

# Inverterad pendel

Cecilia Holmqvist  
e-mail: cecilia.holmqvist@lnu.se

May 21, 2021

## 1 Introduktion

Flera mekaniska system, t.ex. raketer och Segways, kan beskrivas matematiskt som pendelrörelser. I båda dessa exempel justeras läget med hjälp av en motor. I den här typen av mekaniska system är det av vikt att förstå vad drivningen, dvs motorn, har för effekt på rörelsen. Hos raketer och Segways genererar motorn en horisontell drivning. I det här datorprojektet skall istället vertikal drivning studeras.

Syftet med det här datorprojektet är att öva på att använda Lagranges ekvation för att härleda rörelseekvationer samt att använda Matlab för att studera egenskaper hos den framtagna rörelseekvationen.

## 2 Pendeln

En matematisk pendel, dvs en pendel där all massa befinner sig i en punkt, kan beskrivas med följande storheter:

- $\varphi$  – pendelns utslagsvinkel, se figur 1,
- $g$  – tyngdaccelerationen,
- $l$  – pendels längd,
- $m$  – pendelns massa, samt
- $\omega_0$  – den matematiska pendelns egenfrekvens (dvs dess resonansfrekvens).

Oscillationerna i upphängningen kan beskrivas med

- $\nu$  – frekvensen hos de vertikala oscillationerna av upphängningspunkten, och
- $a$  – amplituden hos oscillationerna i upphängningspunkten.

Pendelns koordinater kan med hjälp av dessa storheter skrivas som

$$\mathbf{r} = (x, y) = (l \sin \varphi, -l \cos \varphi - a \cos \nu t). \quad (1)$$

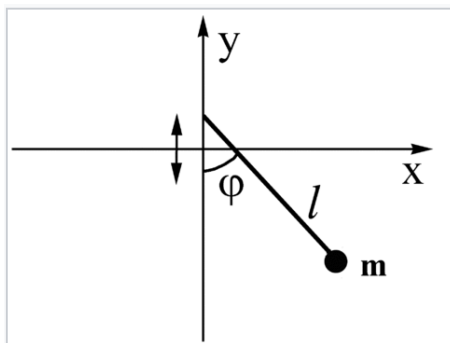


Figure 1: Matematisk pendel med vertikal drivning.

### 3 Uppgifter

Använd Lagranges ekvation för att härleda en rörelseekvation för vinkeln  $\varphi$  hos en pendel med vertikal drivning. Använd sedan Matlab för att studera följande situationer:

1. Pendel utan drivning. Jämför med analytiska resultat (dvs det man kan beräkna med papper och penna). Lämpligt värde på pendelns längd är  $l = 1,0$  m.
2. Pendel med vertikal drivning i följande fall (lämpligt värde på drivningsamplituden är  $a = 0,1$  m):
  - (a) Långsam drivning, dvs då  $\nu$  är lågt. Vad menas med "lågt" i detta sammanhang?
  - (b) Drivning på resonansfrekvensen.
  - (c) Snabb drivning, dvs då  $\nu$  är högt. Vad menas med "högt" i detta sammanhang?
  - (d) Vid snabb drivning, släpp pendeln nära  $\varphi = \pi$ . Vad händer?

Använd ode45 i Matlab för att lösa rörelseekvationen.

### 4 Redovisning

Följande punkter skall redovisas i en skriftlig rapport:

- introduktion,
- den matematiska modellen,
- en kortfattad beskrivning av Matlab-programmet,
- resultat
- och slutsatser.

Figurer skall ha beskrivningar och enheter på axlarna.

**Viktigt:** Skriv inte av texter skrivna av andra, inte heller denna instruktion. Avskriven text leder till retur på projektrapporten. Plagiering kan leda till en anmälan till disciplinnämnden.