Att lösa diff-ekvationer med Matlab

exempel1.m   f.m

Exempel 1:

$$y' = 2t \quad (1)$$

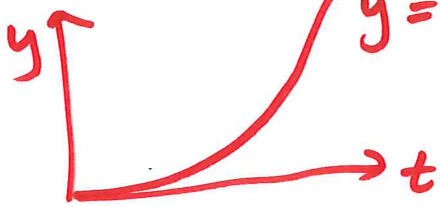
Begynnelsevillkor $y(t=0)=0$ (2)

Ekv. (1) $\Rightarrow y = t^2 + C$

Ekv. (2) ger att $C=0$

Alltså är lösningen

$y' = 2t$



$y = t^2$

I Matlab:

```
[t, y] = ode45(@f, [0, 5], y0)
```

värden för tiden t

y-värden

funktionen f som är definierad i filen f.m

tidsintervallet t=0 till t=5

begynnelsevillkoret y0 = 0

```
function dydt = f(t,y)
    dydt = 2*t;
```

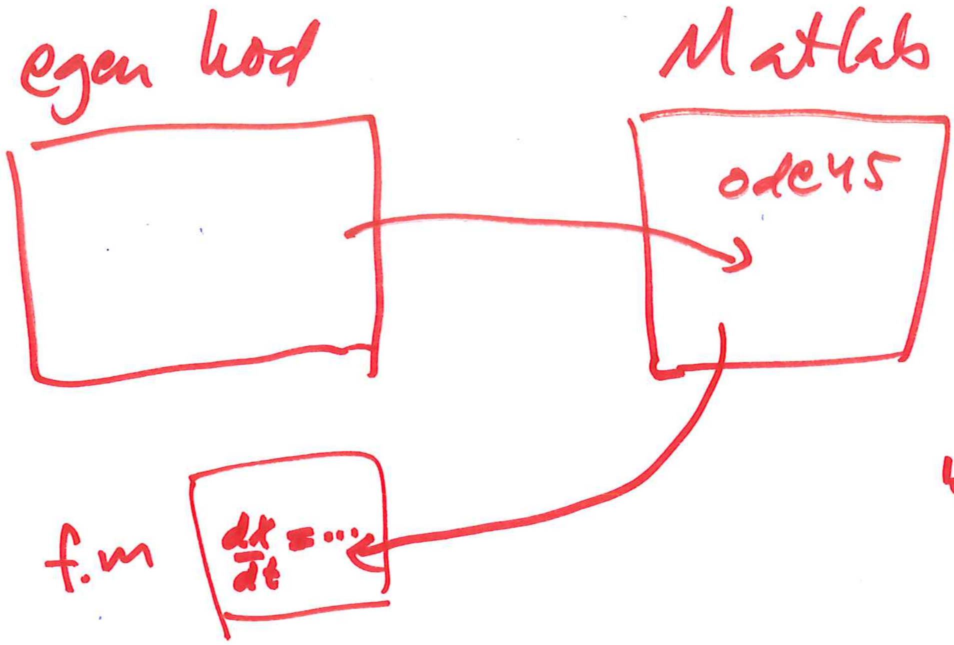
```
plot(t,y)
```

Exempel 3:

exempel3.m   f3.m

$y' = 2t^2$ på tidsintervallet $t=-5$ till $t=5$.

