Physikzentrum
Hochschule Technik
FHNW

Physik - Labor

O 6-0 Polarisation

1. Physikalische Grundlagen

1.1 Grundbegriffe

Der Begriff ***Polarisation*** ist mehrdeutig. Er meint zunächst die Existenz von gegensätzlichen Polen, wie sie z.B. bei elektrischen oder magnetischen Dipolen vorliegen, und beinhaltet deshalb unter anderem eine Richtung (von Pol zu Pol). Ein Atom oder ein makroskopischer Körper ist elektrisch polarisiert, wenn positiver und negativer Ladungsschwerpunkt räumlich getrennt sind.

Polarisation bei Wellen betrifft die Schwingungsrichtung der Wellenerregung. Bei Longitudinalwellen besteht diesbezüglich keine Freiheit, weshalb der Begriff nur für **Transversalwellen** sinnvoll ist. Von hervorragender Bedeutung ist die Polarisation bei elektromagnetischen Wellen, insbesondere beim Licht, wo sie mit zahlreichen wichtigen Phänomenen verknüpft ist. Wir beschränken uns im folgenden auf diese Wellenart, die Grundkenntnisse sind im nachstehenden Kasten zusammengefasst:

Elektromagnetische Wellen sind Transversalwellen. Die Feldvektoren $\vec{E}$ und $\vec{H}$ (bzw. $\vec{B}$) sind bei einer ebenen Welle in Phase und bilden (in isotropen Medien) mit dem Wellenvektor $\vec{k}$ (=Ausbreitungsrichtung), bzw. dem Poynting-Vektor $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$ (= Energiestromdichte) ein orthogonales Rechtssystem.

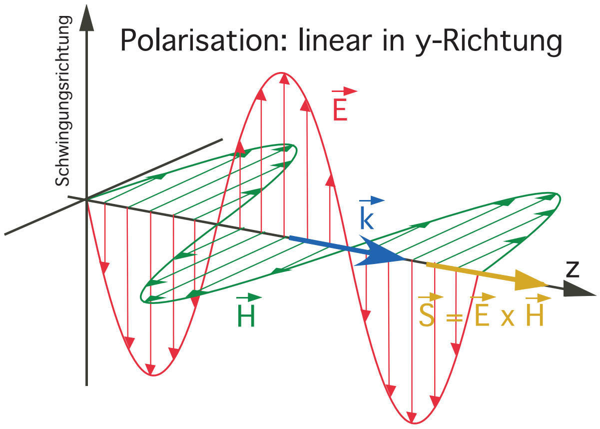
Phasengeschwindigkeit:

Vakuum: $c_0 = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 299'792'458\ \text{m/s}$ (festgelegt 1983)

Medium: $c = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_r \varepsilon_0 \mu_r \mu_0}} = \dfrac{c_0}{n}$

Wenn $\mu_r = 1$ ("Normalfall") gilt
Brechungsindex $n = \sqrt{\varepsilon_r}$

Da ε_r frequenzabhängig ist, zeigen die elektromagnetischen Wellen **Dispersion** (meistens normale).



Als Polarisationsrichtung gilt gemäss Konvention die "Richtung" des $\vec{E}$ - Vektors

Wellenwiderstand:

Vakuum: $Z_0 = \sqrt{\mu_0 / \varepsilon_0} = 377\ \Omega$

Medium: $Z = \sqrt{\mu_r \mu_0 / \varepsilon_r \varepsilon_0} = \dfrac{Z_0}{n}$

Für harmonische, ebene Wellen gilt:

Kreisfrequenz	$\omega = 2\pi \cdot f$
Wellenzahl	$k = \lvert\vec{k}\rvert = 2\cdot\pi/\lambda = \omega/c_{Phase} = \omega/c_0 \cdot n$
	$E = Z \cdot H$
Energiestromdichte:	$S = E \cdot H = E^2/Z = Z \cdot H^2$
Intensität:	$I = \overline{S}^{\,t} = E_{eff} \cdot H_{eff} = E_{eff}^2/Z = Z \cdot H_{eff}^2$

