**Практична робота №4**

**Тема:** Схема Бернуллі

**Мета:** набути практичних навичок розв’язання типових задач у рамках схеми Бернуллі.

**Варіант 11(виконати задачі 11,12,13,14,15)  
Завдання 11:**

**Постановка задачі:** У локальній комп’ютерній мережі підрозділу комерційного банку 20 персональних комп’ютерів. Кожен клієнт може протягом хвилини незалежно один від одного здійснити запит до сервера головної бази даних банку з імовірністю p=0,3, або не здійснити з імовірністю q=1-p.

а) чому дорівнює найбільш імовірна кількість запитів за годину?

б) чому дорівнює ймовірність найбільш імовірної кількості запитів за годину?

в) чому дорівнює ймовірність того, що кількість запитів за годину буде від 3 до 7?

г) чому дорівнює ймовірність того, що хоча б один з клієнт здійснить запит?

**Дано:**

* Кількість клієнтів: n=20
* Імовірність запиту протягом хвилини: p=0.3p
* Імовірність відсутності запиту: q=1−p=0.7
* Загальна кількість хвилин за годину: 60

**а) Найбільш імовірна кількість запитів за годину:**

Моделюємо процес як біноміальний розподіл:

Найбільш імовірне значення (мода) при біноміальному розподілі визначається як **mода≈n⋅p**.

Отже, для кожної хвилини:

Найбільш імовірна кількість запитів за хвилину:

*μ1​=20⋅0.3=6.*

За годину це значення помножимо на кількість хвилин:

Найбільш імовірна кількість запитів за годину:

б) Ймовірність найбільш імовірної кількості запитів за годину:

Ймовірність найбільш імовірної кількості можна знайти через формулу біноміального розподілу:

Де — число сполучень. Потрібно обчислити для k= 6 запитів за хвилину, а потім для години.

в) Знайти ймовірність того, що кількість запитів за годину буде від 3 до 7:

Кожен клієнт може надсилати запити протягом однієї хвилини, і кількість комп'ютерів фіксована, що вказує на біноміальний розподіл. Імовірність того, що за одну хвилину відбудеться k запитів, дається формулою біноміального розподілу:

Щоб знайти ймовірність того, що кількість запитів буде від 3 до 7 включно, необхідно підсумувати ймовірності для k=3,4,5,6, за одну хвилину.

Імовірність для кожного значення k:

Тут використовуємо формулу біноміального розподілу для кожного значення:

**г) Ймовірність того, що хоча б один клієнт здійснить запит:**

Ймовірність того, що хоча б один клієнт здійснить запит за хвилину, можна знайти як:

де (жодного запиту) =

Для хвилини:

отже ймовірність хоча б одного запиту за хвилину:

**Завдання 12**

**Постановка задачі:** 8 людей повинні сісти в 2 автомобілі, при чому в кожному повинно бути щонайменше 3 людини. Скількома способами вони це можуть зробити?

**Дано:**

* Кількість клієнтів: n=1000n = 1000n=1000
* Імовірність запиту: p=0.2p = 0.2p=0.2
* Імовірність відсутності запиту: q=0.8q = 0.8q=0.8
* Час — 1 година.

**а) Найбільш імовірна кількість запитів за годину:**

Найбільш імовірне значення (мода) визначається як:

Отже, найбільш імовірна кількість запитів за годину *— 200.*

**б) Ймовірність найбільш імовірної кількості запитів за годину:**

Для обчислення використовується формула біноміального розподілу, підставивши значення

**в) Ймовірність того, що кількість запитів за годину буде від 500 до 1000:**

Кількість комп'ютерів ймовірність запиту протягом хвилини відповідно, ймовірність відсутності запиту

Число запитів за годину підкоряється біноміальному закону розподілу, але через велику кількість спостережень можна скористатися наближенням до нормального розподілу.

Для застосування нормального розподілу визначимо параметри:

1. **Математичне сподівання**:
2. **Середнє квадратичне відхилення**:

Нам потрібно знайти ймовірність того, що кількість запитів X знаходиться між 500 і 1000:

Оскільки 500 і 1000 дуже далекі від математичного сподівання μ=200, ймовірність того, що кількість запитів буде в цьому діапазоні, є практично нульовою. Це пояснюється тим, що такі значення сильно відрізняються від середнього, і, згідно з нормальним розподілом, ймовірність події на такій відстані від середнього є вкрай малою.

