Procesado de Señal:

PRÁCTICA 3

Muestreo de señales. Aliasing

Ángel Fernández Arroyo

Rafael Martín San Martín

Angel.Fernandez17@alu.uclm.es

Rafael.Martin3@alu.uclm.es

Índice

1. Introducción **3**

2. Muestreo de una sinusoide **3**
2.1. Espectro de frecuencias . . . 3
2.1.1. Onda sinusoidal analógica de 100 Hz . . . 4
2.1.2. Onda sinusoidal analógica (suma de sinusoides de 100, 200, 900 y 1200 Hz) . . . 4
2.1.3. Sinusoide de 2200 Hz . . . 4
2.1.4. Uso de cosenos . . . 4

3. Muestreo de una señal chirp **6**

4. Escucha de señales submuestreadas **8**
4.1. Misma frecuencia . . . 9
4.2. Correción del submuestreo . . . 9
4.3. Espectros de frecuencias . . . 9

Índice de figuras

1. Muestreo de sinusoides analógicas a 1 KHz . . . 3
2. Muestreo de onda sinusoidal de 100 Hz y una amplitud de 1 con un periodo de muestreo de 1 ms. . . . 4
3. Muestreo de la suma de cuatro sinusoides analógicas de 100, 200, 900 y 1200 Hz . . . 5
4. Muestreo de sinusoides analógicas sustituyendo la de 1200 Hz por una de 2200 Hz . . . 5
5. Muestreo de onda sinusoidal de 100 Hz y una amplitud de 1 con un periodo de muestreo de 1 ms. . . . 6
6. Muestreo de la suma de cuatro sinusoides analógicas de 100, 200, 900 y 1200 Hz . . . 6
7. Muestreo de sinusoides analógicas sustituyendo la de 1200 Hz por una de 2200 Hz . . . 7
8. Muestreo de una señal chirp - $f_1 = 10$ Hz , $\mu = 500$ Hz . . . 8
9. Muestreo de una señal chirp a 8 KHz . . . 8
10. Muestreo de una señal chirp - $f_1 = 4$ KHz , $\mu = 320$ Hz . . . 9
11. Espectros de amplitud de las transformadas de Fourier de las tres señales . . . 10

1. Introducción

En esta práctica vamos a realizar diferentes cálculos para los distintos circuitos que se van a montar mediante multisim.

2. Muestreo de una sinusoide

En este primer apartado, se van a representar diferentes sinusoides analógicas, una con una frecuencia de 200 Hz y amplitud de 1 sin fase, y las otras serán a 800 Hz y 1200 Hz, a las cuales se le realizará un muestreo a $f_s = 1KHz$ representando las primeras 40 muestras de la secuencia. Para ver bien lo ocurrido se van a representar en una misma figura para ver que ocurre y sacar conclusiones (véase Figura 1).

