**Практична робота №5**

**Тема: Закони розподілу та числові характеристики випадкових величин**

**Мета:** набути практичних навичок у розв’язанні задач щодо знаходження законів розподілу та числових характеристик дискретних та неперервних випадкових величин, зокрема нормального закону, та розв’язання типових задач до цієї теми.

**Варіант 11(виконати задачі 11,12,13,14,15)  
Завдання 11:**

**Постановка задачі:** Часовий інтервал між надходженнями пакетів даних у комп’ютерній мережі зі швидкістю передавання даних 10 *Мбіт/сек* підприємства має експоненціальний розподіл з параметром . Знайти:

* середню довжину інтервалу;
* дисперсію довжини інтервалу;
* СКВ довжини інтервалу;

імовірність того, що часовий інтервал між надходженнями пакетів

Відомо, що якщо випадкова величина X має експоненціальний розподіл з параметром , то:

Математичне сподівання:

Дисперсія:

Середнє квадратичне відхилення (СКВ):

Імовірність для експоненційного розподілу:

Імовірність

Підставляємо мкс^-1

**Середня довжина інтервалу**:

**Дисперсія**:

**СКВ**:

**Імовірність того, що інтервал перевищить 20 мкс**:

**Завдання 12**

**Постановка задачі:** Параметри генератора псевдовипадкових чисел , що входить до інтегрованого середовища , за замовчанням дорівнюють , . Знайти:

* математичне сподівання;
* дисперсію;
* середнє квадратичне відхилення;
* ймовірність того, що .

Якщо то:

1. Вибираємо 3 людини для першого авто: C(8,3) = 56.

2. Вибираємо ще одну людину (для 4-ї у першому авто): C(5,1) = 5.

Тоді залишок (4 людини) автоматично в другому авто.

3. У кожному авто може бути будь-який порядок розташування

пасажирів, тому

домножимо на 3! для першого авто і 4! для другого.

Всього: 56 \* 5 \* 6 \* 24 = **40320** способів.

**Завдання 13**

**Постановка задачі:** НВВ має нормальний розподіл з параметрами та . Функція щільності нормального розподілу . Вивести формулу для функції нормального розподілу , математичного сподівання , дисперсії , імовірності події , імовірності того, що значення випадкової величини відхилиться від математичного сподівання на величину, що не перевищує ().

Для

Функція розподілу:

Математичне сподівання:

Дисперсія: D(X)=σ^2

Імовірність

Імовірність відхилення на : *P(∣X−μ∣≤δ)=2F(μ+δ)−1*

**Завдання 14**

**Постановка задачі:** Автомат виготовляє к**у**льки. Кулька вважається стандартною, якщо відхилення діаметра кульки від проєктного розміру за абсолютною величиною менше, ніж мм. Вважається, що НВВ має нормальний розподіл з СКВ мм. Знайти, скільки в середньому буде стандартних кульок серед 100 виготовлених.

Вважається, що кулька стандартна, якщо:

тому використовуємо правило трьох сигм:

За таблицею Фермі:

Для 100 кульок:

Тобто в середньому 92 кульки будуть стандартними.

**Завдання 15**

**Постановка задачі:** Випадкові похибки вимірювань мають нормальний розподіл із СКВ мм і математичним сподіванням . Знайти ймовірність того, що з трьох незалежних вимірювань похибка хоча б одного не перевищить за абсолютною величиною 4 мм.

Потрібно знайти

Ймовірність того, що хоча б одне вимірювання не перевищить 4 мм:

Отже, ймовірність ≈ 40.5%.

**Контрольні запитання:**

1. **Приклади дискретної випадкової величини (ДВВ):**

* Кількість очок, що випали при кидку грального кубика.
* Кількість дзвінків у кол-центр за годину.
* Число дефектних деталей у вибірці з партії.

1. **Приклади неперервної випадкової величини (НВВ):**

* Час очікування автобуса на зупинці.
* Висота людини в популяції.
* Температура повітря в певний день

1. **Математичне сподівання і дисперсія не існують для всіх розподілів.**

* Наприклад, для деяких важкохвостих розподілів (як-от розподіл Коші) математичне сподівання не існує.
* Якщо математичне сподівання не існує, то й дисперсія, яка залежить від нього, теж не визначена.

1. **Виправдання використання математичного сподівання, якщо воно не є скінченним:**

* В деяких випадках можна використовувати інші характеристики, наприклад, медіану або моду.
* У фізичних задачах можна обмежити область значень величини, щоб отримати скінченне значення.

1. **Універсальна форма закону розподілу:**

* **Функція розподілу (F(x))** застосовна як для ДВВ, так і для НВВ.
* Для ДВВ — це ступінчаста функція, а для НВВ — неперервна.

1. **Альтернативні числові характеристики розподілу:**

* Медіана (центральне значення).
* Мода (найчастіше значення).
* Квантилі та перцентилі.
* Моменти вищих порядків (асиметрія, ексцес).

1. **Ймовірнісний та статистичний сенс математичного сподівання:**

* **Ймовірнісний сенс:** математичне сподівання — це центр ваги розподілу.
* **Статистичний сенс:** це середнє значення вибірки при великій кількості спостережень.

1. **Важливість врахування асиметрії та ексцесу:**

* Асиметрія показує, чи є розподіл симетричним відносно середнього.
* Ексцес вказує на "гостроту" чи "пласкість" розподілу, що впливає на оцінку ризиків.

1. **Якщо математичне сподівання не існує, то не існує дисперсія, асиметрія і ексцес:**

* Дисперсія визначається через математичне сподівання:

Якщо E[X]E[X]E[X] не існує, то вираз для дисперсії неможливо обчислити.

Оскільки асиметрія та ексцес містять моменти вищих порядків (третього четвертого), вони теж не існують.

1. Чому на практиці часто апріорі вважають розподіл нормальним?

Багато реальних явищ підкоряються **центральній граничній теоремі**, яка каже, що сума великої кількості незалежних випадкових величин має нормальний розподіл.

Нормальний розподіл добре описує багато природних і соціальних процесів (зріст, IQ, похибки вимірювань).

Він має зручні аналітичні властивості та дозволяє легко обчислювати ймовірності.