

# **Muestreo de señales. Aliasing**

*Práctica 3*

## Contenidos de la práctica

1. Introducción
2. Muestreo de una senoide
3. Muestreo de una señal chirp
4. Escucha de señales submuestreadas

# 1. Introducción

- El **teorema de muestreo** dice que, dada una señal  $x_a(t)$  con ancho de banda limitado según

$$X_a(j\Omega) = 0, \quad |\Omega| > \Omega_0$$

queda completamente determinada por sus valores en instantes tomados cada  $T_s$  segundos si se cumple

$$T_s \leq \frac{\pi}{\Omega_0}$$

- Por tanto,  $x_a(t)$  puede ser perfectamente reconstruida si la frecuencia de muestreo es  $\Omega_s \geq 2\Omega_0$ .
  - $\Omega_0$  se denomina **frecuencia de Nyquist**
  - La mínima frecuencia de muestreo  $\Omega_s$  es la **tasa de Nyquist**

## 2. Muestreo de una senoide

- Considere una seña sinusoidal en tiempo continuo cuya ecuación es:

$$x_a(t) = \sin(2\pi f_0 t + \phi)$$

- Obtendremos una seña en tiempo discreto  $x(n)$  muestreando a la frecuencia de muestreo  $f_s$ .
- Represente 0,04 segundos de una senoide analógica de frecuencia 200 Hz, amplitud 1 y fase 0°.
- Realice el muestreo de dicha senoide a  $f_s=1$  kHz. Represente las 40 primeras muestras de la secuencia obtenida.

## 2. Muestreo de una senoide

- Realiza la misma operación que en el apartado anterior, pero partiendo de sinusoides analógicas de 0,8 y 1,2 kHz.
- Representa en una misma figura con los comandos `subplot` y `stem` las señales muestreadas obtenidas en los apartados anteriores, ¿qué ocurre? ¿Qué conclusiones extraes de las gráficas?

## 2. Muestreo de una senoide

- Crea una función **que devuelva** el espectro de frecuencias de una señal mediante la función DTFT de MATLAB creada en la práctica 2. Cabecera:

```
function [H,freqs] = mi_freqresp(y,fs) ;
```

– Donde:

- **H**: valores de la transformada de Fourier
- **freqs**: valores de la escala de frecuencias utilizada
- **y**: señal muestreada
- **fs**: frecuencia de muestreo utilizada

– Cuidado con:

- Influencia del número de muestras en el valor de amplitud.
- Escala de frecuencias (depende de la frecuencia de muestreo).

## 2. Muestreo de una senoide

- Efecto del muestreo sobre el espectro de frecuencias:
- Genera la secuencia obtenida al muestrear una onda senoidal de 100 Hz y una amplitud de 1 con un periodo de muestreo de 1 ms durante 0,1 segundos.
- Utiliza la función **mi\_DTFT** para obtener el espectro de frecuencias de dicha secuencia.
- Comenta los resultados obtenidos.

## 2. Muestreo de una senoide

- Repite el proceso con una señal analógica que sea la suma de cuatro senoides de amplitud 1 y frecuencias 100, 200 y 900 y 1200 Hz. Comenta los resultados.
- Sustituye la senoide de 1200 Hz por una de 2200 Hz. Comenta los resultados.
- Repite los puntos anteriores utilizando cosenos en lugar de senos.



## 2. Muestreo de una senoide

- (Opcional) Estudiar el efecto que tiene, en la frecuencia aparente de la señal muestreada, variar la frecuencia de muestreo de una senoide en el rango  $[0, 4f_0]$ , donde  $f_0$  es la frecuencia de la senoide.
- (Opcional) Repetir el apartado anterior en el caso de que la señal sea un coseno en lugar de un seno.

*Nota: al analizar el efecto sobre la frecuencia aparente, estudie qué ocurre tanto con la magnitud como con la fase, y cómo afecta el valor de esta última al resultado.*