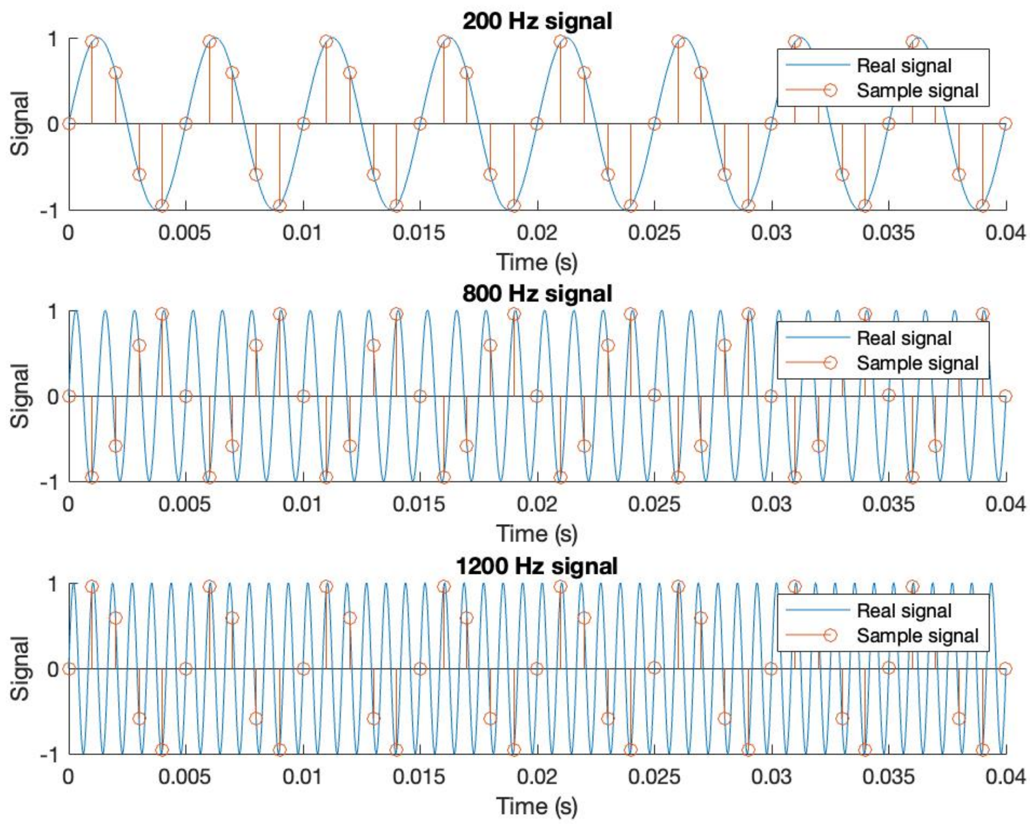

Figura 1: Muestreo de sinusoides analógicas a 1 KHz

Cuando se muestrea la señal de 800 Hz a 1 kHz se observa una señal de 200 Hz, desfasada π radianes, ya que la señal original proviene de una función impar y el manchado espectral inverte la variable independiente. En cambio, la señal a 1200 kHz se localiza en la misma posición en el espectro de frecuencias.

2.1. Espectro de frecuencias

En este apartado se va a realizar una función en Matlab que devuelva el espectro de frecuencias de una señal mediante la DTFT creada en la práctica 2.

2.1.1. Onda sinusoidal analógica de 100 Hz

Se va a generar la secuencia obtenida al muestrear una onda senoidal de 100 Hz y una amplitud de 1 con un periodo de muestreo de 1 ms durante 0,1 segundos (véase Figura 2).

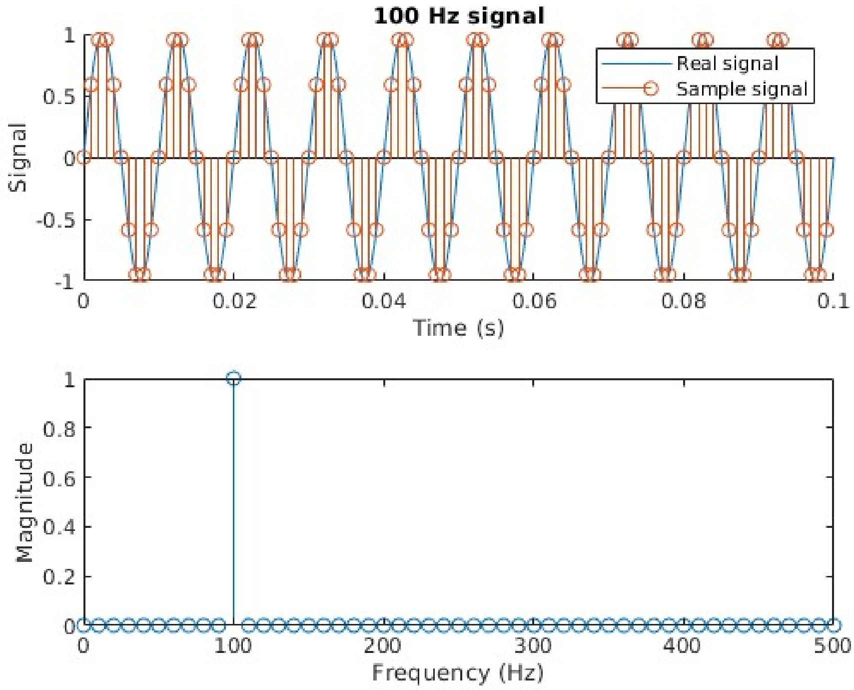

Figura 2: Muestreo de onda sinusoidal de 100 Hz y una amplitud de 1 con un periodo de muestreo de 1 ms.