1.2. Der Polarisationszustand einer Welle

Eine fortschreitende elektromagnetische Welle erzeugt lokal - in der Normalebene zur Laufrichtung - ein variables elektrisches Feld, welches in einem Medium Elektronen in Bewegung setzt. Diese bewegten Ladungsträger können wir dann nach dem Huygens'schen Prinzip als Elementarquellen betrachten, von denen eine ihrer Bewegung entsprechende Welle ausgeht. **Wegen des Satzes von Fourier genügt es, harmonische Wellen zu betrachten.**

Für die untenstehenden Ausführungen gelten folgende Konventionen/Voraussetzungen:

- wir beschränken uns auf harmonische, quasimonochromatische, ebene Wellen in linearen Medien
- die Lichtausbreitung erfolgt standardmässig in z-Richtung
- es wird jeweils nur das elektrische Feld erwähnt/gezeichnet, da die magnetische Feldstärke dadurch automatisch festgelegt ist
- der Unterschied von Wellennormalen (Richtung des Wellenvektors) und Energieausbreitungsrichtung (Richtung des Poyntingvektors) in anisotropen Medien wird vernachlässigt.

1.2.1. Elektromagnetische Wellen in isotrope Medien

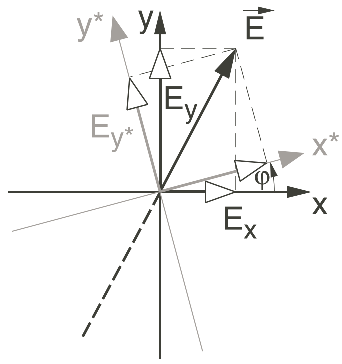
Da die elektrische Feldstärke ein Vektor ist, kann der Feldstärkevektor immer als Summe von zwei Teilvektoren geschrieben werden. Analog kann eine beliebige, harmonische Welle immer als Superposition von zwei linear polarisierten Teilwellen mit gleicher Frequenz und im allgemeinen unterschiedlichen Amplituden und Phasen geschrieben werden:

$$\vec{E}(z,t) = \begin{pmatrix} \hat{E}_x \cdot \cos(k\cdot z - \omega t - \delta_x) \\ \hat{E}_y \cdot \cos(k\cdot z - \omega t - \delta_y) \end{pmatrix} = \mathrm{Re}\begin{pmatrix} \hat{E}_x \cdot e^{i\,(k\cdot z - \omega t - \delta_x)} \\ \hat{E}_y \cdot e^{i\,(k\cdot z - \omega t - \delta_y)} \end{pmatrix}$$

Wie wir nun sehen werden, bestimmt das Amplitudenverhältnis E_x/E_y sowie die relative Phase (δ_x - δ_y) den Typus der Polarisation respektive der Typus der Polarisation bestimmt die Wahl des Koordinatensystems für die obige Zerlegung.

Lineare Polarisation liegt vor, wenn die lokale Schwingung des elektrischen Feldes bzw. die Bewegung der Elementarzentren linear ist. Diese Schwingungsrichtung ist identisch mit der Polarisationsrichtung der Welle.

lokale Schwingung



Jede beliebige Polarisationsrichtung kann durch Überlagerung von **2 phasengleichen orthogonalen Schwingungen** E_x und E_y dargestellt werden. Die zugehörigen Wellenfunktionen lauten

$$\vec{E}(z,t) = \begin{pmatrix} \hat{E}_x \\ \hat{E}_y \end{pmatrix} \cdot \cos(k\cdot z - \omega t) = \mathrm{Re}\left(\begin{pmatrix} \hat{E}_x \\ \hat{E}_y \end{pmatrix} \cdot e^{i\,(k\cdot z - \omega t)} \right)$$

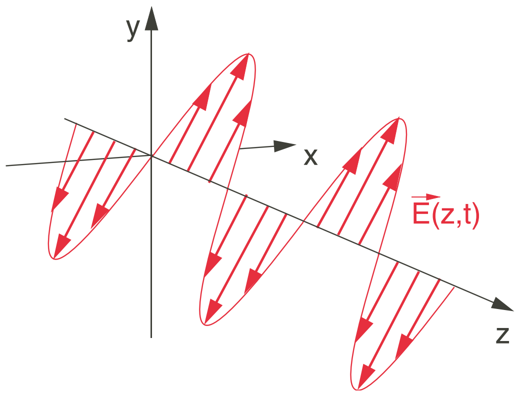
wobei wir die gemeinsame Phase Null gesetzt haben.

