

# 1 Przekształcenia geometryczne

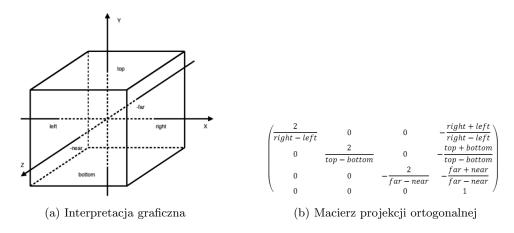
Celem niniejszych ćwiczeń jest omówienie macierzowych przekształceń pozwalających na transformowanie gemetrii obiektu wyrażonej przy pomocy zbioru wierzchołków w położenie tego obiektu w wyimaginowanej przestrzeni trójwymiarowej z narzuconym odwzorowaniem widoku (projekcją) na płaszczyznę 2D. Ponadto omówiona zostanie macierz przekształcenia model-widok, która zapewnia możliwość modyfikacji położenia, obrotu, przeskalowania obiektu. Przykłady wykorzystane w ćwiczeniach zostały oparte o klasę glObject, która zawiera omawiane uprzednio techniki proceduralnego tworzenia tablic atrybutów wierzchołków.

## 1.1 Macierzowe przekształcenie projekcji

W poprzednio realizowanych ćwiczeniach zaprezentowana została idea shaderów jako niedużych programów, które pozwalają w sposób ujednolicony oddziaływać na wszystkie wierzchołki tworzące zbiór obiektów (prymitywów) do narysowania na scenie. Zwróciliśmy uwagę na zmienne jednorodne, które pozwalają na transferowanie wartości z aplikacji głównej do programu shadera. Uzyskanie złudzenia przestrzenności w generowanym widoku wymaga wprowadzenia macierzowego przekształcenia projekcji. Jest ono dane równaniem macierzowym

$$P' = M \cdot P \tag{1}$$

gdzie M jest macierzą rzutowania  $^1$  a P punktem opisanym w przestrzeni. Przekształcenie to znajduje obraz punktu P' po zrzutowaniu na płaszczyznę ekranu. Wyróżniamy twa podstawowe typy rzutowania: ortogonalne oraz perspektywiczne. Rzutowanie ortogonalne (rys. 1) zakłada istnienie prostopadłościanu rozpiętego w kartezjańskim układzie odniesienia XYZ który jest ograniczony płaszczyznami prostopadłymi dla poszczególnych jego osi. Obiekty przestrzenne znajdujące się wewnątrz prostopadłościanu są rzutowane na płaszczyznę ekranu zawierającą się w płaszczyźnie ograniczonej współrzędną -near. Rzutowanie ortogonalne (prostokątne) pozwala



Rysunek 1: Istota rzutowania ortogonalnego

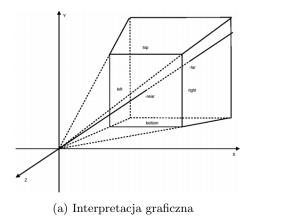
na realizację prostych wizualizacji stosowanych w niektórych formach rysunku technicznego. Punkty wierzchołkowe znajdujące się w przestrzeni są odwzorowane na rzutni z użyciem linii prostopadłych do płaszczyzny rzutni i przechodzących przez te punkty, co bywa źródłem zniekształceń.

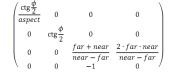
Drugim rodzajem projekcji, które zapewnia o wiele bardziej realistyczne efekty wizualne jest rzutowanie perspektywiczne. Na rysunku 2 zaprezentowano ideę tego rzutowania. Zakłada ona istnienie w przestrzeni graniastosłupa obciętego dwoma płaszczyznami (tzw. frusty <sup>2</sup>). Obiekty o wierzchołkach zawartych w przestrzeni frusty są rzutowane na płaszczyznę.

