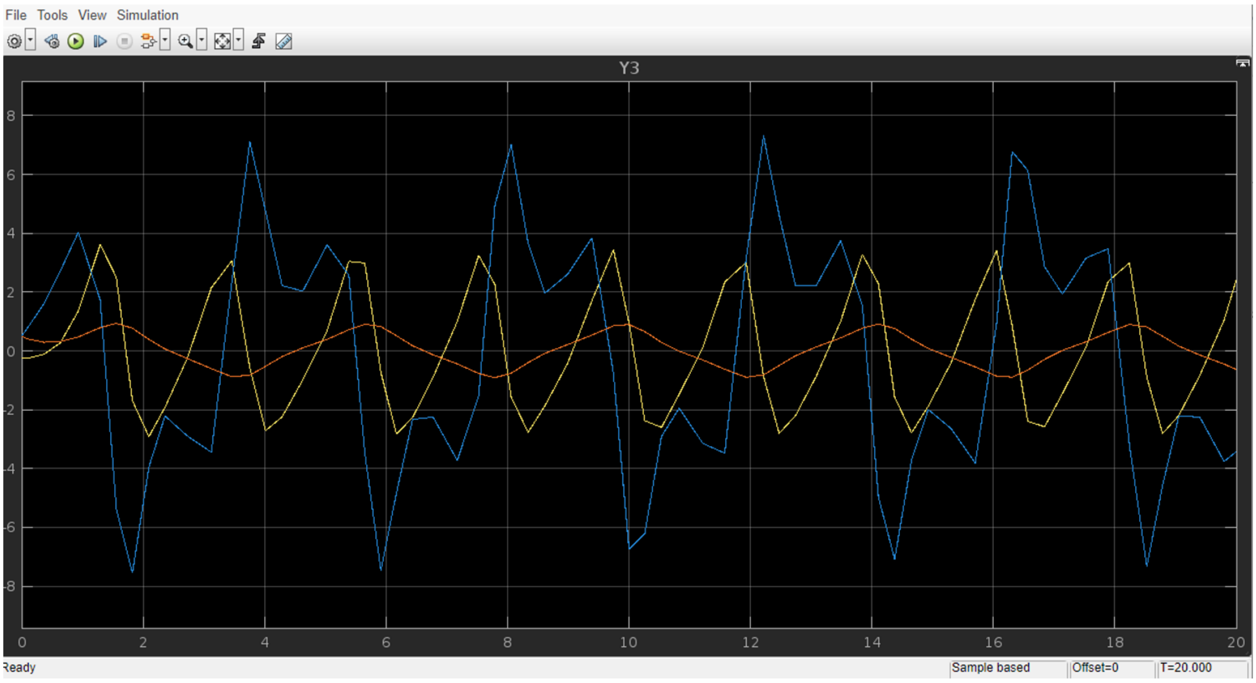


Рисунок 6 – Фазовые траектории Y1 Y2 Y3

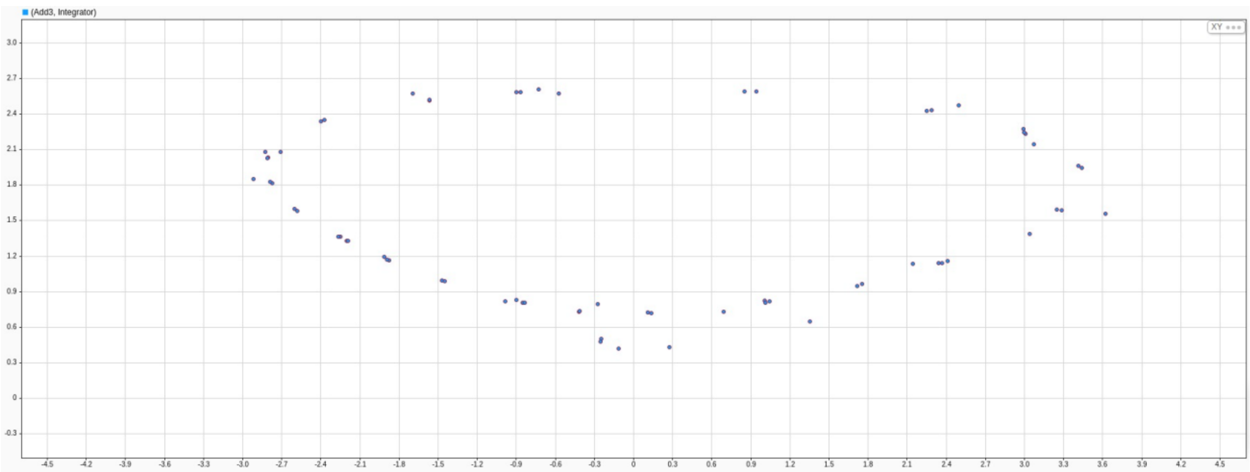


Рисунок 7 – Фазовый портрет

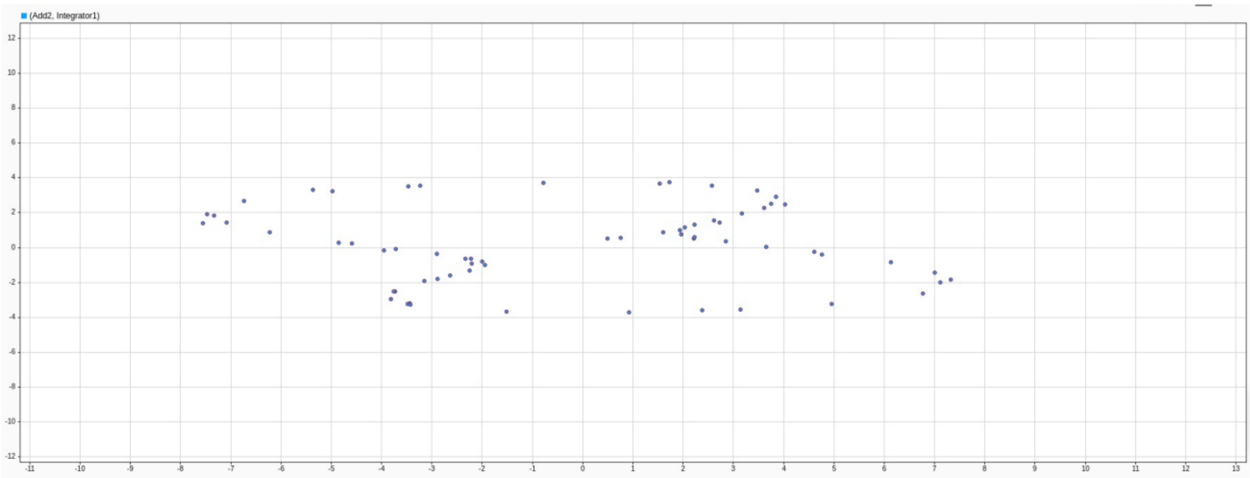