Die Zerlegung (Wahl von x- und y-Achse) in zwei Teilwellen ist aber nicht eindeutig, sie kann der physikalischen Situation angepasst werden. Die Umrechnung der Teilamplituden vom einen Koordinatensystem ins andere erfolgt am einfachsten mit Hilfe der Matrizenrechnung:

$$\begin{pmatrix} \hat{E}_{x*} \\ \hat{E}_{y*} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi \\ -\sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \hat{E}_x \\ \hat{E}_y \end{pmatrix}$$

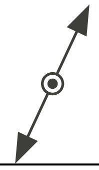
Wie das räumliche Momentbild einer ebenen Welle in z-Richtung zeigt, schwingt in diesem Fall das elektrische Feld in einer raumfesten Ebene, der Schwingungsebene.

räumliches Momentbild der Welle



Anstelle des Momentbildes wird zur Symbolisierung oft die Projektion von $\vec{E}$ (in oder gegen die Laufrichtung der Welle gesehen) benutzt.
Linear polarisierte elektromagnetische Wellen werden z.B. von schwingenden Dipolen (Dipolantennen, Atomen) abgestrahlt.

Symbolische Darstellung des Polarisationszustandes



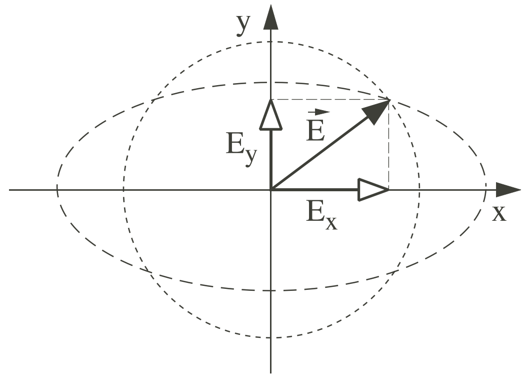
Elliptische und zirkulare Polarisation

Ist die relative Phase zwischen den zwei linear polarisierten Teilwellen ungleich Null (oder π), verteilen wir den Phasenunterschied δ auf beide Teilwellen und schreiben

$$\vec{E}(z,t) = \begin{pmatrix} \hat{E}_x \cdot \cos(k \cdot z - \omega t - \delta/2) \\ \hat{E}_y \cdot \cos(k \cdot z - \omega t + \delta/2) \end{pmatrix}$$

$$= \mathrm{Re}\left(\begin{pmatrix} \hat{E}_x \cdot e^{-i\delta/2} \\ \hat{E}_y \cdot e^{+i\delta/2} \end{pmatrix} \cdot e^{i\,(k \cdot z - \omega t)} \right)$$

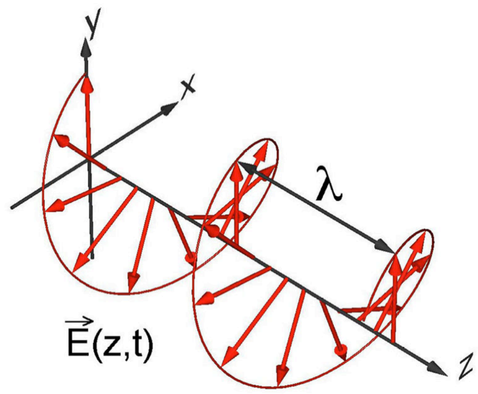
lokale Schwingung **entgegen** der Ausbreitungsrichtung z gesehen



Wie Sie sich leicht mit Hilfe von z.B. Maple oder Mathcad überzeugen, beschreibt der E-Feldvektor nun lokal eine Ellipse - die Welle ist elliptisch polarisiert (setzen Sie z.B. z=0 und wählen passende Werte für Frequenz, Phase und Amplituden).
Räumlich gesehen rotiert das elektromagnetische Feld einer in z-Richtung laufenden Welle mit deren Frequenz um die Ausbreitungsrichtung, wobei die Spitze des $\vec{E}$ -Vektors im Raum eine Schraubenlinie beschreibt. Der Umlaufsinn ist durch das Vorzeichen der Phasendifferenz δ bestimmt.