 $<sup>^{1}</sup>$ ang. projection matrix

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>ang. frustum







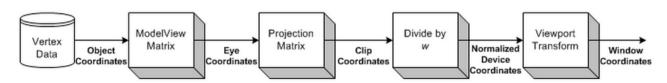
(b) Macierz projekcji perspektywicznej

Rysunek 2: Istota rzutowania ortogonalnego

W rzutowaniu perspektywicznym zakłada się niejednokrotnie, że obserwator jest umieszczony w punkcie (0,0,0) i spogląda na płaski obraz zrzutowany na płaszczyznę -near. W takiej interpretacji korzysta się z dwóch dodatkowych parametrów jakimi są kąt rozwarcia ostrosłupa widzenia  $\phi$  oraz współczynnik aspektu <sup>3</sup> rozumiany jako stosunek szerokości do wysokości obszaru rzutowania.

# 1.2 Macierzowe przekształcenie widoku

Macierz projekcji odpowiada za odwzorowanie współrzędnych punktów w przestrzeni trójwymiarowej na płaszczyznę rzutni. Zanim to nastąpi, współrzędne wierzchołków są zwykle transformowane poprzez macierz modelwidok <sup>4</sup>, które zadaniem jest wykonanie pewnych elementarnych operacji geometrycznych, związanych ze zmianą położenia, skali lub rotacją obiektów. Macierz model-widok może być również wykorzystywana do modyfikacji położenia obserwatora na scenie oraz punktu, na który obserwator spogląda. Zaprezentowany na rysunku



Rysunek 3: Operacje macierzowe wykonywane na atrybutach wierzchołków

diagram przepływu sugeruje, ze operacje macierzowe winny być realizowane w ramach przekształcenia współrzędnych wierzchołków. W praktyce to zagadnienie sprowadza się do realizacji równania

$$[x', y', z', w']^T = MV \cdot MP \cdot [x, y, z, w]^T$$
 (2)

Gdzie MV oraz MP są odpowiednio macierzami Model-Widok oraz Projekcji. Warto zwrócić uwagę, że współrzędne wierzchołków zawierają dodatkowy parametr w rozstrzyga on, czy dana trójka współrzędnych opisuje punkt w przestrzeni (w=1) czy też kierunek (w=0) jej obecność jest podyktowana między innymi koniecznością jednolitego przekształcania nie tylko punktów opisujących geometrię obiektu ale również wersorów, które

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>ang. aspect ratio

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>ang. modelview matrix



są wykorzystywane np. w modelowaniu oświetlenia. Obecnie zaimplementujemy to równanie w shaderze wierzchołków z wykorzystaniem zmiennych jednorodnych. Macierze będziemy tworzyli za pośrednictwem biblioteki glm <sup>5</sup>, która implementuje większość znanych także z wcześniejszych wersji OpenGL operacji macierzowych.

### 1.2.1 Przebieg ćwiczenia

- 1. Przygotuj nowy projekt programistyczny i podłącz do niego pliki źródłowe zawarte w materiałach do lekcji.
- Skompiluj i uruchom program. Zwróć uwagę, czy kompilator poprawnie odszukuje pliki z biblioteki glm.
  W razie potrzeby przekopiuj folder glm we właściwą lokalizację względem położenia pozostałych plików
  źródłowych.
- 3. Zapoznaj się z implementacją klasy gl0bject zarządzającej tworzeniem i utrzymywaniem obiektów buforów i obiektów
- 4. W metodzie PrepareObjects klasy scena przygotuj instancję obiektu glObject, która reprezentować będzie układ współrzędnych

```
Axes = new glObject();
Axes->BeginObject(GL_LINES);
Axes->SetColor(1.0,0.0,0.0); // os X w kolorze czerwonym
Axes->AddVertex(0.0,0.0,0.0);
Axes->AddVertex(10.0,0.0,0.0);
Axes->SetColor(0.0,1.0,0.0); // os Y w kolorze zielonym
Axes->AddVertex(0.0,0.0,0.0);
Axes->AddVertex(0.0,10.0,0.0);
Axes->SetColor(0.0,1.0); // os Z w kolorze niebieskim
Axes->AddVertex(0.0,0.0,0.0);
Axes->AddVertex(0.0,0.0,0.0);
Axes->AddVertex(0.0,0.0,0.0);
Axes->EndObject();
```