Como era de esperar, la DTFT solo tiene una respuesta a una frecuencia que es a 100 Hz, y al estar por debajo de mitad la frecuencia de muestreo, no hay ningún problema de manchado espectral y al coincidir con un valor exacto de resolución solo aparece en un único punto.

2.1.2. Onda sinusoidal analógica (suma de sinusoides de 100, 200, 900 y 1200 Hz)

Ahora se repetirá este proceso para una señal analógica que sea la suma de cuatro sinusoides de amplitud 1, y frecuencias de 100, 200, 900 y 1200 Hz (véase Figura 3).

Pasa exactamente igual, al no estar en la zona de 500:1000 hercios, al quitar un multiplo entero de la frecuencia de muestreo no es reflejada y no se anula con la señal de 200 Hz, en cambio para la señal de 100 Hz si es anulada por la de 900 Hz.

2.1.3. Sinusoide de 2200 Hz

Si sustituimos la sinusoide de 1200 Hz por una de 2200 Hz (véase Figura 4).

En este caso solo se aprecia una señal de frecuencia de 200 Hz. Eso es debido a que el manchado espectral de la señal de 900Hz (la cual se encuentra por encima de la mitad de la frecuencia de muestreo) anula la señal de 100 Hz, por lo dicho en el apartado anterior, señal impar, etc (solo lo anula para la señal muestreada muestreo). En cambio la señal de 1200 complementa a la señal de 200 Hz y por eso sale modulo 2.

2.1.4. Uso de cosenos

Si modificamos las señales por cosenos en vez de senos (véanse Figuras 5, 6 y 7).

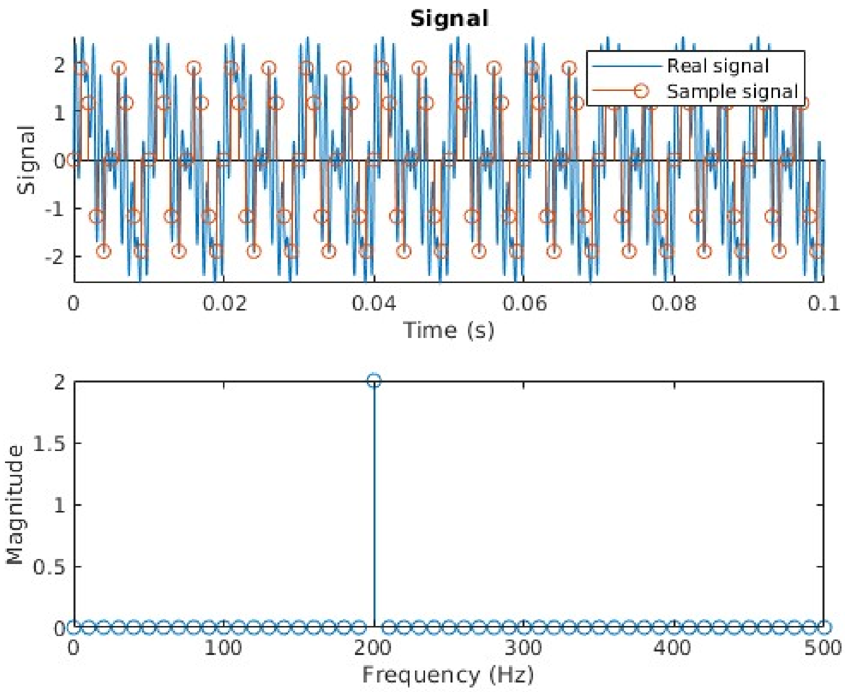

Figura 3: Muestreo de la suma de cuatro sinusoides analógicas de 100, 200, 900 y 1200 Hz

