**Практична робота №7**

**Тема:** Найпростіший потік подій. Елементи теорії СМО. Ланцюги Маркова

**Мета:** набути практичних навичок розв’язання задач щодо випадкових процесів, СМО та ланцюгів Маркова.

**Варіант 11(виконати задачі 11,12,13,14,15)  
Завдання 11:**

**Постановка задачі:** Побудувати граф станів СМО «-клієнтів – Web-сервер» (система М/М/1) і систему рівнянь Колмогорова для , . Знайти .

**1. Опис системи**

У нас є система **M/M/1** із **n-клієнтами** (тобто максимальний розмір черги — nnn), де:

* — інтенсивність надходження заявок
* — інтенсивність обслуговування
* — максимальна кількість заявок у системі

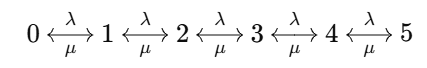
**2. Побудова графа станів**

Стан системи — це кількість заявок у ній у будь-який момент часу:

Система змінює стан, коли:

* приходить нова заявка зі швидкістю (якщо не досягнуто межі )
* обробляється поточна заявка зі швидкістю (якщо в системі є хоча б одна заявка)

Граф виглядає так:



**3. Запис рівнянь Колмогорова**

Рівняння для ймовірностей станів Pi​ у стаціонарному режимі:

Підставимо

Ці рівняння допоможуть знайти ймовірності всіх станів.

**Розрахунок ймовірностей станів**

Отримані значення ймовірностей Pi​:

**Завдання 12**

**Постановка задачі:** Знайти закон розподілу . , .

X∼E(λ1​), знайти розподіл Z=X+Y

Відомо, що сума двох незалежних експоненційних величин підпорядковується гамма-розподілу з параметрами k=2 та

Це щільність гамма-розподілу

**Завдання 13**

**Постановка задачі:** . . Знайти закон розподілу ВВ .

X∼U(0,2π), Z=sin X.

Функція на набуває значень у проміжку

Розв'яжемо через правило заміни змінної:

Функція розподілу:

Розглядаємо області:

На маємо

На маємо

Обчислюємо густину:

*,*

**Завдання 14**

**Постановка задачі:** . . Знайти закон розподілу ВВ .

,

Аналогічно до попереднього завдання, отримуємо:

*,*

**Завдання 15**

**Постановка задачі:** . . Знайти закон розподілу ВВ .

,

Функція на зростає, тому використовуємо перетворення змінної:

*,*

**Контрольні запитання:**

1. Як знання закону розподілу значень пікових навантажень у комп’ютерній мережі підприємства може допомогти у моделюванні та аналізі пікових навантажень?

2. Як знайти математичне сподівання функції одного випадкового аргумента?

3. Як знайти дисперсію функції одного випадкового аргумента?

4. Чому на етапі обчислення закону розподілу функції від випадкової величини потрбіно виконати аналіз монотонності функції?

5. Наведіть приклади задач, де виникає потреба в обчисленні закону розподілу суми випадкових величин.

**1. Як знання закону розподілу значень пікових навантажень у комп’ютерній мережі підприємства може допомогти у моделюванні та аналізі пікових навантажень?**

* Знання закону розподілу дозволяє спрогнозувати ймовірність виникнення критичних навантажень, що допомагає в управлінні ресурсами.
* Це дає змогу ефективніше розподіляти пропускну здатність мережі та уникати перевантажень.
* Можна оцінити необхідні запаси обчислювальних ресурсів і планувати масштабування системи.
* Дозволяє використовувати математичне моделювання для аналізу ризиків і оптимізації мережевого трафіку.

2. **Як знайти математичне сподівання функції одного випадкового аргумента?**

* Якщо є випадкова величина X із щільністю fX(x) і функція g(X), то математичне сподівання обчислюється за формулою:
* Якщо X дискретна, то формула набуває вигляду

**3. Як знайти дисперсію функції одного випадкового аргумента?**

Спочатку потрібно знайти математичне сподівання

Дисперсія визначається за формулою:

Де обчислюється аналогічно математичному сподіванню:

4. **Чому на етапі обчислення закону розподілу функції від випадкової величини потрібно виконати аналіз монотонності функції?**

* Монотонність дозволяє правильно визначити обернену функцію g^−1(x), що використовується для знаходження щільності розподілу.
* Якщо функція не є строго монотонною, необхідно розглядати її окремі ділянки і знаходити сумарний внесок у розподіл.
* Від монотонності залежить правильність застосування формули перетворення щільності:

Якщо монотонність не врахувати, можна отримати некоректний розподіл ймовірностей*.*

5. **Наведіть приклади задач, де виникає потреба в обчисленні закону розподілу суми випадкових величин.**

* **Аналіз часу виконання процесів**: якщо кілька незалежних процесів виконуються одночасно, загальний час виконання є сумою їх тривалостей.
* **Фінансовий ризик**: загальний прибуток або збиток може бути сумою випадкових змінних, що описують прибутки або втрати.
* **Моделювання навантаження на сервер**: загальний трафік, що обробляється сервером, є сумою навантажень від окремих користувачів.
* **Теорія надійності**: загальний термін служби системи, що складається з кількох компонентів, може визначатися як сума або мінімум їх термінів служби.
* **Теорія комунікацій**: в аналізі шуму сигналу загальний рівень шуму моделюється як сума окремих шумових компонентів.