**Практична робота №3**

**Тема:** Геометрична ймовірність. Аксіоматичне визначення ймовірності. Теореми множення та додавання ймовірностей. Формула повної ймовірності та формула Баєса

**Мета:** набути практичних навичок у розв’язанні задач з підрахунку ймовірностей на підставі геометричного визначення ймовірності, алгебри подій та теорем множення і додавання ймовірностей; навчитися застосовувати на практиці формули повної ймовірності та Баєса.

**Варіант 11(виконати задачі 11,12,13,14,15)  
Завдання 11:**

**Постановка задачі:** Мисливець зробив три постріли по цілі, що віддаляється. Ймовірність влучення в ціль напочатку стрільби складає 0,8, а після кожного пострілу зменшується на 0,1. Знайти ймовірність того, що мисливець: а) не влучить всі три рази; б) влучить хоча б один раз; в) влучить 2 рази.

Нехай ​ — ймовірність влучення при -му пострілі:

P1​=0.8

P2​=0.7

P3​=0.6.

Ймовірність промаху: Qi​=1−Pi​.

а) **Ймовірність, що мисливець не влучить жодного разу:**

P(жодного влучення)= Q1​⋅Q2​⋅Q3​ =(1−0.8)⋅(1−0.7)⋅(1−0.6) =0.2⋅0.3⋅0.4 =0.024

б) **Ймовірність, що мисливець влучить хоча б раз:**

P(хоча б раз)=1−P(жодного влучення) =1−0.024=0.976

в) **Ймовірність, що мисливець влучить рівно два рази:**  
Це означає, що два постріли влучили, а один промахнувся. Можливі варіанти:

1 . Влучення у 1-й і 2-й, промах у 3-й: P1​P2​Q3​

2. Влучення у 1-й і 3-й, промах у 2-й: P1​Q2​P3​

3. Влучення у 2-й і 3-й, промах у 1-й: Q1​P2​P3​

**Завдання 12**

**Постановка задачі:** Відомо, що логін користувача комп’ютерної мережі складається з п’яти маленьких латинських літер, що не повторюються, пароль складається з 6 цифр, що також не повторюються. Знайти ймовірність того, що у разі однієї спроби можна успішно пройти авторизацію, якщо для цього необхідно правильно ввести логін і пароль.

1. Логін складається з 5 різних малих латинських літер. Усього їх 26.  
   Кількість можливих логінів

**Cлогін​=P(26,5)=(26−5)!26!​=26\*25\*24\*23\*22=7893600**

1. Пароль складається з 6 різних цифр (0-9), тобто 10 цифр.  
   Кількість можливих паролів:

**Cпароль​=P(10,6)=(10−6)!10!​=10\*9\*8\*7\*6\*5=151200**

1. Ймовірність вгадати логін і пароль за 1 спробу:

**P=1/(Cлогін​⋅Cпароль​)​=7893600\*1512001​≈8.4×10−14**

**Завдання 13**

**Постановка задачі:** Зловмиснику відомо, що користувач комп’ютерної мережі має пароль, що складається з 5 символів, і логін, що складається з 6 символів. Алфавіт пароля складається із цифр і маленьких латинських літер, алфавіт логіна – лише з маленьких латинських літер. Символи, і логіну, і пароля можуть повторюватися. На той випадок, коли користувач забув логін, існує цифровий код з 4 знаків, що не повторюються. Цей код є аналогом логіна. Знайти ймовірність того, що зловмисник зможе пройти авторизацію в мережі, якщо для цього необхідно правильно ввести логін і пароль.?

1. Логін складається з 6 літер, які можуть повторюватися.  
   Кількість можливих логінів:

**26^6=308915776**

1. Пароль складається з 5 символів, що можуть повторюватися. Алфавіт містить 36 символів (26 літер + 10 цифр).  
   Кількість можливих паролів**:**

**36^5=60466176**

1. Цифровий код із 4 різних цифр (0-9):

**Cкод​=P(10,4)=10\*9\*8\*7=5040**

1. Ймовірність злому логіна + пароля:

**P1 ​= 1/(26^6\*36^5)​**

1. Ймовірність злому логіна + цифрового коду

**P2​=1/(26^6\*5040)**

1. Сумарна ймовірність (знаючи, що можна використовувати логін або код):

P3​=P1​+P2 = 1/(26^6\*36^5)+1/(26^6\*5040)= 1.4×10^−16

**Завдання 14**

**Постановка задачі:** Є коробка з дев’ятьма новими тенісними м’ячами. Для гри беруть 3 м’ячі і після гри кладуть їх назад у коробку. Різниці між м’ячами, що використовувалися у грі, і новими м’ячами немає. Знайти ймовірність того, що після трьох ігор у коробці не залишиться жодного м’яча, що не використовувався у грі.