Рисунок 8 – Фазовый портрет

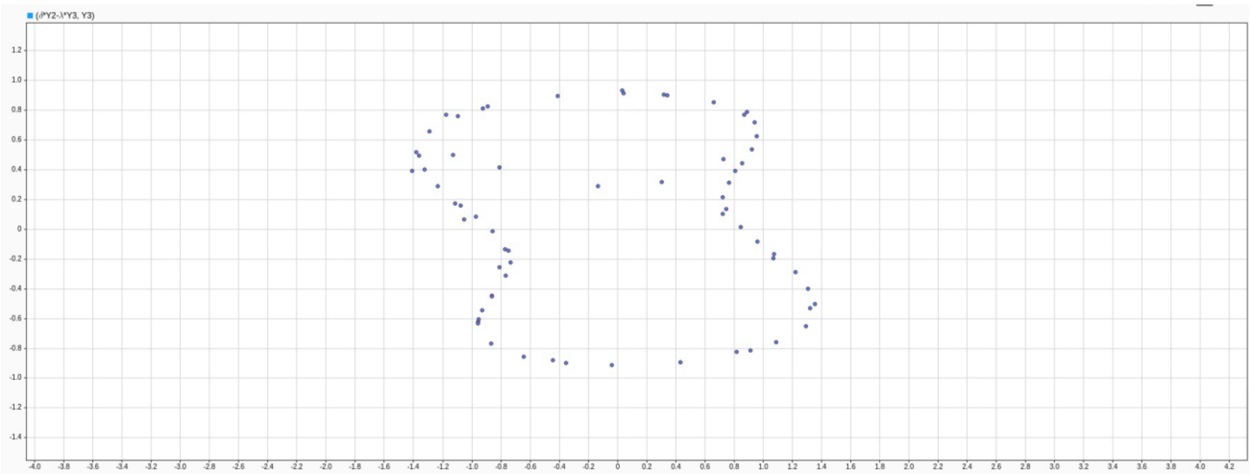


Рисунок 9 – Фазовый портрет

Разработана программа, реализующая алгоритм управления хаотической моделью.