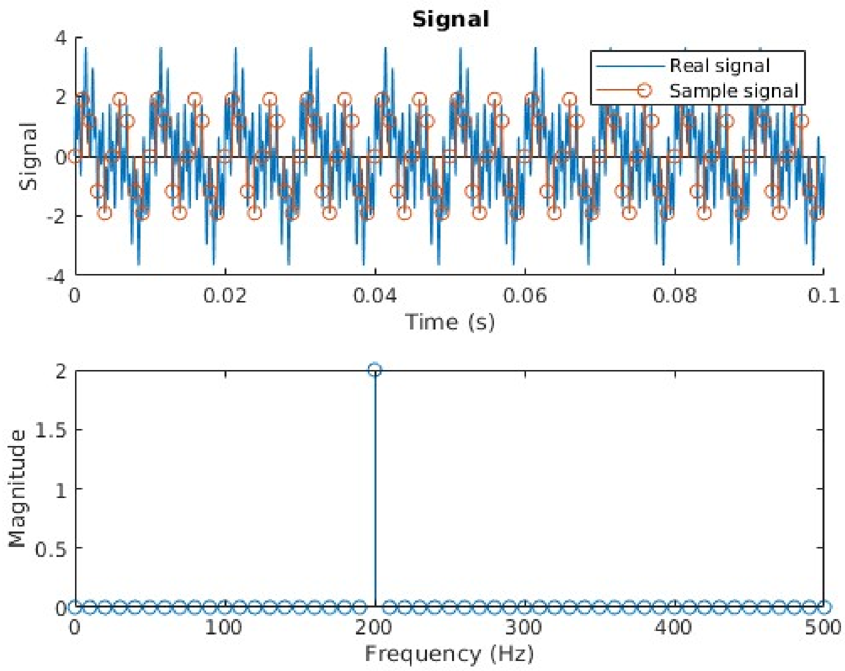

Figura 4: Muestreo de sinusoides analógicas sustituyendo la de 1200 Hz por una de 2200 Hz

Usando cosenos. Al ser una función par en la zona que refleja no se anularían las frecuencias y se complementarían todas, resultando en las gráficas obtenidas.

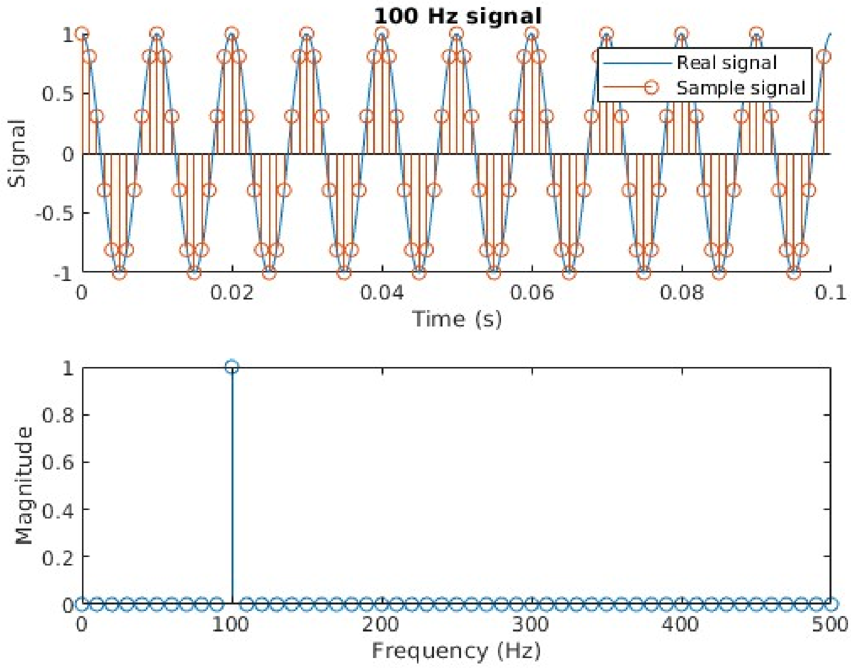

Figura 5: Muestreo de onda sinusoidal de 100 Hz y una amplitud de 1 con un periodo de muestreo de 1 ms.