### 3. Muestreo de una señal chirp

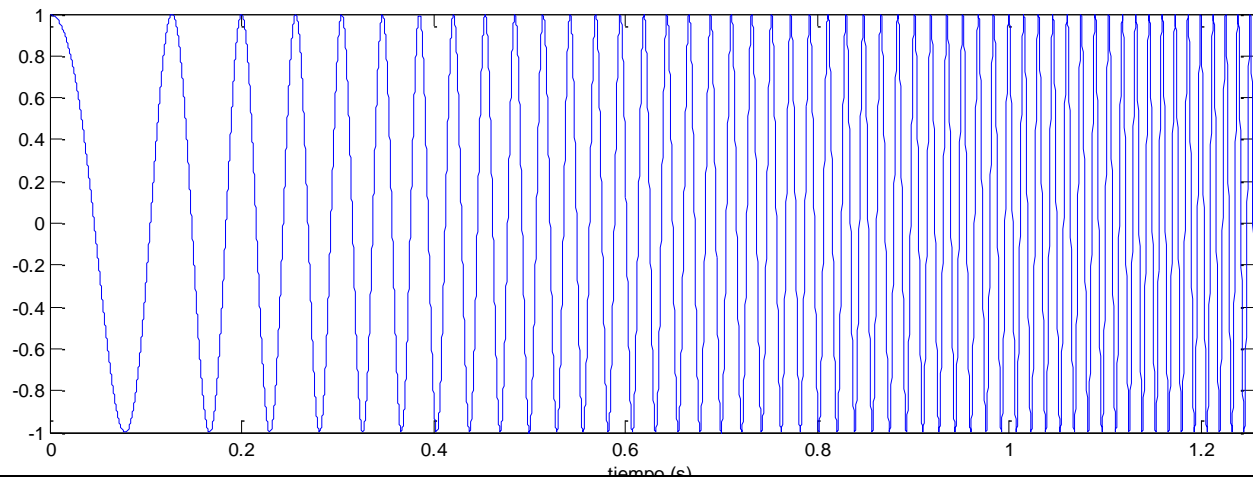
- Una señal *chirp* es una señal de frecuencia modulada linealmente que se utiliza en barridos de frecuencia.

- La definición matemática de la señal *chirp* es:

$$c(t) = \cos(2\pi\mu t^2 + 2\pi f_1 t + \phi)$$

- La frecuencia instantánea de la señal se puede hallar haciendo la derivada de la fase (argumento del coseno)

$$f_i(t) = \mu t + f_1.$$



### 3. Muestreo de una señal *chirp*

- Utilizando los siguientes parámetros para la señal:
  - $f_1 = 10$  Hz
  - $\mu = 0.5$  kHz
  - $\Psi$  arbitraria
  - Duración de *chirp* 4 s
- Determine el intervalo de frecuencias recorrido por la señal *chirp* y represéntelo en función del tiempo.
- Muestree la señal a 8kHz y represente gráficamente los primeros 0.25 segundos de señal para ver la variación de la frecuencia de oscilación con el tiempo.

### 3. Muestreo de una señal chirp

- Esta señal se denomina *chirp* debido al sonido que provoca cuando se reproduce a través de un altavoz.
- Reproduzca con la función `sound` de MATLAB la señal *chirp* generada en el apartado anterior. Comente lo escuchado.
- (Opcional) Calcule el espectro de frecuencias de la señal *chirp* generada.

### 3. Muestreo de una señal chirp

- Utilizando los siguientes parámetros para la señal:
  - $f_1 = 4$  kHz
  - $\mu = 320$  kHz
  - $\Psi$  arbitraria
  - Duración de chirp 50 ms
- Represente gráficamente la señal respecto al tiempo muestreándola a 8kHz y explique lo que ocurre. ¿Cómo podríamos solucionar este efecto?
- Determine unos parámetros para la señal y para la frecuencia de muestreo de forma que se reproduzca una señal *chirp* sin solapamiento.

## 4. Escucha de señales submuestreadas

- Se dispone de un archivo de audio en formato `.wav` de 16 bits digitalizado con un frecuencia de muestreo de 44,1 kHz. Lea este archivo con MATLAB mediante la función `audioread` y escúchelo con `sound`.
- Obtenga las siguientes señales submuestreadas
  - $y_1(n) = y(2n)$
  - $y_2(n) = y(4n)$
- Reproduzca las señales obtenidas a la misma  $f_s$ .  
¿Qué ocurre con el sonido reproducido? ¿Por qué?
- Reproduzca las señales con  $f_1 = f_s/2$  y  $f_2 = f_s/4$ .  
¿Qué ocurre con el sonido reproducido? ¿Por qué?

## 4. Escucha de señales submuestreadas

- Podemos ver qué frecuencias estamos eliminando cuando submuestreamos la señal. Para ello se puede obtener el espectro de la transformada de Fourier mediante la función creada en el apartado 1.
- Represente los espectros de amplitud de las transformadas de Fourier de las tres señales y justifique técnicamente lo que escuchó en el apartado anterior.

## 4. Escucha de señales submuestreadas

- (Opcional) Analice el efecto del sobremuestreo (para factores  $L=2$  y  $L=3$ ) de la señal de audio. El análisis consistirá en repetir el proceso realizado para el submuestreo pero en esta ocasión para las señales sobremuestreadas.
- (Opcional) Pase dichas señales por un filtro paso-bajo adecuado para construir un interpolador y explique qué efecto tiene dicho filtro