Отже, можна зробити висновок:

**г) Ймовірність того, що хоча б один клієнт здійснить запит:**

Де отже:

**Завдання 13**

**Постановка задачі:** Кількість клієнтів місцевого інтернет-провайдера складає 10000 абонентів. Для кожного абонента ймовірність того, що протягом однієї секунди він здійснить запит до сервера провайдера складає p=0,001.

**а) Ймовірність того, що 5 абонентів здійснять запит:**

Ймовірність можна знайти через розподіл Пуассона, оскільки **n** велике, а **p** мале. Параметр розподілу Пуассона:

Ймовірність того, що 5 абонентів здійснять запит:

**б) Ймовірність того, що запит здійснять від 5 до 7 абонентів:**

Потрібно обчислити ймовірність для X=5,6,7 та скласти ці ймовірності.

**в) Ймовірність того, що хоча б один абонент здійснить запит:**

Де

**Завдання 14**

**Постановка задачі:** Імовірність виготовити стандартну деталь на верстаті-автоматі дорівнює 0,95. Навмання беруть три деталі, виготовлені на цьому верстаті. Обчислити ймовірність таких дій: три деталі виявляться стандартними; бракованими; одна з трьох деталей виявиться бракованою.

Використовуємо **формулу Бернуллі**:

**а)** **Ймовірність, що всі три деталі стандартні**

**n=3**

**k=3**

**p=0.95**

**q=0.05**

**б) Ймовірність, що всі три деталі браковані**

**в) Ймовірність, що одна деталь бракована**

**Завдання 15**

**Постановка задачі:** Імовірність появи випадкової події в кожному з належних випробувань незмінна і дорівнює 0,7. Провели 900 випробувань. Обчислити ймовірність таких дій:

1. подія відбувається в 620 випробуваннях;
2. подія відбувається не менше 620 разів.

**Контрольні запитання:**

1. Надати визначення схеми випробувань Бернуллі.

Схема випробувань **Бернуллі** — це послідовність незалежних випробувань, у кожному з яких подія A може відбутися з імовірністю p або не відбутися з імовірністю 1−p1 . Ймовірність успіху p залишається сталою для кожного випробування.

1. Властивості випадкового експерименту за схемою Бернуллі

Кожне випробування має **два можливих результати**: "успіх" (подія відбулася) або "невдача" (подія не відбулася).

Випробування **незалежні**, тобто результат одного не впливає на інші.

Ймовірність успіху **залишається сталою** для всіх випробувань.

Випадкова величина, що описує кількість успіхів у nnn випробуваннях, має **біноміальний розподіл**.

1. Порівняння схеми Бернуллі та гіпергеометричного розподілу

**Спільне:**

* Обидві схеми описують процеси, де є два можливі результати (успіх або невдача).
* Обчислення ймовірностей базується на підрахунку кількості успіхів у певній кількості випробувань.

**Відмінне:**

* У схемі Бернуллі **випробування незалежні**, тоді як у гіпергеометричному розподілі **випробування залежні** (об'єкти вибираються без повернення).
* У схемі Бернуллі ймовірність успіху ppp **стала**, у гіпергеометричному розподілі вона **змінюється після кожного вибору**.
* Гіпергеометричний розподіл використовується для моделювання вибірок **без повернення**, а біноміальний (схема Бернуллі) — для випадків **із поверненням**.

1. Формула для ймовірності отримати k успіхів у n незалежних випробуваннях

Ймовірність того, що подія A відбудеться рівно k разів у n незалежних випробуваннях, визначається **формулою Бернуллі**:

Де

— число сполучень.

1. **Приклади випадкових експериментів, що моделюються за схемою Бернуллі**

* **Підкидання монети** n разів, де успіх — випадання "орла" (p=0.5p = 0.5p=0.5).
* **Кидання грального кубика**, де успіх — випадання шістки (p=1/6p).
* **Перевірка виробів на брак**, де успіх — знайдена стандартна деталь.
* **Тестування програмного коду**, де успіх — знайдений дефект.
* **Запити клієнтів до сервера**, де успіх — отриманий запит від користувача.