Powyższy kod dodaje do obiektu Axes jedną VAO (metoda BeginObject), która ma być rysowana przymitywami GL\_LINES. Następnie do utworzonej tablicy atrybutów dokładane są kolejne wierzchołki opisujące geometrię prymitywów. Polecenie EndObject() kończy definiowanie VAO oraz wymusza przygotowanie i wypełnienie skojarzonych z nią VBO.

- 5. W kodzie rysowania sceny wydaj polecenie Axes->Draw(). Skompiluj i uruchom program. Na bieżącym etapie rozwoju powinien on wykreślić układ współrzędnych. Poszczególne osie układu oznaczane są kolorami R,G,B odpowiadającymi osiom X,Y,Z
- 6. Do aktualnej postaci aplikacji pora dodać macierze występujące w równaniu 2. W tym celu posłużymy się gotowymi obiektami macierzowymi z biblioteki glm, które są kompatybilne z definicjami obiektów macierzy w shaderach.
- 7. Zmodyfikuj kod shadera wierzchołków do następującej postaci:

```
// definicja wersji
#version 330
uniform mat4 projectionMatrix;
uniform mat4 modelViewMatrix;
```

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>ang. Graphics Library Mathematics



Zwróć uwagę na deklaracje macierzy Projekcji oraz Model-Widok zrealizowane w postaci zmiennych jednorodnych.

8. Wprowadź zmienne reprezentujące macierze Model-Widok oraz Projekcji jako składowe prywatne klasy scena. Mechanizm przekazywania zmiennych jednorodnych umożliwi wówczas na przekazywanie obu macierzy pomiędzy aplikacją a shaderem.

```
private:
glm::mat4 mProjection;
glm::mat4 mModelView;
```

9. W kodzie metody odpowiedzialnej za przeskalowanie widoku sceny wprowadź polecenie aktualizacji macierzy Projekcji

```
void Scene::Resize(int new_width, int new_height)
{
    // przypisz nowe gabaryty do pol klasy
    width = new_width;
    // uwzgledniaj obecnosc kontrolki wizualnej
    height = new_height-100;
    // rozszerz obszar renderowania do obszaru o wymiarach 'width' x 'height'
    glViewport(0, 100, width, height);

    mProjection = glm::perspective(45.0f,(GLfloat)width/(GLfloat)height,0.1f,100.0f);
}
```

Polecenie glm::perspective definiuje macierz przekształcenia perspektywicznego z uwzględnieniem kolejno:  $\Phi$ , aspect, near oraz far.

10. Rozbuduj kod rysowania sceny do następującej postaci

```
void Scene::Draw()
{
     // czyscimy bufor kolorow
     glClear(GL_COLOR_BUFFER_BIT);
     int iModelViewLoc = glGetUniformLocation(program, "modelViewMatrix");
```



Kod zapewnia przekazanie do shadera aktualnie wypracowanych postaci macierzy MP oraz MV. Procedura lookAt tworzy postać macierzy Model-Widok uwzględniającą przemieszczeni obserwatora. Trzy pierwsze argumenty polecenia określają położenie obserwatora, trzy kolejne definiują punkt, na który obserwator spogląda, a trzy ostatnie definiują wektor opisujący gdzie jest "góra" obrazu względem zdefiniowanego układu współrzędnych.

11. Skompiluj i uruchom program. Na bieżącym etapie rozwoju shader wierzchołków realizuje macierzowe przekształcenia widoku z uwzględnieniem rzutowania perspektywicznego i ustawienia obserwatora.