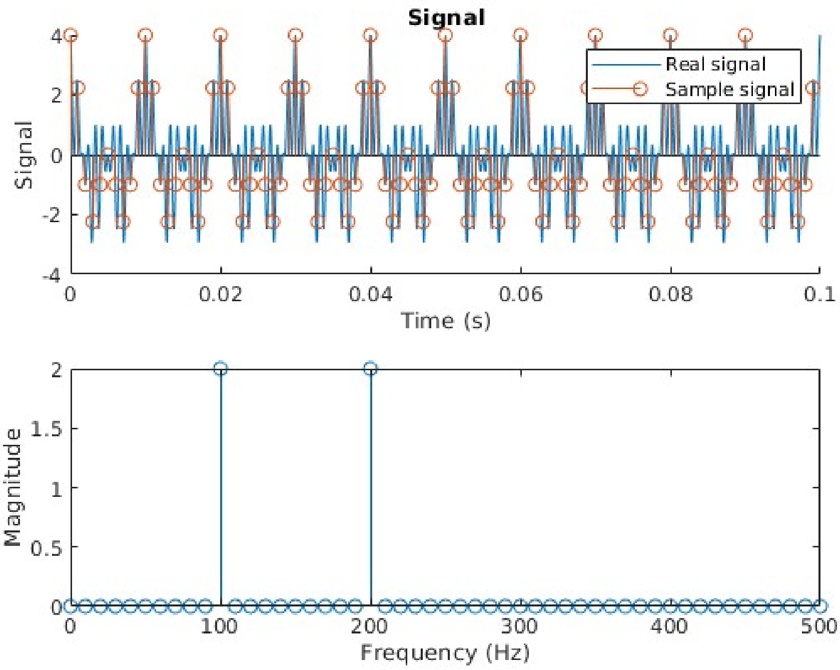

Figura 6: Muestreo de la suma de cuatro sinusoides analógicas de 100, 200, 900 y 1200 Hz

3. Muestreo de una señal chirp

En este apartado vamos a hablar sobre las señales chirp. Estas, son señales de frecuencia modulada linealmente que se utiliza en barridos de frecuencia e identificación de sistemas.

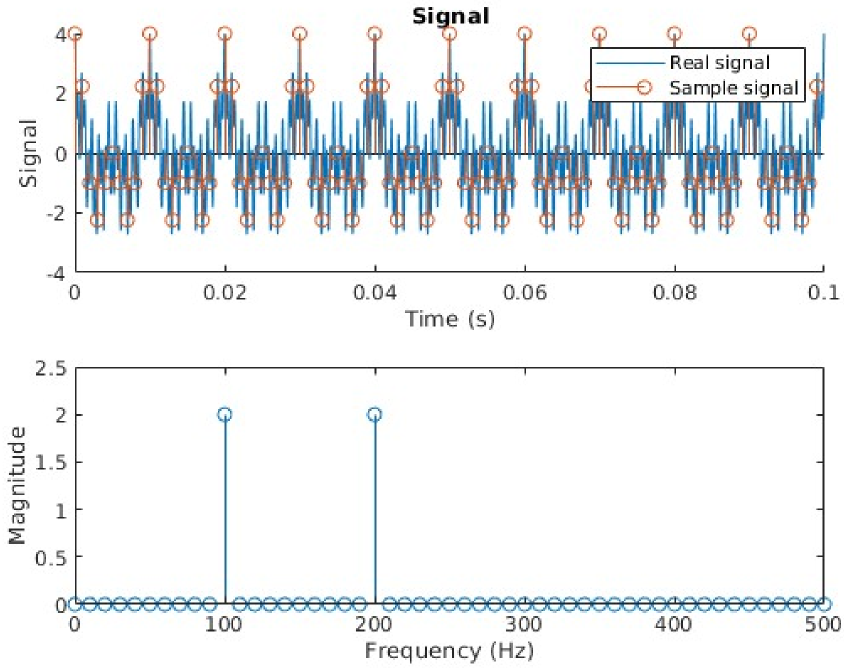

Figura 7: Muestreo de sinusoides analógicas sustituyendo la de 1200 Hz por una de 2200 Hz