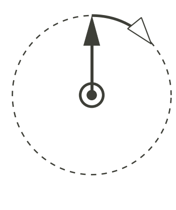
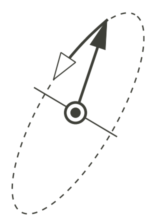
Der Spezialfall $\hat{E}_x = \hat{E}_y$ und $\delta = \pm\pi/2$ ergibt eine zirkular polarisierte Welle, wenn δ=0 oder π erhalten wir eine linear polarisierte Welle (vgl. Lissajous-Schwingungen).

Momentbild einer linkszirkularen Welle



In der Optik wird der Polarisationszustand nach dem Schraubentyp des räumlichen Momentbildes benannt. Dieser stimmt mit dem Umlaufsinn der lokalen Schwingung überein, wenn wie üblich der Beobachter der Welle entgegen schaut.

Phasendiff.	Umlaufsinn	**Pol.-Zustand**
$\varphi > 0$	rechtsläufig (Uhrzeigersinn)	**rechts-**
$\varphi < 0$	linksläufig (Gegenuhrzeiger)	**links-**

rechts zirkular	links elliptisch
	

Symbolische Darstellung →
Die Welle kommt auf den Betrachter zu!

Aus diesen Darlegungen können wir folgende nützlichen Schlüsse ziehen:

- Eine polarisierte, quasimonochomatische, elektromagnetische Welle kann immer dargestellt werden als Überlagerung von 2 gleichfrequenten, orthogonal linear polarisierten Wellen $E_x(z,t)$, $E_y(z,t)$ mit fester Phasenbeziehung.
- Der Polarisationszustand der Welle ist bestimmt durch die Amplituden und die Phasendifferenz δ (von E_y relativ zu E_x) der Partialwellen:

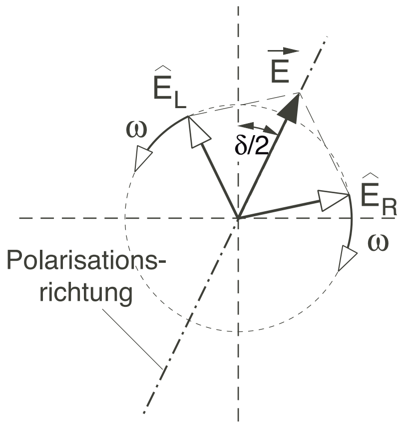
Amplituden	Phasendifferenz	Polarisations-Zustand
beliebig	$\varphi > 0$ $\varphi < 0$	rechts elliptisch links elliptisch
$\hat{E}_x = \hat{E}_y$	$\varphi = +\frac{\pi}{2}$ $\varphi = -\frac{\pi}{2}$	rechts zirkular links zirkular
beliebig	$\varphi = 0$ oder π	Linear

- Eine weitere Möglichkeit der Darstellung ist die Superposition von 2 gegensinnig zirkular polarisierten Wellen. So lässt sich z.B. leicht einsehen, dass bei gleichen Amplituden eine linear polarisierte Welle resultiert:

$$\vec{E}_R = \frac{E}{2}\cdot\begin{pmatrix} e^{-i\,\delta/2} \\ e^{-i(\delta/2+\pi/2)} \end{pmatrix}$$

$$\vec{E}_L = \frac{E}{2}\cdot\begin{pmatrix} e^{i\,\delta/2} \\ e^{i(\delta/2+\pi/2)} \end{pmatrix} \longrightarrow \vec{E} = \vec{E}_R + \vec{E}_L = E\begin{pmatrix} \cos\frac{\delta}{2} \\ \sin\frac{\delta}{2} \end{pmatrix}$$

