1. Loi binomiale (p.111)

Théorème 1 La variable aléatoire X représentant le nombre de succès obtenus en réalisant n épreuves de Bernoulli indépendantes, ayant chacune une probabilité de succès p est dite de *loi binomiale de paramètres n et p*. Sa fonction de masse $p(x)$ est définie par :

$$p(x) = \begin{cases} \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} & \text{si } x = 0, 1, 2, ..., n \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

En abrégé, on écrit $X \sim \text{Binomiale}(n, p)$.

Théorème 2 Soit X une variable aléatoire distribuée selon une loi binomiale de paramètre n et p. Alors :

$$\mathrm{E}(X) = np \quad \text{et} \quad \mathrm{V}(X) = np(1-p)$$

2. Loi de Poisson (p.122)

Théorème 3 On dit qu'une variable aléatoire X est distribuée selon une loi de Poisson de paramètre $c > 0$ si sa fonction de masse est donnée par :

$$p(x) = \begin{cases} \frac{c^x \mathrm{e}^{-c}}{x!} & \text{si } x = 0, 1, 2, ... \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

En abrégé, on écrit $X \sim \text{Poisson}(c)$.

Théorème 4 Soit X une variable aléatoire distribuée selon une loi de Poisson de paramètre $c > 0$. Alors :

$$\mathrm{E}(X) = c \quad \text{et} \quad \mathrm{V}(X) = c$$

3. Approximation de la loi binomiale par la loi de Poisson (p.125)

Théorème 5 La loi de Poisson offre une approximation satisfaisante de la loi binomiale lorsque n est grand et que p est petit. On pose alors $c = np$. Pour que l'approximation tienne la route, il est souhaitable que $p < 0.1$. Plus p est petit et plus n est grand, plus la loi de Poisson fournit une bonne approximation.

4. Loi hypergéométrique (p.120)

Théorème 6 Soit une population finie de N éléments. Si on prélève au hasard et sans remise un échantillon de taille n, la variable aléatoire X représentant le nombre d'éléments de l'échantillon qui appartiennent à la classe en question (composé de D éléments) est dite *loi hypergéométrique de paramètres N, D et n*. La fonction de masse de X est :

$$p(x) = \begin{cases} \frac{\binom{D}{x}\binom{N-D}{n-x}}{\binom{N}{n}} & \text{si } x \in \{\max(0, n-N+D), ..., \min(n, D)\} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

En abrégé, on écrit $X \sim \text{Hypergéométrique}(N, D, n)$.

Théorème 7 Soit X une variable aléatoire distribuée selon une loi hypergéométrique de paramètres N, D et n. Alors :

$$\mathrm{E}(X) = n \cdot \frac{D}{N} \quad \text{et} \quad \mathrm{V}(X) = n \cdot \frac{D}{N}\left(1 - \frac{D}{N}\right)\left(\frac{N-n}{N-1}\right)$$