**Розв’язання.** .

*Визначення.*  Події  і  називаються *незалежними*, якщо.

**Завдання 15**

**Постановка задачі:** Парадокс Монті Хола. «Уявіть себе на телегрі, де вам потрібно вибрати одну з трьох дверей: за одними з них автомобіль; за двома іншими – по козі. Ви вибираєте одні двері, наприклад, перші, ведучий відчиняє одні з двох інших, наприклад, треті, за якими коза. Тоді він каже вам: «Бажаєте змінити вибір на другі двері?» Чи отримаєте ви перевагу, якщо зміните свій вибір?»

1. Якщо учасник залишає свій вибір, то він виграє, якщо спочатку вибрав авто. Ймовірність цього:

**P = 1/3**

1. Якщо учасник змінює вибір, то він виграє, якщо спочатку вибрав козу (ведучий обов'язково прибере іншу козу, тому залишається авто). Ймовірність цього:

**P = 2/3**

1. **Висновок:** Варто змінювати вибір, оскільки ймовірність виграшу вдвічі вища.

**Контрольні запитання:**

1. Надати визначення геометричної ймовірності:

Геометрична ймовірність – це ймовірність, що подія відбудеться, визначена через відношення площі (або довжини, об'єму) тих областей, в яких результат події може відбутися, до загальної площі (довжини, об'єму) всієї просторової області.

1. Навести головні правила алгебри подій:

**Правило об’єднання:** P(A∪B)=P(A)+P(B)−P(A∩B)*P*(*A*∪*B*)=*P*(*A*)+*P*(*B*)−*P*(*A*∩*B*)

**Правило перетворення:** P(A∩B)=P(A)⋅P(B∣A)*P*(*A*∩*B*)=*P*(*A*)⋅*P*(*B*∣*A*)

**Правило доповнення:** P(Aˉ)=1−P(A)*P*(*A*ˉ)=1−*P*(*A*)

1. Який вигляд має формула множення ймовірностей для двох незалежних подій?

Для двох незалежних подій A*A* і B*B* формула виглядає так:

P(A∩B)=P(A)⋅P(B)*P*(*A*∩*B*)=*P*(*A*)⋅*P*(*B*)

1. Який вигляд має формула множення ймовірностей для двох залежних подій?

Для двох залежних подій A*A* і B*B* формула виглядає так: P(A∩B)=P(A)⋅P(B∣A)*P*(*A*∩*B*)=*P*(*A*)⋅*P*(*B*∣*A*)

1. Який вигляд має формула додавання ймовірностей для двох сумісних подій?

Для двох сумісних подій A*A* і B*B* формула така:

P(A∪B)=P(A)+P(B)*P*(*A*∪*B*)=*P*(*A*)+*P*(*B*)

1. Який вигляд має формула додавання ймовірностей для двох несумісних подій?

Для двох несумісних подій A*A* і B*B* формула виглядає так:

P(A∪B)=P(A)+P(B)*P*(*A*∪*B*)=*P*(*A*)+*P*(*B*)

1. Надати визначення повної ймовірності:

Повна ймовірність – це ймовірність події, яка визначається через суму ймовірностей незмінних подій, які покривають всю просторову область. Якщо B1,B2,…,Bn*B*1​,*B*2​,…,*Bn*​ — це взаємно виключні події (система) і A*A* — подія, то:

P(A)=P(A∣B1)P(B1)+P(A∣B2)P(B2)+…+P(A∣Bn)P(Bn)*P*(*A*)=*P*(*A*∣*B*1​)*P*(*B*1​)+*P*(*A*∣*B*2​)*P*(*B*2​)+…+*P*(*A*∣*Bn*​)*P*(*Bn*​)

1. Як можна пояснити поняття апріорної та апостеріорної ймовірності, користуючись формулою Баєса?

**Апріорна ймовірність** P(B)*P*(*B*) — це ймовірність події B*B*, яка встановлюється на основі загальних знань перед отриманням нової інформації.

**Апостеріорна ймовірність** P(A∣B)*P*(*A*∣*B*) — це ймовірність події A*A* після спостереження B*B*.

Формула Баєса описує зв’язок між цими ймовірностями:

P(A∣B)=P(B∣A)⋅P(A)P(B)*P*(*A*∣*B*)=*P*(*B*)*P*(*B*∣*A*)⋅*P*(*A*)​

Якщо у вас є додаткові питання або потрібно роз’яснити певні пункти, дайте знати!