

Nedan ges en ledning för att komma igång med programmeringsuppgiften i Matlab.

En vanlig angreppsstrategi, när man ska ta sig an komplicerade problem, kan vara följande:

- 1) Klargör vad frågan/problemet går ut på ("picture the problem").
- 2) Skapa en övergripande föreställning om systemets beteende.

I det aktuella problemet har vi t.ex. att göra med i princip en matematisk pendel med vibrerande upphängning (påtvungad kraft). "Matematisk" innebär att bendelstångens massa kan försummas i jämförelse med pendelkulans. Inga detaljer är givna om vibrationens (vinkel-)frekvens ω eller amplitud a . Vi är intresserade av att förstå hur själva pendelrörelsen beror av dessa två parametrar. För att över huvud taget ha en pendelrörelse, fordras att det finns ett stabilt jämviktsläge kring vilket pendeln kan svänga. För att få en förståelse för denna pendels uppförande, brukar man därför börja med att undersöka hur eventuella jämviktslägen beror av a och ω . För att från början skaffa sig en viss aning, kan man betrakta extremfall. Om $a = 0$ eller $\omega = 0$ har vi en vanlig pendel med fix upphängning. Vi vet att den har två jämviktslägen, ett rakt ned ($\theta = 0$) som är stabilt och ett rakt upp ($\theta = \pi$) som är instabilt. Rörelseekvationen bör alltså för $a = 0$ ge den för en vanlig matematisk pendel. Vi bör kunna gissa lite mer. Om vi först låter a vara litet (jämfört med pendellängden ℓ), så kan vi anta att pendeln nog uppför sig (ungefär) som en pendel med fix upphängning. Kanske påverkas svängningsfrekvensen, särskilt om ω närmar sig pendelns egenfrekvens ω_0 . Om a är stort och $\omega = \omega_0$ inser man lätt att dramatik kan uppstå.

- 3) Arbeta igenom Lagrange metod:
 - Bestäm systemets antal frihetsgrader.
 - Välj lämplig(a) generaliserad(e) koordinat(er) q .
 - Formulera systemets (totala) kinetiska energi E_K som funktion av q .
 - Formulera systemets (totala) potentiella energi E_P som funktion av q .
 - Derivera Lagrange-funktionen L och sätt in i Lagranges ekvation.
 - Förenkla så långt som möjligt, vilket ger systemets rörelseekvation.
- 4) Eventuellt kan man ha nytta av att dra sig till minnes att L inte är unik, dvs. det kan finnas flera L som ger samma rörelseekvation.
- 5) Av rörelseekvationen (skriven på minimal form) framgår att för $a = 0$ fås rörelseekvationen för den vanliga matematiska pendeln. Notera att denna inte är linjär (pga. en faktor $\sin\theta$) och därmed inte analytiskt lösbar. För små pendelrörelser ($\theta < \sim 10^\circ$) fås emellertid god approximation bara genom första ordningen term i Taylor-utvecklingen $\sin\theta = \theta + \dots$, (vilket brukar kallas för att man "linjäriserar" problemet). Då har vi ett analytiskt lösbart problem.

Uppgiften gick sedan ut på att undersöka den drivna pendelns dynamiska uppförande genom att numeriskt lösa rörelseekvationen för denna. I uppgiften fanns också viss vägledning för detta. Problemet går inte att lösa analytiskt. Man kan dock analytiskt undersöka systemets principiella dynamiska beteende. Man kan t.ex. först studera fallet för fixt $\omega \gg \omega_0$ och se vad som händer då a successivt ökas. Se vidare separat kommentar.