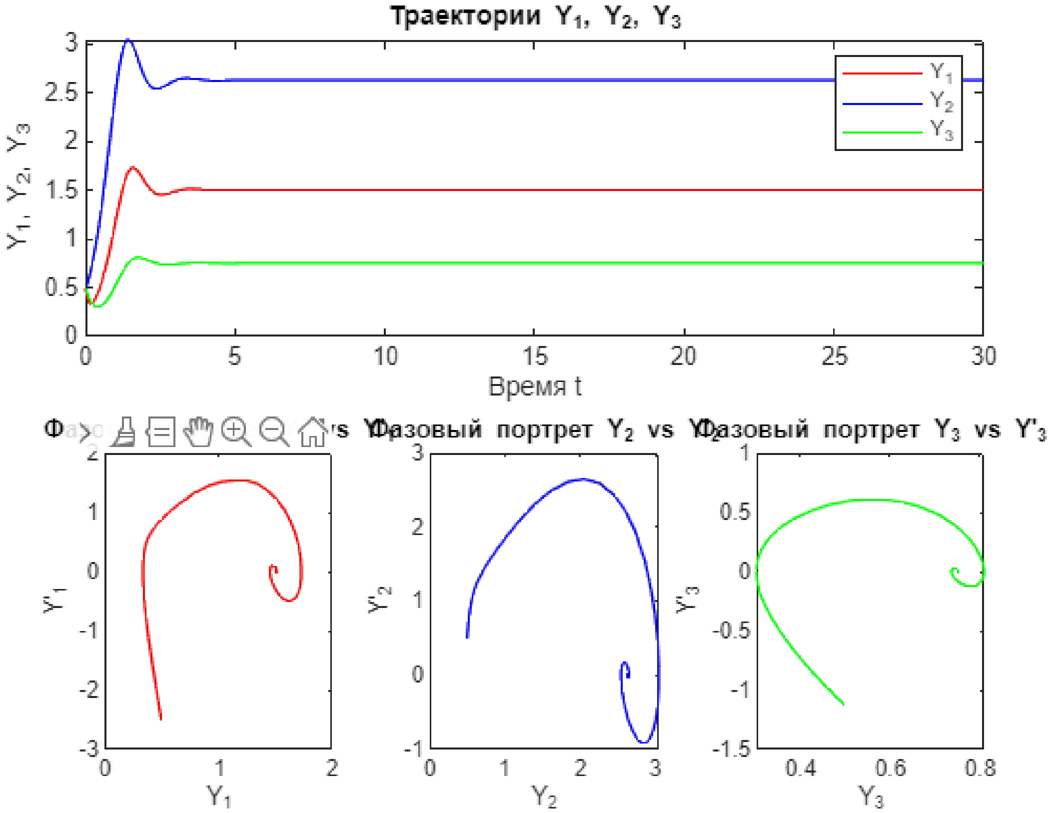


Рисунок 10 – Траектория и фазовый портрет

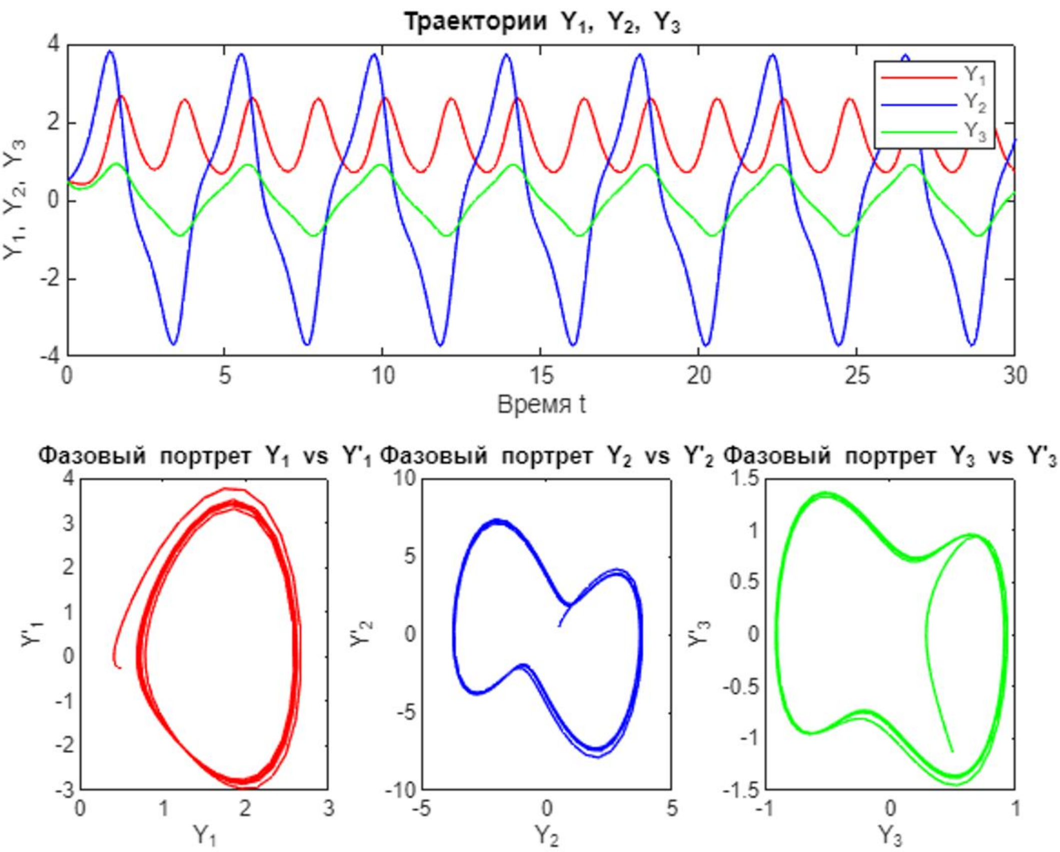


Рисунок 11 – Траектория и фазовый портрет

4.2. **Реализация автоуправления в Simulink.**

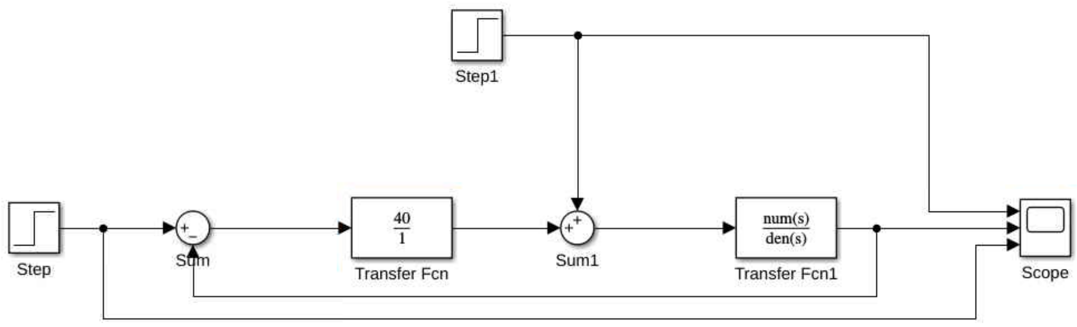


Рисунок 12 – Схема

