

02 - Algèbre de Boole

mercredi 10 décembre 2025

12:26

Signes:

$\wedge, \vee, \oplus, \Rightarrow, \dots$

↳ Nous allons écrire les opérateurs logiques avec des opérateurs arithmétiques.

- Afin d'utiliser des opérateurs + familiers.
- Mais possédant les mêmes propriétés que les opérateurs d'origine.
- Ces propriétés sont démontrables grâce aux tables de vérité.
- Les propositions seront toujours soit **vraies** , soit **fausses** .

La conjonction:

- elle s'utilise avec l'opérateur \cdot .
- $a \cdot b$ se lit a **et** b
- les propriétés:
 - Commutativité: $a \cdot b = b \cdot a$
 - Distributivité: $a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$
 - Élément neutre: $a \cdot 1 = a$
 - Le complémentaire: $a \cdot \neg a = 0$
 - Idempotence: $a \cdot a = a$
 - Loi identique:
 - ° $a \cdot 0 = 0$
 - ° $a \cdot 1 = a$
 - Associativité: $a \cdot b \cdot c = (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

La disjonction:

- elle s'utilise avec l'opérateur $+$
- $a + b$ se lit a **ou** b
- les propriétés:
 - Commutativité: $a + b = b + a$
 - Distributivité: $a + (b \cdot c) = (a + b) \cdot (a + c)$
 - Élément neutre: $a + 0 = a$
 - Le complémentaire: $a + \neg a = 1$
 - Idempotence: $a + a = a$
 - La loi identique:
 - ° $a + 0 = a$
 - ° $a + 1 = 1$
 - Associativité: $a + b + c = a + (b + c) = (a + b) + c$

Le complément:

- il s'utilise avec l'opérateur \neg .
- $\neg a$ se lit **le complémentaire** de a .
- les propriétés:
 - ° $\neg 1 = 0$
 - ° $\neg 0 = 1$
 - $\neg(\neg a) = a$

La loi de De Morgan:

$$\bullet \neg(a + b) = \neg a \cdot \neg b$$

$$\bullet \neg(a \cdot b) = \neg a + \neg b$$