

1. Définitions : espérance, covariance et corrélation (p.94-95)

Théorème 1 Si a et b sont des constantes et que X est une variable aléatoire, alors :

$$E(aX + b) = aE(X) + b$$

Théorème 2 Soit les deux variables aléatoires X_1 et X_2 . La covariance de X_1 et X_2 , notée σ_{12} , se traduit par :

$$\text{Cov}(X_1, X_2) = \sigma_{12} = E((X_1 - E(X_1))(X_2 - E(X_2)))$$

et leur coefficient de corrélation, notée ρ , par :

$$\rho = \frac{\text{Cov}(X_1, X_2)}{\sqrt{V(X_1)}\sqrt{V(X_2)}} = \frac{\sigma_{12}}{\sigma_1 \cdot \sigma_2}$$

Astuce : Une façon plus pratique d'exprimer la covariance est la formule suivante :

$$\text{Cov}(X_1, X_2) = E(X_1 X_2) - E(X_1)E(X_2)$$

2. Propriétés de la covariance

1. $\text{Cov}(X, X) = V(X)$
2. $\text{Cov}(X, Y) = \text{Cov}(Y, X)$
3. $\text{Cov}(cX, Y) = c \cdot \text{Cov}(X, Y)$ où c est une constante
4. $\text{Cov}(X + c, Y) = \text{Cov}(X, Y)$ où c est une constante
5. $\text{Cov}(X+Y, Z) = \text{Cov}(X, Z) + \text{Cov}(Y, Z)$ où X, Y et Z sont des variables aléatoires
6. $\text{Cov}(\sum_i X_i, \sum_j X_j) = \sum_i \sum_j \text{Cov}(X_i, X_j)$ bilinéarité de la covariance