1. Résumé des procédures de tests d'hypothèse (p.316)

et les variances de distributi...

Hypothèse nulle	Statistique du test	Hypothèse alternative	Critère de rejet de H_0	Paramètre de la courbe caractéristique
$H_0: \mu = \mu_0$, σ^2 connue	$Z_0 = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$	$H_1: \mu \neq \mu_0$ $H_1: \mu > \mu_0$ $H_1: \mu < \mu_0$	$\lvert z_0\rvert > z_{\alpha/2}$ $z_0 > z_\alpha$ $z_0 < -z_\alpha$	$d = \lvert\mu_1 - \mu_0\rvert / \sigma$ $d = (\mu_1 - \mu_0)/\sigma$ $d = (\mu_0 - \mu_1)/\sigma$
$H_0: \mu = \mu_0$, σ^2 inconnue	$T_0 = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$	$H_1: \mu \neq \mu_0$ $H_1: \mu > \mu_0$ $H_1: \mu < \mu_0$	$\lvert t_0\rvert > t_{\alpha/2;\, n-1}$ $t_0 > t_{\alpha;\, n-1}$ $t_0 < -t_{\alpha;\, n-1}$	$d = \lvert\mu_1 - \mu_0\rvert / \sigma$ $d = (\mu_1 - \mu_0)/\sigma$ $d = (\mu_0 - \mu_1)/\sigma$
$H_0: \mu_1 = \mu_2$, σ_1^2 et σ_2^2 connues	$Z_0 = \dfrac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1} + \dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}}$	$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$ $H_1: \mu_1 > \mu_2$ $H_1: \mu_1 < \mu_2$	$\lvert z_0\rvert > z_{\alpha/2}$ $z_0 > z_\alpha$ $z_0 < -z_\alpha$	$d = \lvert\mu_1 - \mu_2\rvert \big/ \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$ $d = (\mu_1 - \mu_2) \big/ \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$ $d = (\mu_1 - \mu_2) \big/ \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$
$H_0: \mu_1 = \mu_2$, $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ inconnues	$T_0 = \dfrac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{S_p\sqrt{\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}}}$	$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$ $H_1: \mu_1 > \mu_2$ $H_1: \mu_1 < \mu_2$	$\lvert t_0\rvert > t_{\alpha/2;\, n_1+n_2-2}$ $t_0 > t_{\alpha;\, n_1+n_2-2}$ $t_0 < -t_{\alpha;\, n_1+n_2-2}$	$d = \lvert\mu_1 - \mu_2\rvert / 2\sigma$ $d = (\mu_1 - \mu_2)/2\sigma$ $d = (\mu_2 - \mu_1)/2\sigma$
$H_0: \mu_1 = \mu_2$, $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ inconnues	$T_0 = \dfrac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\dfrac{S_1^2}{n_1} + \dfrac{S_2^2}{n_2}}}$ $v = \dfrac{\left(\dfrac{s_1^2}{n_1} + \dfrac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\dfrac{(s_1^2/n_1)^2}{n_1 + 1} + \dfrac{(s_2^2/n_2)^2}{n_2 + 1}} - 2$	$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$ $H_1: \mu_1 > \mu_2$ $H_1: \mu_1 < \mu_2$	$\lvert t_0\rvert > t_{\alpha/2;\, v}$ $t_0 > t_{\alpha;\, v}$ $t_0 < -t_{\alpha;\, v}$	— — —
$H_0: \mu_D = 0$ où $\mu_D = \mu_1 - \mu_2$, σ_1^2 et σ_2^2 inconnues, échantillons appariés	$T_0 = \dfrac{\overline{D}}{S_D/\sqrt{n}}$	$H_1: \mu_D \neq 0$ $H_1: \mu_D > 0$ $H_1: \mu_D < 0$	$\lvert t_0\rvert > t_{\alpha/2;\, n-1}$ $t_0 > t_{\alpha;\, n-1}$ $t_0 < -t_{\alpha;\, n-1}$	$d = \lvert\mu_D\rvert / \sigma$ $d = \mu_D / \sigma$ $d = -\mu_D / \sigma$
$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$	$U_0 = \dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$	$H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$ $H_1: \sigma^2 > \sigma_0^2$ $H_1: \sigma^2 < \sigma_0^2$	$u_0 > \chi^2_{\alpha/2;\, n-1}$ ou $u_0 < \chi^2_{1-\alpha/2;\, n-1}$ $u_0 > \chi^2_{\alpha;\, n-1}$ $u_0 < \chi^2_{1-\alpha;\, n-1}$	$\lambda = \sigma_1 / \sigma_0$ $\lambda = \sigma_1 / \sigma_0$ $\lambda = \sigma_1 / \sigma_0$
$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$	$F_0 = s_1^2 / s_2^2$	$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ $H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$	$f_0 > F_{\alpha/2;\, n_1-1,\, n_2-1}$ ou $f_0 < F_{1-\alpha/2;\, n_1-1,\, n_2-1}$ $f_0 > F_{\alpha;\, n_1-1,\, n_2-1}$	$\lambda = \sigma_1 / \sigma_2$ $\lambda = \sigma_1 / \sigma_2$