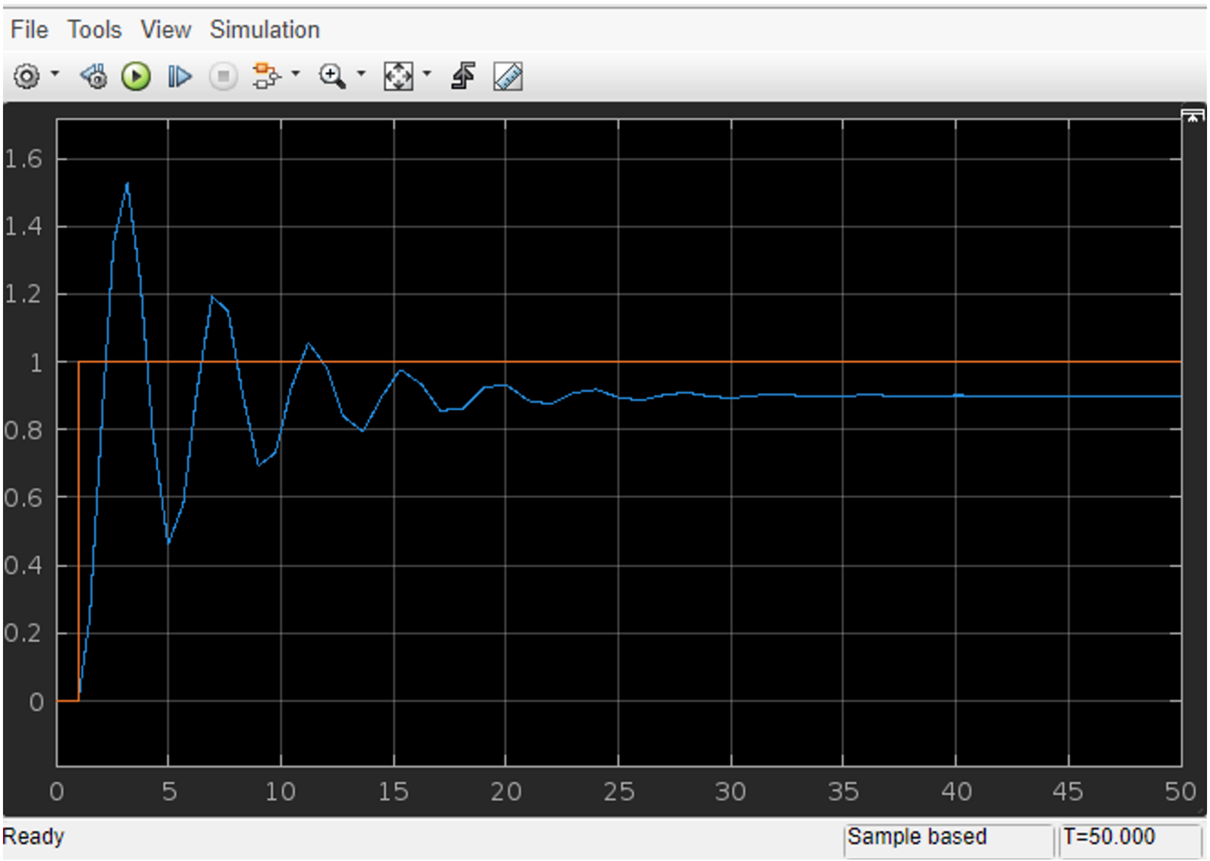


Рисунок 13 – Фазовая траектория

Значение перерегулирования довольно большое:

$$\sigma \approx \frac{1{,}57 - 0{,}9}{0{,}9} * 100\% \approx 67\%$$

Согласно заданию, убираем возмущение.

Система быстро справляется с поступающим возмущением, поэтому после его отключения не сильно изменяется получаемый график. Однако, если бы возмущение было большим, то после его отключения отклик системы стал бы более стабильным, амплитуда колебаний и перерегулирование снизились, а установившееся значение, достигалось быстрее.

