**Практична робота №7**

**Тема:** Найпростіший потік подій. Елементи теорії СМО. Ланцюги Маркова

**Мета:** набути практичних навичок розв’язання задач щодо випадкових процесів, СМО та ланцюгів Маркова.

**Варіант 11(виконати задачі 11,12,13,14,15)  
Завдання 11:**

**Постановка задачі:** Побудувати граф станів СМО «-клієнтів – Web-сервер» (система М/М/1) і систему рівнянь Колмогорова для , . Знайти .

**1. Опис системи**

У нас є система **M/M/1** із **n-клієнтами** (тобто максимальний розмір черги — nnn), де:

* — інтенсивність надходження заявок
* — інтенсивність обслуговування
* — максимальна кількість заявок у системі

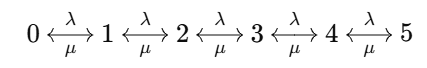
**2. Побудова графа станів**

Стан системи — це кількість заявок у ній у будь-який момент часу:

Система змінює стан, коли:

* приходить нова заявка зі швидкістю (якщо не досягнуто межі )
* обробляється поточна заявка зі швидкістю (якщо в системі є хоча б одна заявка)

Граф виглядає так:



**3. Запис рівнянь Колмогорова**

Рівняння для ймовірностей станів Pi​ у стаціонарному режимі:

Підставимо

Ці рівняння допоможуть знайти ймовірності всіх станів.

**Розрахунок ймовірностей станів**

Отримані значення ймовірностей Pi​:

**Обчислення характеристик системи**

Тепер знайдемо основні показники:

Ймовірність відмови ​ (ймовірність того, що заявка відхилиться через заповнену чергу)

Середня кількість зайнятих каналів (ймовірність того, що система порожня)

Продуктивність системи A (середня кількість обслуговуваних заявок за одиницю часу)

Середній час обслуговування

Середній час перебування заявки в системі

Знайдені характеристики системи

Ймовірність відмови*:*

Ймовірність того, що система порожня:

**Продуктивність системи:**

**Середня кількість заявок у системі:**

Середній час обслуговування:

Середній час перебування заявки в системі:

**Завдання 12**

**Постановка задачі:** Задано матрицю переходу . Знайти матрицю переходу .

Матриця визначається як:

**Завдання 13**

**Постановка задачі:** Побудувати граф станів СМО «-клієнтів – Web-сервер» (система М/М/1) і систему рівнянь Колмогорова для , . Знайти .

**1. Опис системи**

У нас є система **M/M/1** із **n-клієнтами** (тобто максимальний розмір черги — nnn), де:

* — інтенсивність надходження заявок
* — інтенсивність обслуговування
* — максимальна кількість заявок у системі

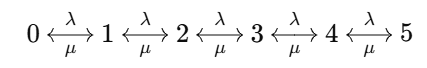
**2. Побудова графа станів**

Стан системи — це кількість заявок у ній у будь-який момент часу:

Система змінює стан, коли:

* Перехід із i у i+1 відбувається з інтенсивністю**).**
* Перехід із i у i-1 відбувається з інтенсивністю**.**

Граф виглядає так:



**3. Запис рівнянь Колмогорова**

Рівняння для ймовірностей станів Pi​ у стаціонарному режимі:

Підставимо

Ці рівняння допоможуть знайти ймовірності всіх станів.

**Розрахунок ймовірностей станів**

Отримані значення ймовірностей Pi​:

**Обчислення характеристик системи**

Тепер знайдемо основні показники:

Ймовірність відмови ​ (ймовірність того, що заявка відхилиться через заповнену чергу)

Середня кількість зайнятих каналів (ймовірність того, що система порожня)

Продуктивність системи A (середня кількість обслуговуваних заявок за одиницю часу)

Середній час обслуговування

Середній час перебування заявки в системі

Знайдені характеристики системи

Ймовірність відмови*:*

Ймовірність того, що система порожня:

**Продуктивність системи:**

**Середня кількість заявок у системі:**

Середній час обслуговування:

Середній час перебування заявки в системі:

**Завдання 14**

**Постановка задачі:** 7. Задано матрицю переходу . Знайти матрицю переходу

**Спочатку обчислюємо**

Далі

**Завдання 15**

**Постановка задачі:** Побудувати граф станів СМО «-клієнтів – Web-сервер» (система М/М/1) і систему рівнянь Колмогорова для , . Знайти .