darin ist $E = \hat{E}\cdot e^{i(kz-\omega t)}$



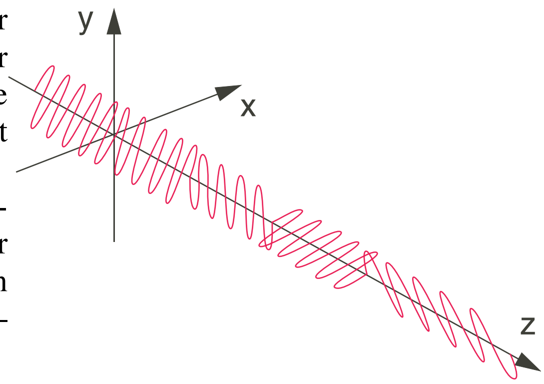
Unpolarisiertes Licht

Wie Sie wahrscheinlich wissen, ist die Strahlung vieler Quellen unpolarisiert (thermische Strahler, Gasenladungslampen, viele Laser). Dies ist eine Folge des nicht kontinuierlichen Emissionsvorganges: Licht wird von Atomen (auch Elektronen, Molekülen usw.) in individuellen Quantenprozessen emittiert. Ein Einzelprozess besteht in der Emission eines Photons, welches man sich (mit Vorbehalt) als begrenzten Wellenzug mit definierter Phase und Polarisationszustand veranschaulichen kann. Überwiegend handelt es sich um Dipolstrahlung, also lineare Polarisation.

In einer Lichtquelle emittieren nun aber Avogadro'sche Zahlen von Atomen im Normalfall völlig unkoordiniert, d.h. Emissionsrichtung, Phasenlage und Polarisationzustand der Photonen sind vollkommen zufällig verteilt.

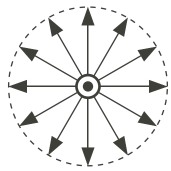
Die emittierte, makroskopische Lichtwelle ist also eine Superposition vieler "unkoordinierter" Wellenzüge und folglich ändern Phase und Polarisation der makroskopischen Welle in rein zufälliger Weise. Da wir nur zeitliche Mittelwerte beobachten können, besitzt die Welle keine definierte Schwingungsrichtung, sie ist **unpolarisiert.**
Das räumliche Momentbild ist eine Welle, deren Polarisationsrichtung längs der Ausbreitungsrichtung in zufälliger Weise ständig ändert, d.h. sie kann als Superposition zweier linear polarisierter Wellen mit statistisch schwankenden Phasen und Amplituden dargestellt werden**.**
Vergleichen Sie dazu die zirkular polarisierte Welle, wo die Richtungsänderung des $\vec{E}$ - Vektors gesetzmässig erfolgt.

Momentbild einer unpolarisierten Welle



(Die Uebergänge zwischen den Schwingungsrichtungen sind natürlich fliessend.)

Eine unpolarisierte Welle wird wie nebenstehend symbolisiert, alle Schwingungsrichtungen sind mit gleicher Wahrscheinlichkeit vertreten.
Da zur genauen Beschreibung von inkohärentem (= nicht monochromatisch), unpolarisiertem Licht aber noch statistische Begriffe benötigt werden, wollen wir die zugehörige Theorie nicht weiter ausführen.



1.2.2. Wellen in anisotropen Medien (Kristalle, Kunststoffe mit ausgerichteten Molekülen, ...)

In vielen Kristallen und anisotropen Materialien ist der Brechungsindex richtungs- und polarisationsabhängig. In solchen Medien können nun die Polarisationsrichtungen für die Zerlegung einer allgemein polarisierten Welle nicht mehr beliebig gewählt werden - die Richtungen werden z.B. durch die Kristallstruktur festgelegt. Andererseits gilt immer noch, dass zu jeder Ausbreitungsrichtung ein Koordinatensystem gefunden werden kann, in welchem die allgemein polarisierte Welle als Summe von zwei linear polarisierten Teilwellen dargestellt werden kann. Der Brechungsindex ist nun aber unterschiedlich für die zwei Teilwellen und wir schreiben:

$$\vec{E}(z,t) = \begin{pmatrix} \hat{E}_x \cdot \cos(k_x \cdot z) - \omega t - \delta/2 \\ \hat{E}_y \cdot \cos(k_y \cdot z) - \omega t + \delta/2 \end{pmatrix} = \mathrm{Re}\left(\begin{pmatrix} \hat{E}_x \cdot e^{i(k_x \cdot z - \delta/2)} \\ \hat{E}_y \cdot e^{i(k_y \cdot z + \delta/2)} \end{pmatrix} \cdot e^{-i\omega t} \right)$$