## 1.3 Testowanie głębi

Procedura rzutowania działa bezkrytycznie na wszystkie wierzchołki zawarte w przestrzeni frusty. Gdyby ograniczyć się tylko i wyłącznie do operacji rzutowania powstałyby przekłamania związane z faktem iż w przestrzeni pewne obiekty mogą przesłaniać inne. W związku z tym, dla dalszego podniesienia realizmu w renderowanych scenach OpenGL został wyposażony w mechanizm automatycznej analizy przesłonięć, która przy realizacji rzutowania bierze pod uwagę głębokość umieszczenia obiektów Informacje tym są zapisywane w buforze głębi. Obecnie przećwiczymy wykorzystanie analizy przesłonięć w przypadku, gdy na scenie znajdą się dwa obiekty opisane odrębnymi VAO.

### 1.3.1 Przebieg ćwiczenia

- 1. Zdefiniuj w projekcie instancję dla obiektu Cube w sposób analogiczny, jak wprowadzono do niego obiekt
- 2. W kodzie metody PrepareObject zapewnij wprowadzenie do obiektu wierzchołków opisujących dwie ściany sześcianu o boku 1, w którego środku znajduje się początek układu współrzędnych.

 $<sup>^6</sup>$ ang. up-vector



```
Cube->AddVertex(-0.5,-0.5,0.5);

Cube->AddVertex(-0.5,0.5,-0.5);

Cube->AddVertex(-0.5,-0.5,-0.5);

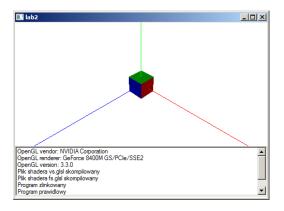
Cube->EndObject();
```

- 3. Zapewnij wyrysowanie obiektu Cube w kodzie rysowania sceny. Skompiluj i uruchom program, czy ściany obiektu pojawiają się na scenie zgodnie z oczekiwaniami? Porównaj położenie ścian z punktem przecięcia się osi układu współrzędnych
- 4. W metodzie inicjalizacji sceny wprowadź polecenie testowania głębi

W kodzie rysowania sceny uzupełnij polecenie glClear o flagę czyszczenia zawartości bufora głębi. Zapewni to prawidłową analizę przesłonięć przy każdorazowym wygenerowaniu nowego widoku sceny.

```
glClear(GL_COLOR_BUFFER_BIT|GL_DEPTH_BUFFER_BIT);
```

5. Uzupełnij definicję ścian w obiekcie Cube w ramach metody PrepareObjects tak, aby powstał kompletny sześcian. Niech każda ze ścian prostopadła do danej osi układu współrzędnych ma kolor tej osi pociemniony do 0.5 oraz 0.3 jak w przykładzie ze ścianami dla OX. Skompiluj i uruchom program. Widok wyrenderowanego sześcianu prezentuje rys. 4



Rysunek 4: Sześcian złożony z 6-u przystających czworokatów uzyskanych z prymitywu triangle strip.



## 1.4 Macierzowe przekształcenie geometryczne

Współrzędne punktu P, którego położenie w wybranym układzie współrzędnych W opisuje wektor  $[P_x, P_y, P_z]^T$  można przekształcić do opisu w innym układzie współrzędnych U za pomocą równań macierzowo-wektorowych definiujących rotacje, translacje oraz skalę.

Translacją  $U^T$  punktu P o wektor V nazywamy przekształcenie opisane równaniem (3)

$$U^{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & V_{x} \\ 0 & 1 & 0 & V_{y} \\ 0 & 0 & 1 & V_{z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{x} \\ P_{y} \\ P_{z} \\ 1 \end{bmatrix}$$
(3)

### 1.4.1 Ćwiczenia

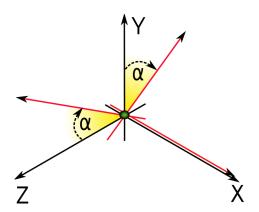
Znajdź obraz punktu P w układzie U jeśli punkt ten ma w układzie W współrzędne (1.0, 2.0, 0.0) a przekształcenie geometryczne  $U \to W$  jest translacją o wektor  $\overrightarrow{V} = [2.0, 2.0, 0.0]^T$ . Porównaj wynik z rysunkiem z punktu pierwszego niniejszego opracowania.