**1. Опис системи**

У нас є система **M/M/1** із **n-клієнтами** (тобто максимальний розмір черги — nnn), де:

* — інтенсивність надходження заявок
* — інтенсивність обслуговування
* — максимальна кількість заявок у системі

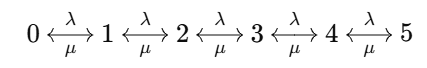
**2. Побудова графа станів**

Стан системи — це кількість заявок у ній у будь-який момент часу:

Система змінює стан, коли:

* приходить нова заявка зі швидкістю (якщо не досягнуто межі )
* обробляється поточна заявка зі швидкістю (якщо в системі є хоча б одна заявка)

Граф виглядає так:



**3. Запис рівнянь Колмогорова**

Рівняння для ймовірностей станів Pi​ у стаціонарному режимі:

Підставимо

Ці рівняння допоможуть знайти ймовірності всіх станів.

**Розрахунок ймовірностей станів**

Отримані значення ймовірностей Pi​:

**Обчислення характеристик системи**

Тепер знайдемо основні показники:

Ймовірність відмови ​ (ймовірність того, що заявка відхилиться через заповнену чергу)

Середня кількість зайнятих каналів (ймовірність того, що система порожня)

Продуктивність системи A (середня кількість обслуговуваних заявок за одиницю часу)

Середній час обслуговування

Середній час перебування заявки в системі

Знайдені характеристики системи

Ймовірність відмови*:*

Ймовірність того, що система порожня:

**Продуктивність системи:**

**Середня кількість заявок у системі:**

Середній час обслуговування:

Середній час перебування заявки в системі:

**Контрольні запитання:**

**1. Що таке СМО і які головні елементи є у її структурі?**

Система масового обслуговування (СМО) – це математична модель, що описує процеси надходження, очікування та обслуговування заявок.  
Головні елементи:

* **Вхідний потік заявок** (клієнти, що надходять у систему).
* **Черга** (місце, де заявки очікують обслуговування, якщо сервер зайнятий).
* **Канали обслуговування** (пристрої або оператори, що обробляють заявки).
* **Вихідний потік** (оброблені заявки, що залишають систему).

**2. Які властивості має найпростіший потік подій, і які його характеристики можна виміряти?**

Найпростіший потік подій (потік Пуассона) має такі властивості:

* **Ординарність** (не більше однієї події за малий проміжок часу).
* **Відсутність післядії** (події виникають незалежно одна від одної).
* **Стаціонарність** (ймовірність появи події залежить лише від довжини інтервалу).  
  Основні характеристики:
* **Середня інтенсивність потоку** (середня кількість подій за одиницю часу).
* **Розподіл часу між подіями**, що описується експоненційним законом.

**3. Які основні характеристики СМО визначають її продуктивність?**

* **Ймовірність відмови**
* **Середня довжина черги**
* **Час очікування в черзі** Wq​.
* **Інтенсивність обслуговування** μ.
* **Коефіцієнт завантаження** , де s – кількість каналів обслуговування.

**4. Які чинники впливають на інтенсивність потоку подій у системі масового обслуговування?**

* Частота надходження клієнтів (джерело заявок).
* Графік роботи системи.
* Часова варіабельність (пікові періоди).
* Зовнішні обмеження (наприклад, доступність ресурсів).

**5. Як визначається інтенсивність обслуговування в СМО?**

Інтенсивність обслуговування μ визначається як середня кількість обслуговуваних заявок за одиницю часу.  
Якщо середній час обслуговування однієї заявки ​, то:

**6. Які властивості мають ланцюги Маркова, і як їх застосовують у теорії СМО?**

Ланцюги Маркова мають властивість **відсутності післядії** – майбутній стан системи залежить лише від поточного стану, а не від попередніх.  
Застосування:

* Аналіз станів СМО (черга, зайнятість серверів).
* Обчислення ймовірностей перебування системи в різних станах.
* Розв’язання рівнянь Колмогорова для знаходження стаціонарних характеристик.

**7. Що таке стаціонарний режим роботи СМО і чому він важливий для аналізу?**

Стаціонарний режим – це стан системи, коли ймовірності її перебування в кожному стані не змінюються з часом.  
Важливість:

* Дозволяє визначати середні характеристики роботи системи.
* Полегшує аналітичні розрахунки продуктивності СМО.

**8. Як визначається ймовірність утрати заявки в системі масового обслуговування?**

Для **СМО з відмовами** (типу M/M/s/s) ймовірність втрати:

де s – кількість каналів обслуговування.

**9. Що таке ефективність обслуговування в СМО і як її вимірюють?**

Ефективність обслуговування – це показник, що характеризує, наскільки добре система обробляє заявки.  
Можна виміряти:

* **Пропускну здатність** A=λ(1−Pвідм).
* **Середній час очікування** Wq ​.
* **Коефіцієнт використання каналів** ρ.

**10. Як визначається коефіцієнт завантаження системи масового обслуговування, і чому він важливий для оцінки її продуктивності?**

Коефіцієнт завантаження ρ визначається як:

Він показує, наскільки завантажена система:

Якщо ρ<1, то система стабільна.

Якщо ρ>1, то черга зростає нескінченно.