Su definición matemática es la siguiente (véase ecuación 1)

$$c(t) = cos(2\pi\mu t^2 + 2\pi f_1 t + \phi) \tag{1}$$

donde su frecuencia instantánea se calcula mediante la derivada de la fase (véase ecuación 2).

$$f_i(t) = \mu t + f_1 \tag{2}$$

En este apartado, primero se va a determinar y representar el intervalo de frecuancias recorrido de una señal chirp con los siguientes valores (véase Figura 8, para ver el rango de frecuencias)

1. f_1 = 10 Hz.
2. μ = 500 Hz.
3. Duración de 4 s.

Una vez se han determinado los intervalos de frecuencia se va a muestrear la señal a 8 KHz para los primeros 0,25 s (véase Figura 9), y se va a reproducir mediante los altavoces el sonido del audio para comentar lo escuchado.

Lo que se aprecia es que va aumentando el tono de forma lineal (sin ningún salto).

Posteriormente, este procedimiento se va a repetir para una señal chirp con las siguientes características (véase Figura 10).

1. f_1 = 4000 Hz.
2. μ = 320 KHz.
3. Duración de 50 ms.

Para solucionar el efecto de solapamiento provocado por muestrear la señal con una frecuencia inferior al doble de la máxima frecuencia de la señal. Seria muestrear al doble de la frecuencia, por lo que se obtendrá un valor mínimo de muestreo de 20000 Hz.