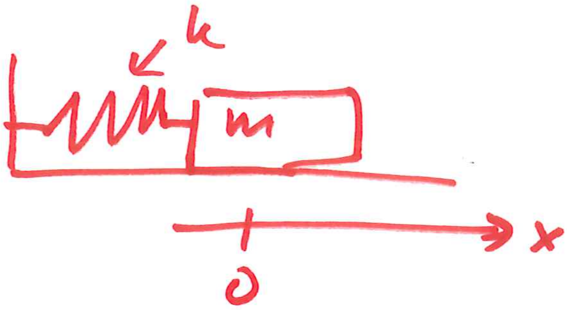
Begynnelsevillkor $y_0 = 0$



känner till x för ett visst t-värde, behöver veta $\frac{dx}{dt}$

Exempel 2

Harmonisk svängning



$$F = ma = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

$$F = -kx$$

$$\Rightarrow \quad \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$$

$$x'' + \frac{k}{m}x = 0$$

$$\Rightarrow \quad x'' = -\frac{k}{m}x$$

Begynnelsevillkor
$x(0) = \ldots$
$x'(0) = \ldots$

ode45 tar bara första-derivator → skriv om 2:a-derivatan till **2 st** 1:a-derivator

$$\begin{cases} x_1' = x_2 & (1) \\ x_2' = -\frac{k}{m}x_1 & (2) \end{cases}$$

Stämmer detta? Vi kollar:

Derivera ekv. (1): $x_1' = x_2 \Rightarrow x_1'' = x_2'$

Sätt in i ekv. (2):

$$x_1'' = -\frac{k}{m}x_1$$

OK!

I Matlab:

```
x0=[1 0]
[t,x]=ode45(@f2,[0 50],x0);
```

startposition
starthastighet

I f2.m:

```
dxdt=[x(2);-k/m*x(1)]
```

exempel2.m   f2.m

	t	$\overbrace{x(1) \quad\quad x(2)}^{x}$	
start:	0	1	0
		...	...
	$0+\Delta t$		
		...	...
	$\ldots+\Delta t$		

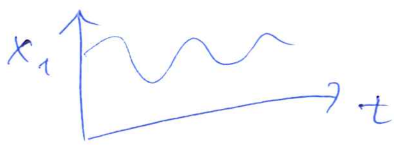
I f2.m:

```
dxdt = [x(2); -(k/m)*x(1)]
```

t	x_1	x_2
⋮	⋮	⋮

size(t) 100 1

size(x) 100 2



plot(t, x(:, 1))

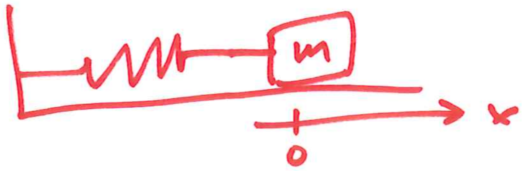
↑ kolumn 1, alla värden (dvs alla rader)

plot(t, x(:, 2))

↑ kolumn 2, alla värden (dvs alla rader)

Exempel 4

Harmonisk svängning med dämpning (friktion)



$$m\frac{d^2x}{dt^2}+b\frac{dx}{dt}+kx=0$$

$$\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{b}{m}\frac{dx}{dt}+\frac{k}{m}x=0$$

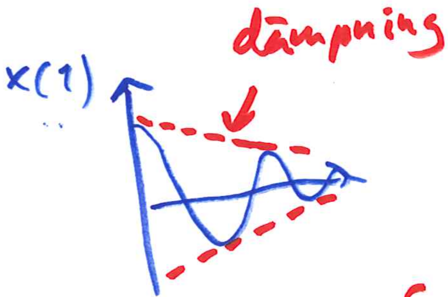
$$x''+\frac{b}{m}x'+\frac{k}{m}x=0$$

$$x''=-\frac{b}{m}x'-\frac{k}{m}x$$

$k=0{,}1$

$m=1{,}0$

$b=0{,}1$



Startvärden: $x(0)=1$, $x'(0)=0$

$$\begin{cases} x_1'=x_2 \\ x_2'=-\frac{b}{m}\underbrace{x_1'}_{x_2}-\frac{k}{m}x_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1'=x_2 \\ x_2'=-\frac{b}{m}x_2-\frac{k}{m}x_1 \end{cases}$$

I Matlab: dxdt = f4(t, x)

```
dxdt = [x(2); -(b/m)*x(2)-(k/m)*x(1)];
```

exempel4.m   f4.m