2. Test d'ajustement (p.307)

La procédure de test requiert un échantillon aléatoire de taille n de la variable X, dont la fonction de densité de probabilité est inconnue. Ces n observations sont disposées dans un tableau de fréquence à K classes. Soit O_i, la fréquence observée dans la i-ième classe. À l'aide de la distribution hypothétique, on calcule la fréquence espérée dans la i-ième classe E_i. Les hypothèses sont :

— H_0 : La loi proposée est un bon modèle pour cette variable.

— H_1 : La loi proposée n'est pas un bon modèle pour cette variable.

La statistique de test est :

$$U_0 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

Il s'avère que U_0 obéit approximativement à la loi de khi-carré avec $k - p - 1$ degrés de liberté où p représente le nombre de paramètres de la distribution hypothétique estimée à partir de l'échantillon. On rejette l'hypothèse que X obéit à la distribution hypothétique si $u_0 > \chi^2_{\alpha;k-p-1}$.

2. Test d'indépendance (p.313)

On désire tester l'hypothèse que les variables X_1 et X_2 sont indépendantes. Si l'on rejette cette hypothèse, on conclut qu'il existe une interaction entre les deux critères de classement. La statistique de test présentée est approximative, mais est valide pour les grandes tailles d'échantillon.

Supposons que p_{ij} est la probabilité qu'un élément choisi au hasard est dans la ij-ième cellule, c'est-à-dire que $X_1 = i$ et $X_2 = j$. Dans la mesure où les deux classements sont indépendants, alors $p_{ij} = w_i v_j = P(X_1 = i)P(X_2 = j)$ où $w_i = P(X_1 = i)$ est la probabilité qu'un élément choisi au hasard prenne la i-ième valeur de X_1 et $v_j = P(X_2 = j)$, la probabilité qu'un élément choisi au hasard prenne la j-ième valeur de X_2. Les estimateurs de vraisemblance de w_i et v_j sont :

$$\hat{w}_i = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{c} O_{ij}, \quad \hat{v}_j = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{r} O_{ij} \Rightarrow \hat{E}_{ij} = n\hat{w}_i\hat{v}_j = \frac{1}{n}\sum_{m=1}^{c} O_{im}\sum_{k=1}^{r} O_{kj}$$

Pour les grandes tailles n, on a la distribution approximative suivante :

$$U_0 = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{c} \frac{(O_{ij} - \hat{E}_{ij})^2}{\hat{E}_{ij}} \sim \chi^2_{(r-1)(c-1)}$$

On rejette l'hypothèse d'indépendance si $u_0 > \chi^2_{\alpha;(r-1)(c-1)}$

	Valeurs de X_2			
Valeurs de X_1	**1**	**2**	**…**	**c**
1	O_{11}	O_{12}	…	O_{1c}
2	O_{21}	O_{22}	…	O_{2c}
.	.	.		.
.	.	.		.
.	.	.		.
r	O_{r1}	O_{r2}	…	O_{rc}

FIGURE 1 – Le tableau de contingence (r lignes et c colonnes)