mit $k_x = n_x \cdot \frac{\omega}{c_0}$ und $k_y = n_y \cdot \frac{\omega}{c_0}$, wobei n_x den Brechungsindex für die in x-Richtung polarisierte Teilwelle bezeichnet.
Auf dem Prinzip, dass unterschiedliche Polarisationen verschiedene Brechungsindizes "sehen", basieren Kristallpolarisatoren, Halb- und Viertelwellenplatten etc.
Wir wollen hier den Formalismus für kohärente, polarisierte Strahlung erarbeiten, welcher eine elegante Berechnungsmethode für unsere Experimente liefert (Jones-Matrizen, Jones, R. C., J. Opt. Soc. A 31, 488-493, 1941).
Am Eingang in die optische Anordnung ist die allg. elliptisch polarisierte Welle repräsentiert durch

$$\vec{E}(z,t) = \begin{pmatrix} \hat{E}_x \cdot e^{-i\,\delta/2} \\ \hat{E}_y \cdot e^{+i\delta/2} \end{pmatrix} \cdot e^{-i(kz - \omega t)}$$

Wie man leicht ersieht, wird ein **Polarisator** im Strahlengang durch die Matrix

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

dargestellt (die x-Polarisation wird durchgelassen, die y-Polarisation geblockt). Ist der Polarisator um den Winkel φ verdreht, so drehen wir zuerst unsere Welle ins Koordinatensystem des Polarisators und nachher wieder zurück.

Die aus dem Poarisator austretende Lichtwelle berechnet sich also nach

$$\overrightarrow{E_{out}} = \begin{pmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi \\ -\sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix} \cdot \overrightarrow{E_{in}}$$

oder, ein um φ verdrehter Polarisator hat die Matrixdarstellung

$$M = \begin{pmatrix} \cos^2(\varphi) & \cos\varphi \cdot \sin\varphi \\ \cos\varphi \cdot \sin\varphi & \sin^2(\varphi) \end{pmatrix}$$

Eine sogenannte **Wellenplatte** verzögert die eine Teilwelle um die Phase ε relativ zur anderen. Die Polarisationsrichtung mit dem kleineren Brechungsindex heisst die schnelle Achse der Wellenplatte. Verteilen wir gemäss Konvention die Phase auf beide Teilwellen, so erhalten wir die Matrix

$$M = \begin{pmatrix} e^{-i\varepsilon/2} & 0 \\ 0 & e^{i\varepsilon/2} \end{pmatrix} \quad \text{(schnelle Achse horizontal, d.h. } n_x < n_y\text{)}$$

Eine **Lambdaviertelplatte** wir folglich repräsentiert durch

$$M = \begin{pmatrix} e^{-i\pi/4} & 0 \\ 0 & e^{i\pi/4} \end{pmatrix}$$

und ein rechtshändiger, **zirkularer Polarisator** durch

$$M = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{pmatrix}$$

Bei all diesen Elementen muss immer deren Orientierung berücksichtigt werden.
Messen wir am Schluss die Strahlungsintensität, so können wir einfach die x- und y-Komponenten quadrieren und addieren, genauer:

$$I = \text{const.} \cdot \left(E_x E_x^{cc} + E_y E_y^{cc}\right)$$

wobei E_x^{cc} komplex konjugiert bezeichnet.

Transmission durch Polarisator/Analysatorpaar ("Verdrehwinkel" φ):
Auch ohne Matrixrechnung erhält man leicht durch Vektorzerlegung

$$\boxed{I_{out} = I_0 \cdot \cos^2(\varphi)}$$

Drehung der Polarisationsebene durch λ/2-Platte:
Wird die λ/2 Platte um den Winkel φ verdreht, so wird die Polarisationsebene um den doppelten Winkel verdreht.