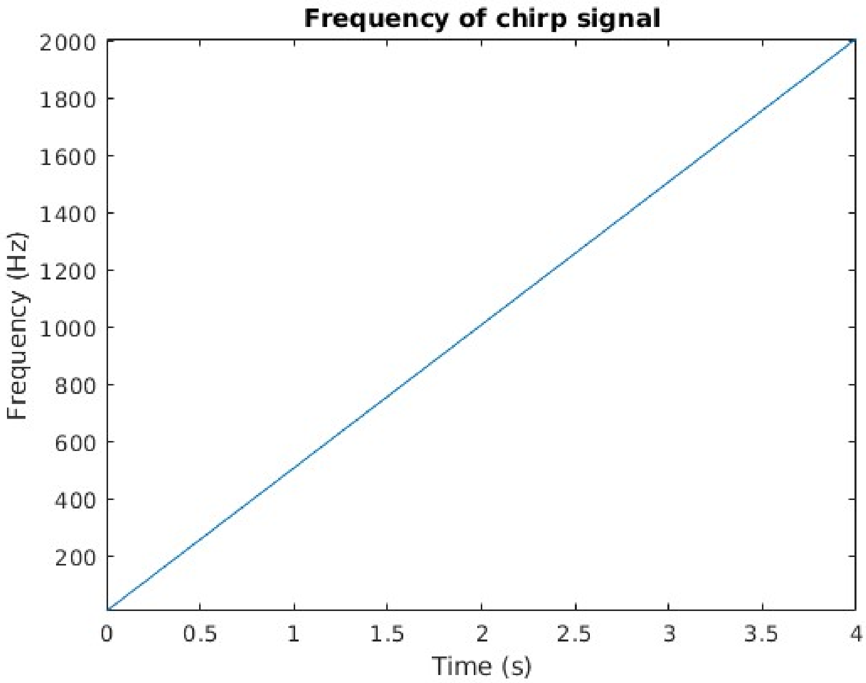

Figura 8: Muestreo de una señal chirp - $f_1 = 10$ Hz , $\mu = 500$ Hz

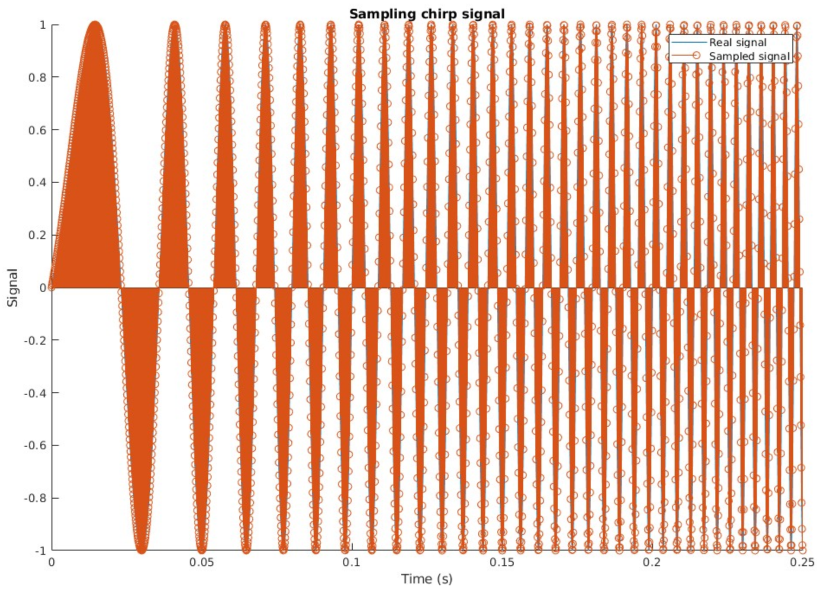

Figura 9: Muestreo de una señal chirp a 8 KHz

4. Escucha de señales submuestreadas

En este apartado primero se van a obtener las siguientes señales submuestreadas: $y_1(n) = y(2n)$, y $y_2(n) = y(4n)$, se van a reproducir ambas señales en dos ocasiones, la primera con la misma f_s y la segunda con $f_1 = f_s/2$ y $f_2 = f_s/4$ para comentar resultados, y para finalizar, se van a representar los espectros de amplitud de las transformadas de Fourier de las tres señales y se va a justificar técnicamente lo que se escuchó en el apartado anterior.

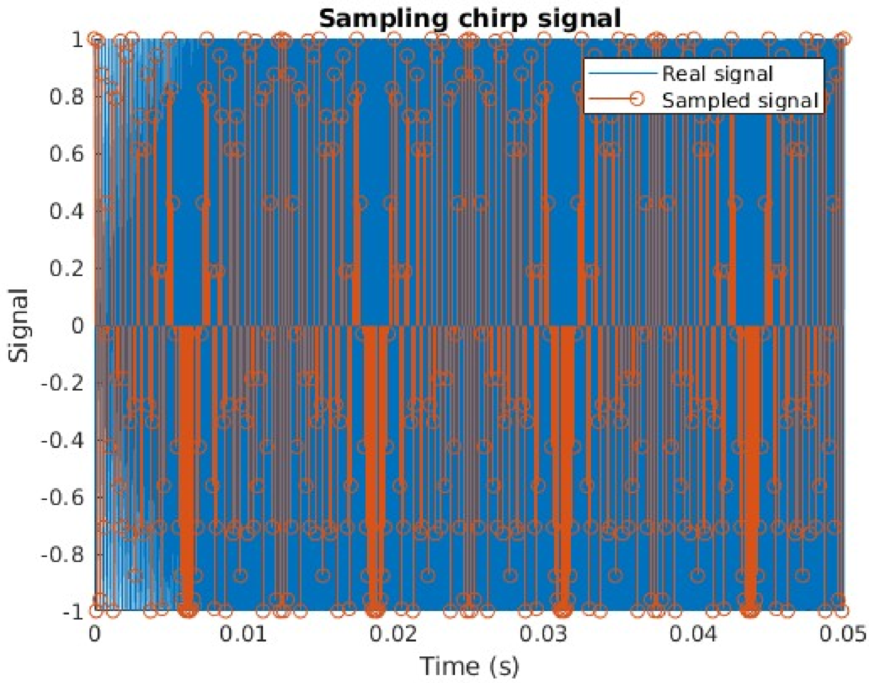

Figura 10: Muestreo de una señal chirp - $f_1 = 4$ KHz , $\mu = 320$ Hz

4.1. Misma frecuencia

En este subapartado, se reproducirán las señales submuestreadas a la misma frecuencia. Esto provoca que la localidad temporal de la muestra se adelante y esto provoca dos efectos: que se escuche mas acelerado y mas agudo, es decir, la frecuencia aumenta.