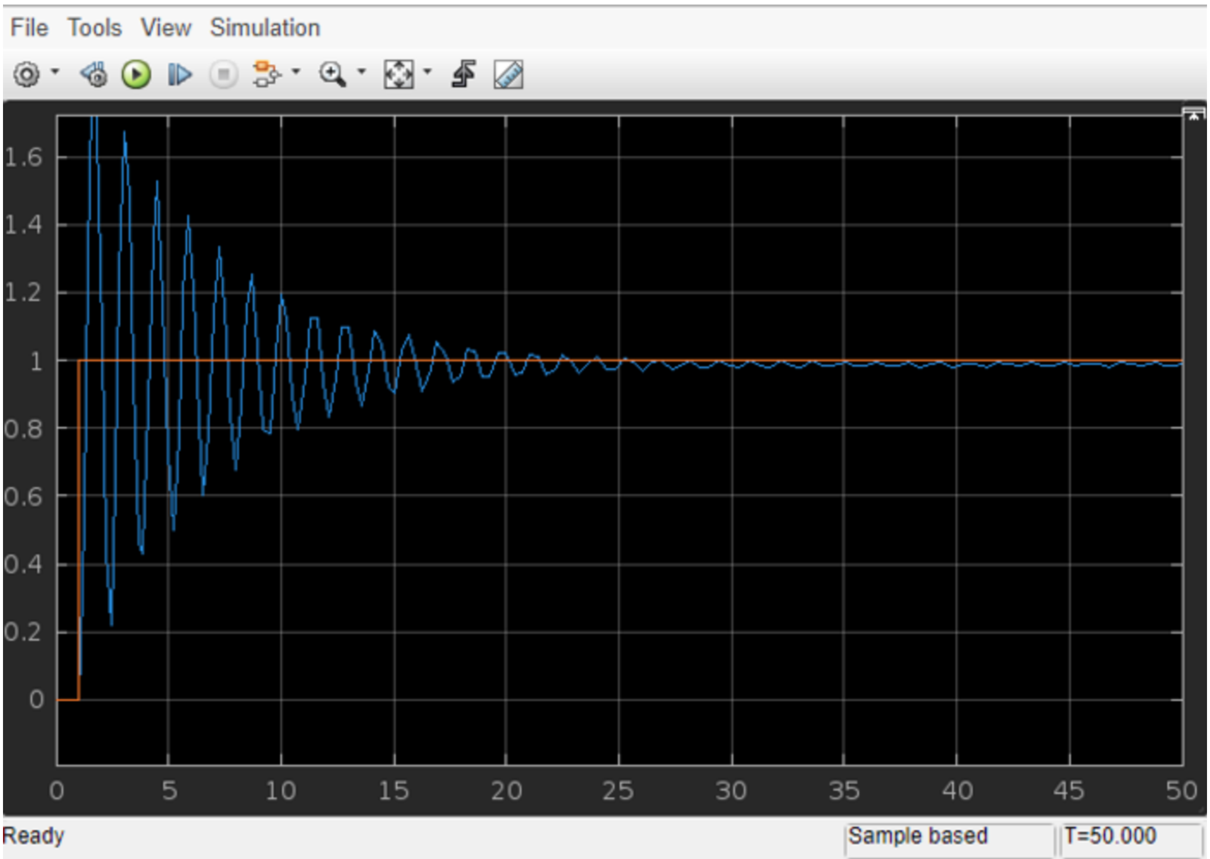


Рисунок 14 – Фазовая траектория

Изменяем значение статического коэффициента $W_1(s)$ на 200 - в 10 раз больше. Значение перерегулирования очень велико:

$$\sigma \approx \frac{1{,}6 - 1}{1} * 100\% \approx 60\%$$

Значительное значение коэффициента $W_1(s)$ вызывает высокую амплитуду колебаний на начальном этапе, при этом колебания устраняется медленно, хотя их амплитуда постепенно снижается до достижения стационарного состояния. Увеличение коэффициента $W_1(s)$ также повышает частоту и амплитуду колебаний, что приводит к более резкому переходному процессу.

