Томский государственный университет

**Физический факультет**

**Кафедра астрономии и космической геодезии**

**ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА**

**(отчет по лабораторным работам)**

**Выполнил:**

**студент гр. № 5\*\***

**Эйв Т.А.**

**Томск – 2014**

**ЗАДАНИЕ 1 на тему «РЕШЕНИЕ СКАЛЯРНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ»**

**Постановка задачи**

Используя метод простых итераций, из уравнения Кеплера  численно получить зависимость  на отрезке  при , а также оценить скорость сходимости метода (количество итераций ) при точности  в зависимости от начального приближения : . Результаты представить графически.

**Алгоритм решения**

Численное решение поставленной задачи реализуется по следующей алгоритмической схеме.

1. Задаем число  и сетку значений для :  . Выбираем значение .
2. Задаем начальное приближение .
3. Уточняем приближения  по схеме простых итераций , где , пока не выполнится условие . В процессе вычислений считаем итерации .
4. Выводим в файл начальное приближение ; численное решение (конечное приближение) ; и количество итераций .
5. Если рассмотрены все значения  на сетке  , то закрываем выходной файл и останавливаем программу; иначе задаем следующее значение  на сетке и возвращаемся к этапу 2.

**Текст программы (Фортран 90)**

program kepler\_solver

! Программа численно определяет зависимость

! эксцентрической аномалии e от средней аномалии dma

! при заданном эксцентриситете ecc путем численного

! решения уравнения Кеплера e-ecc\*sin(e)=dma

! методом простых итераций

! e - эксцентрическая аномалия

! dma - средняя аномалия

! ecc - эксцентриситет орбиты

! err - ошибка приближения

! eps - допустимая ошибка приближения

! itr - номер итерации

implicit real\*8(a-h,o-z)

parameter (pi2=6.283185307179586d0)

parameter (r2d=360d0/pi2,n=1000)

parameter (ecc=0.9d0,eps=1d-12)

! Открываем файл

open(1,file='results.dat')

! Перебираем значения аномалии

do dma=0d0,pi2,pi2/n

e=dma ! Начальное приближение

itr=0 ! Инициализация счетчика

do ! Итерации

itr=itr+1

e\_=dma+ecc\*dsin(e)

err=e-e\_; e=e\_

if(dabs(err)<eps) exit

end do

! Вывод результатов

write(1,\*) dma\*r2d,e\*r2d,itr

end do

close(1) ! Закрываем файл

end program kepler\_solver

**Численные результаты**

Уравнение Кеплера решалось с точностью до  для каждого из значений параметра  на сетке с  при . Численные результаты представлены на рис. 1.

В частности, рисунок показывает, что зависимость эксцентрической аномалии  от средней аномалии  взаимооднозначная. При этом значения аномалий совпадают, когда . Следует также отметить быстрое изменение эксцентрической аномалии  около  и .

 

Рис. 1 — Зависимость численного решения уравнения Кеплера (эксцентрической аномалии) и количества итераций  от параметра уравнения (средней аномалии) .

Между тем скорость сходимости итерационного процесса существенно зависит от значения средней аномалии , которая, напомним, выбирается и как начальное приближение . При этом характеристика скорости  (см. рис. 1) строго симметрична относительно .

Интересно также заметить, что итерационный процесс чрезвычайно плохо сходится в окрестностях значений , хотя как раз именно для них аномалии совпадают и поэтому процесс сходится всего за одну итерацию. В то же время достаточно высокая скорость сходимости итераций () имеет место в окрестностях значений  и .