4.2. Correción del submuestreo

La señal submuestreada a la mitad, se escucha mas o menos igual, si acaso un poco mas grave, ya que la máxima frecuencia capaz de representar baja hasta los $10050Hz$, cualquier frecuencia superior será representada por debajo de este valor. Los bajos quedan iguales.

En cambio la señal submuestreada por cuatro, los platillos del final se escuchan mas graves. Por lo mencionado anteriormente.

4.3. Espectros de frecuencias

En la Figura se muestra el resultado de aplicar la transformada de fourier a la señal completa, desde el inicio hasta el final.

Como se puede comprobar la frecuencia máxima capaz de representarse se reduce hasta la mitad y a un cuarto respectivamente. También se observará el conocido aliasing ya que aquellas potencias que estén por encima de la mitad de la frecuencia de reconstrucción serán representadas con frecuencias distintas a las originales.

En el submuestreo de cuatro, los platillos del final seguramente estén sobre los 8 kHz se ven reflejados y pasan a tener frecuencias en 4 kHz aproximadamente.

No llega a ser una reflexión total de todas las potencias, ya que estas estarán desfasadas diferentes grados y no es tan sencillo como sumar o restar. Cabe señalar que la dtft es un número complejo.

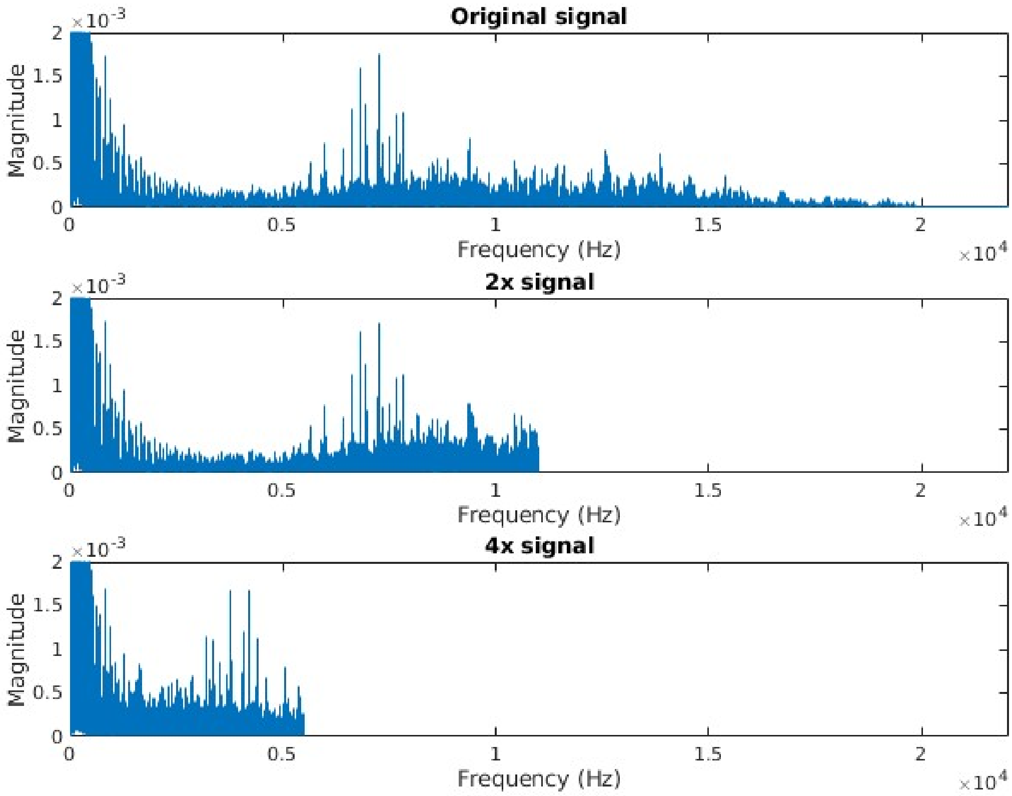

Figura 11: Espectros de amplitud de las transformadas de Fourier de las tres señales