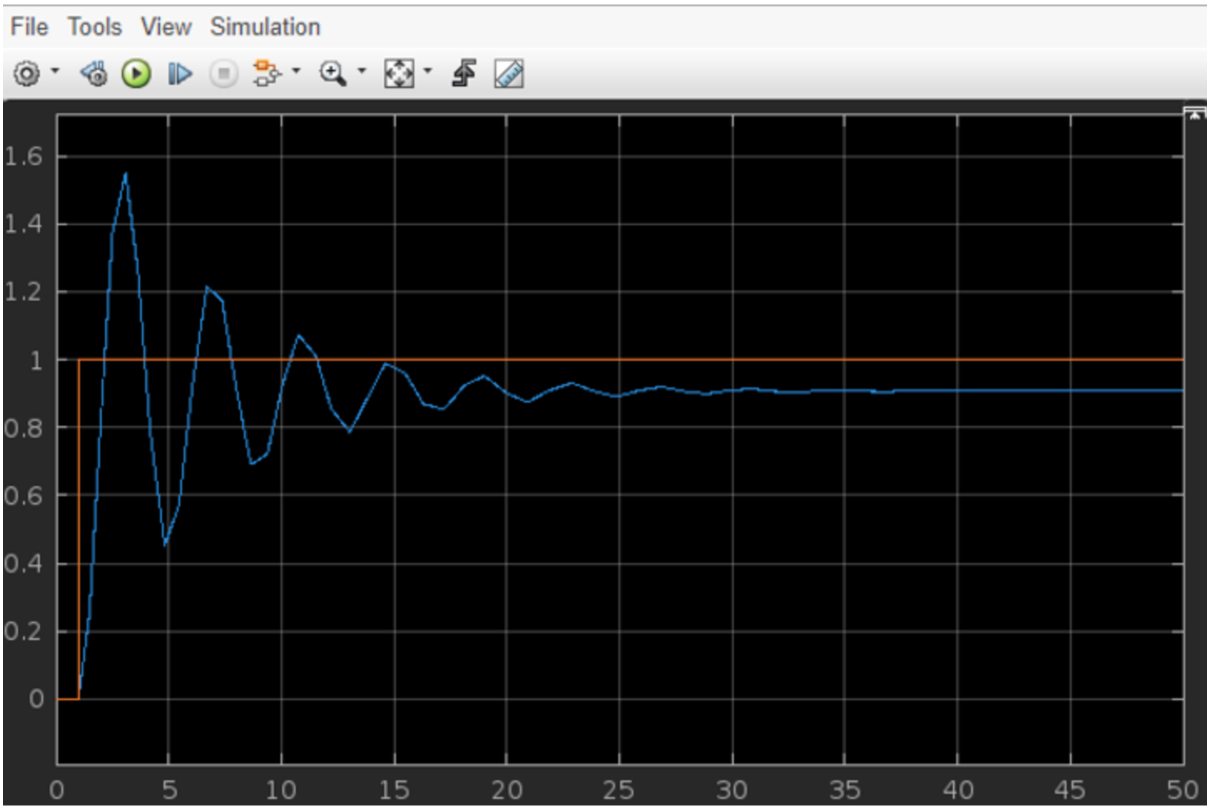


Рисунок 15 – Фазовая траектория

Изменяем значение статического коэффициента $W_1(s)$ на 2 - в 10 раз меньше. Значение перерегулирования значительно ниже, чем у предыдущих вариантов:

$$\sigma \approx \frac{1{,}2 - 0{,}75}{0{,}58} * 100\% \approx 45\%$$

Небольшое значение коэффициента $W_1(s)$ обеспечивает мягкий и быстрый переходный процесс, позволяя системе быстро достичь стационарного состояния с минимальными колебаниями. При этом повышается устойчивость системы и снижается вероятность возникновения высокоамплитудных колебаний.

5. Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы были применены элементами синергетического управления к моделям детерминированного хаоса.

В первой части задания было проанализировано поведение системы при изменении параметров уравнений, которое варьировалось от устойчивого до пограничного устойчивого в зависимости от значений параметров.