Skalą  $U^S$  punktu P o współczynniki S nazywamy przekształcenie opisane równaniem (4)

$$U^{S} = \begin{bmatrix} S_{x} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_{y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_{z} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{x} \\ P_{y} \\ P_{z} \\ 1 \end{bmatrix}$$
(4)

Rotacją  $U^{Rot(X,\alpha)}$  punktu P o kąt  $\alpha$  względem osi OX nazywamy przekształcenie opisane równaniem (5).

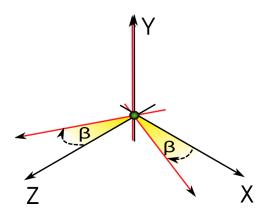
$$U^{Rot(X,\alpha)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 \\ 0 & \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \\ 1 \end{bmatrix}$$
 (5)



Rysunek 5: Rotacja względem osi OX

Rotacją  $U^{Rot(Y,\beta)}$  punktu P o kąt  $\beta$  względem osi OY nazywamy przekształcenie opisane równaniem (6).

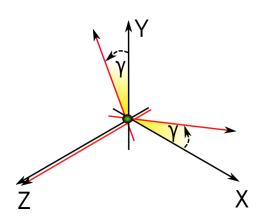
$$U^{Rot(Y,\beta)} = \begin{bmatrix} \cos(\beta) & 0 & \sin(\beta) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(\beta) & 0 & \cos(\beta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \\ 1 \end{bmatrix}$$
(6)



Rysunek 6: Rotacja względem osi OY

Rotacją  $U^{Rot(Z,\gamma)}$  punktu P o kąt  $\gamma$  względem osi OZ nazywamy przekształcenie opisane równaniem (7).

$$U^{Rot(Z,\gamma)} = \begin{bmatrix} \cos(\gamma) & -\sin(\gamma) & 0 & 0\\ \sin(\gamma) & \cos(\gamma) & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_x\\ P_y\\ P_z\\ 1 \end{bmatrix}$$
(7)



Rysunek 7: Rotacja względem osi OZ

Powyższe transformacje można ze sobą składać przez wzajemne mnożenie macierzy przekształcenia geometrycznego. Wynikowa macierz przekształcenia geometrycznego jest niczym innym jak macierzą Model-Widok.

### 1.4.2 Przebieg ćwiczenia

- 1. Zapoznaj się z ze składnią funkcji glm::translate glm::rotate oraz glm::scale które definiują macierze odpowiednich przekształceń geometrycznych.
- 2. Zmodyfikuj kod rysujący scenę do następującej postaci:

```
void Scene::Draw()
{
     // czyscimy bufor kolorow
     glClear(GL_COLOR_BUFFER_BIT | GL_DEPTH_BUFFER_BIT);
```



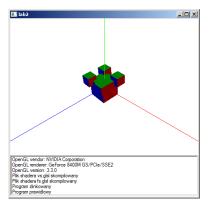
```
int iModelViewLoc = glGetUniformLocation(program, "modelViewMatrix");
       int iProjectionLoc = glGetUniformLocation(program, "projectionMatrix");
       glUniformMatrix4fv(iProjectionLoc, 1, GL_FALSE, glm::value_ptr(mProjection));
       glm::mat4 mModelView = glm::lookAt(glm::vec3(5.0f, 5.0f, 5.0f),
                                                   glm::vec3(0.0f),
                                                   glm::vec3(0.0f, 1.0f, 0.0f));
       glUniformMatrix4fv(iModelViewLoc, 1, GL_FALSE, glm::value_ptr(mModelView));
       Axes->Draw();
       mModelView = glm::rotate(mModelView,
                                                    rot_y,
                                                    glm::vec3(0.0f, 1.0f, 0.0f));
       mModelView = glm::rotate(mModelView,
                                                    rot_x,
                                                    glm::vec3(1.0f, 0.0f, 0.0f));
       glUniformMatrix4fv(iModelViewLoc, 1, GL_FALSE, glm::value_ptr(mModelView));
       Cube->Draw();
}
```

