1. Fonction de masse et de densité (p.44, p.47)

Théorème 1 Lorsque X représente une variable aléatoire discrète, on associe un nombre $p_X(x_i) = P(X = x_i)$ à chaque résultat x_i de R_X pour $i = 1, 2, ..., n, ...,$.

Dans le cas continu, la variable X a une fonction de répartition $F_X(x) = \int_{-\infty}^{x} f_x(t)dt$ qui est continue et qui admet une dérivée pour toutes les valeurs de x (à l'exception peut-être d'un certain nombre dénombrable), cette dérivée étant continue par morceaux. Dans ces conditions, l'image de R_X est formé d'un ou plusieurs intervalles. Les conditions suivantes devraient être respectées :

Cas discret	Cas continue
$p_X(x_i) \geq 0 \quad \forall i$	$f_X(x) \geq 0 \quad \forall x \in R_x$
$\sum_{i=1}^{\infty} p_X(x_i) = 1$	$\int_{R_x} f_X(x)dx = 1$

2. Espérance mathématique et variance (p.50, p.51, p.53)

Théorème 2 L'espérance de X est définie comme :

$$\mathrm{E}(X) = \mu = \begin{cases} \sum_i x_i p_X(x_i) & \text{si X est une variable discrète} \\ \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f_X(x)dx & \text{si X est une variable continue} \end{cases}$$

Théorème 3 La quantité $\mathrm{E}(X^n)$, pour $n \geq 1$, est appelé le n-ième moment de X :

$$\mathrm{E}(X^n) = \mu_k^{'} = \begin{cases} \sum_i x_i^n p_X(x_i) & \text{si X est une variable discrète} \\ \int_{-\infty}^{\infty} x^n \cdot f_X(x)dx & \text{si X est une variable continue} \end{cases}$$

Théorème 4 La variance est une mesure de la dispersion de la probabilité associée aux éléments de R_X. On la définie comme suit :

$$\text{Var}(X) = \sigma^2 = \begin{cases} \sum_i (x_i - \mu)^2 p_X(x_i) & \text{si X est une variable discrète} \\ \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 f_X(x)dx & \text{si X est une variable continue} \end{cases}$$

Astuce : En pratique, il est rare d'employer la formule de la variance précédente. On préfèrera employer la formule suivante :

$$\text{Var(X)} = \text{E}(X^2) - (\text{E}(X))^2$$

3. Combinaisons et permutations (p.19)

Théorème 5 Le nombre d'échantillons ordonnés de taille r, sans remise, d'un lot de n objets est :

$$n(n-1)...(n-r+1) = \frac{n!}{(n-r)!} = P_r^n$$

Théorème 6 Le nombre d'échantillons (sans considération de l'ordre) de taille r, sans remise, d'un ensemble de n objets est :

$$\binom{n}{r} = \frac{P_r^n}{r!} = \frac{n!}{(n-r)!r!} = \frac{n(n-1)...(n-r+1)}{r!}$$