Durchlasskennlinie für verdrehte λ/4-Platte:
Fällt eine linear polarisierte Welle auf eine auf 45° gestellte λ/4-Platte, so resultiert eine zirkular polarisierte Welle, steht sie auf 0° oder 90°, so bleibt der lineare Polarisationszustand erhalten. Bei allen Zwischenzuständen resultiert elliptisch polarisiertes Licht.
Bezeichnen φ und ϑ den Winkel der Wellenplatte resp. des Analysators gegenüber der einfallenden Polarisationsrichtung, so liefert die Matrixrechnung:

$$\boxed{I(\varphi,\vartheta) = I_0 \cdot \left(\cos^2(\varphi)\cdot\cos^2(\vartheta-\varphi) + \sin^2(\varphi)\sin^2(\vartheta-\varphi)\right)}$$

wobei I_0 die Intensität der einfallenden Welle bezeichnet.

2. Durchführung der Experimente

2.1 Versuchsanordnung

Die jeweiligen Komponenten werden auf einer optischen Bank montiert und ausgerichtet. Da alle Komponenten qualitativ hochstehend und teuer sind, müssen sie mit angemessener Sorgfalt gehandhabt werden (optische Flächen nicht berühren, Mechanik nicht "verwürgen" etc.).

Lichtquellen:
Als monochromatische Quellen stehen ein He-Ne-Laser (λ=632.8 nm) sowie ein grüner Laserpointer (diodengepumpter, frequenzverdoppelter NdYAG mit λ=532 nm) zur Verfügung.

Polarisatoren:
Es stehen 2 Glan-Thompson Prismen in Präzisionsdrehhaltern zur Verfügung. Das Löschungsverhältnis (extinction ratio) in gekreuzter Stellung ist besser als 10^{-5} .

Halbwellenplatte, Viertelwellenplatte für λ=632.8 nm
Zwei Quarzplatten entsprechender Dicke verzögern die eine Teilwelle um $\lambda/2$ resp. $\lambda/4$ gegenüber der anderen (normalerweise wird die eine Teilwelle um $(1/2 + m)\cdot\lambda$ resp. um $(1/4 + m/2)\cdot\lambda$ mit ganzzahligem m verzögert).

Aufgaben:
1. Theoretische Aufgabe
Berechnen Sie die Dicke einer $\lambda/4$-Wellenplatte erster Ordnung (m=0) aus den Brechungsindizes von Quartz: Ausserordentlicher Brechungsindex $n_e = 1.55328$ (= Brechungsindex für die eine Hauptpolarisationsrichtung), ordentlicher Brechungsindex $n_o = 1.54418$ (= Brechungsindex ...)

2. Veranschaulichen resp. vertiefen Sie die im ersten Teil dargelegte Theorie mit Hilfe der bereitgestellten Visualisierungsprogramme.

3. Bestimmen Sie experimentell die Durchlasskennlinie eines Polarisator/Analysatorpaars und zeigen Sie die Gültigkeit der Theorie, indem Sie die theoretische Funktion an Ihre Messwerte fitten.

4. Verifizieren Sie die Drehung der Polarisationsebene bei Einfügen einer Halbwellenplatte zwischen Polarisator und Analysator indem Sie für mehrere Stellungen der Halbwellenplatte die Auslöschstellung des Analysators bestimmen.

5. Überprüfen Sie experimentell die Veränderung des Polarisationszustandes durch das Einfügen einer $\lambda/4$-Platte: Bestimmen Sie die Intensität nach dem Analysator $I(\varphi,\vartheta)$ in Funktion des Analysatorwinkels ϑ für mindestens fünf Stellungen der $\lambda/4$-Platte (z.B. φ = 0°, 15°, 30°, 45°, 60°) und vergleichen Sie mit der Theorie, indem Sie den theoretischen Verlauf an ihre Messwerte fitten (= Verifikation des Verlaufs sowie Bestimmung von I_0 für jede Messserie). Ist I_0 in guter Näherung konstant, worauf könnten Abweichungen zurückgeführt werden?

6. Messen Sie die Intensität des grünen Laserlichtes bei 45°-Stellung in Funktion des Analysatorwinkels und verifizieren Sie, wie gut zirkular polarisiert oder wie stark elliptisch polarisiert die entsprechende Strahlung ist.