- 3. Zwróć uwagę na obsługę zmiennych rot\_x oraz rot\_y w metodzie KeyPressed klasy implementującej scenę.
- 4. Skompiluj i uruchom program. Zaobserwuj jak przy pomocy klawiszy strzałkowych klawiatury można obracać sześcian na skutek zmiany macierzy Model-Widok
- 5. Przesuń kod rysowania osi pod kod rysowania sześcianu. Jaki teraz efekt można zaobserwować? Jaka jest cecha przetwarzania widoku sceny z użyciem macierzy ModelWidok?
- 6. Rozbuduj kod rysowania sceny o polecenie translacji oraz skalowania.



Powyższy kod powoduje wprowadzenie translacji układu odniesienia o wektor [0.5, 0.5, 0.5] oraz skali proporcjonalnie względem każdej osi o 0.5. Po wprowadzeniu tych przekształceń rysowanie kostki jest powielone. Skompiluj i uruchom program. Porównaj uzyskiwany efekt graficzny z opisem w kodzie

7. Zmodyfikuj kod tak, aby zapewnić narysowanie 4 mniejszych sześcianów w narożach dużego. Przykład realizacji zadania prezentuje rys. 8



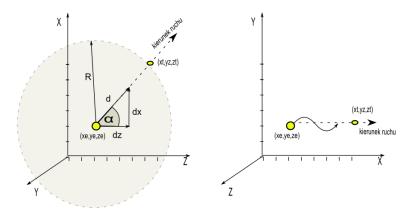
Rysunek 8: Sześcian główny i cztery mniejsze narysowane z użyciem przekształceń geometrycznych

## 1.5 Poruszanie się po scenie – "chodzenie sinusoidalne"

Obecnie rozważymy koncepcję przemieszczania obserwatora w przestrzeni sceny, które daje wrażenie spaceru. Rozpatrzmy obserwatora umieszczonego na płaszczyźnie XZ (rys. 9).

Położenie obserwatora na scenie wyznaczają współrzędne (xe, ye, ze), zaś jego orientację, kąt alfa. Punkt patrzenia obserwatora (cel) jest opisany względem położenia obserwatora za pomocą promienia R oraz kąta orientacji alfa. Wrażenie "rozglądania się" po scenie można uzyskać zatem zmieniając wartość kąta orientacji przy przyciskaniu klawiszy strzałek lewo-prawo. Zmiana położenia obserwatora w pojedynczym kroku na scenie zachodzi względem wektora przemieszczenia d. Aby wyznaczyć zmianę wartości współrzędnych xe, ze należy wektor przemieszczenia rozłożyć na składowe równoległe do osi OX i OZ korzystając z zależności trygonometrycznych względem kąta orientacji alfa. Naciśnięcie klawiszy strzałek góra-dół powinno zatem powodować zmianę współrzędnych xe oraz ze odpowiednio o dx oraz dz. Wrażenie kołysania horyzontu, związanego ze





Rysunek 9: Ilustracja zależności geometrycznych przy implementowaniu algorytmu chodzenia po scenie

stawianiem kroków na scenie można uzyskać poprzez modyfikację współrzędnych ye,yt modulując ich wartości przy pomocy sinusoidy kąta beta zwiększanego lub zmniejszanego w każdym kroku na scenie.

### 1.5.1 Ćwiczenia

- 1. Zapoznaj się z działaniem programu chodzenie\_sinus.exe.
- 2. Stwórz podobną aplikację w oparciu o opisaną powyżej koncepcję algorytmu.
- 3. Do generowania podłoża możesz wykorzystać np. następujący kod