- Влияние параметра T:

При слишком большом значении ($T \geq 100$) система становится инертной и реагирует с задержкой, что может быть полезно при медленных изменениях. С другой стороны, слишком малое значение ($T \leq 0.001$) вызывает мгновенную реакцию системы, но с чрезмерной интенсивностью, что приводит к эффекту перерегулирования, когда управление становится источником нестабильности.

Оптимальное значение T должно быть балансом между быстротой реакции и устойчивостью.

Во второй части задания, была работа с автоуправлением. Было проведено эмпирическое исследование. После отключения источника возмущения, система чуть быстрее достигала стационарного состояния.

- Коэффициент $W_1(s)$ влиял на амплитуду и частоту колебаний в переходном процессе:

При увеличении $W_1(s)$ до 200 система становилась более резонансной с высокими амплитудами и затяжными переходными процессами

При уменьшении $W_1(s)$ до 2 снижало резонанс и повышало устойчивость, обеспечивая более быстрый выход на стационарное состояние.

Качество систем оценивалось по графику и перерегулированию.

Наилучшие показатели продемонстрировала система с самым малым коэффициентом $W_1(s)=5$: $\sigma \approx (1{,}2-0{,}75)/0{,}58 * 100\% \approx 45\%$, при нём система быстрее достигала стационарного состояния.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Листинг программы для 1-го пункта задания

```
% Параметры системы
alpha = 2;
beta = 6;
gamma = 1.5;
mu = 2.0;
lambda = 3.16;
delta = 0.9;
T1 = 0.1;
rho = 0.5;

% Управляющее воздействие
control = @(Y1, Y2, Y3) Y1 - rho * Y2 - (Y1 - rho * Y2) / T1;



% Система дифференциальных уравнений с управлением
dynamics = @(t, Y) [
    alpha * Y(2) * Y(3) - gamma * Y(1) + control(Y(1), Y(2), Y(3));
   mu * (Y(2) + Y(3)) - beta * Y(1) * Y(3);
    delta * Y(2) - lambda * Y(3)
];

% Система дифференциальных уравнений без управления
dynamics = @(t, Y) [
    alpha * Y(2) * Y(3) - gamma * Y(1);
    mu * (Y(2) + Y(3)) - beta * Y(1) * Y(3);
    delta * Y(2) - lambda * Y(3)
];



% Начальные условия и временной интервал
Y0 = [0.5; 0.5; 0.5];
tspan = [0 30];

% Решение системы
[t, Y] = ode45(dynamics, tspan, Y0);

% Рассчёт производных
```

```
Y_dot = zeros(size(Y));
for i = 1:length(t)
   Y_dot(i, :) = dynamics(t(i), Y(i, :)')';
end

% Построение траекторий и фазовых портретов
figure;



% Траектории Y1, Y2, Y3 от времени
subplot(2, 3, [1, 2, 3]);
plot(t, Y(:, 1), 'r', t, Y(:, 2), 'b', t, Y(:, 3), 'g');
xlabel('Время t');
ylabel('Y_1, Y_2, Y_3');
legend('Y_1', 'Y_2', 'Y_3');
title('Траектории Y_1, Y_2, Y_3');


% Фазовый портрет Y1 vs Y1'
subplot(2, 3, 4);
plot(Y(:, 1), Y_dot(:, 1), 'r');
xlabel('Y_1'); ylabel("Y'_1");
title("Фазовый портрет Y_1 vs Y'_1");


% Фазовый портрет Y2 vs Y2'
subplot(2, 3, 5);
plot(Y(:, 2), Y_dot(:, 2), 'b');
xlabel('Y_2'); ylabel("Y'_2");
title("Фазовый портрет Y_2 vs Y'_2");


% Фазовый портрет Y3 vs Y3'
subplot(2, 3, 6);
plot(Y(:, 3), Y_dot(:, 3), 'g');
xlabel('Y_3'); ylabel("Y'_3");
title("Фазовый портрет Y_3 vs Y'_3");
```