

基于二次分配问题的混合蚁群算法

张翠军, 邹慧, 张有华

ZHANG Cui-jun, ZOU Hui, ZHANG You-hua

石家庄经济学院 信息工程学院, 石家庄 050031

College of Information and Technology, Shijiazhuang University of Economics, Shijiazhuang 050031, China

E-mail: zhangcuijun@tom.com

ZHANG Cui-jun, ZOU Hui, ZHANG You-hua. Hybrid ant colony algorithm based on quadratic assignment problem. Computer Engineering and Applications, 2008, 44(10): 37-39.

Abstract: Quadratic assignment problem is one of the classical NP-hard problems in combinatorial optimization field. It is known for its diverse applications. Based on the analysis about quadratic assignment problem, a hybrid ant colony algorithm for solving it is designed. It adopts 2-interchange mutation operator in ant colony algorithm to increase its ability of local search and to improve the quality of the solution. The experiment results show that the algorithm is superior to ant colony algorithm and genetic algorithm in solving quadratic assignment problem.

Key words: quadratic assignment problem; NP-hard problem; hybrid ant colony algorithm; 2-interchange mutation operator; local search

摘 要: 二次分配问题是组合优化领域中经典的 NP-hard 问题之一, 应用广泛。在对二次分配问题进行分析的基础上, 提出了一种求解该问题的混合蚁群算法。该算法通过在蚁群算法中引入遗传算法的 2-交换变异算子, 增强了算法的局部搜索能力, 提高了解的质量。实验结果表明, 该算法在求解二次分配问题时优于蚁群算法和遗传算法。

关键词: 二次分配问题; NP-hard 问题; 混合蚁群算法; 2-交换变异算子; 局部搜索

文章编号: 1002-8331(2008)10-0037-03 **文献标识码:** A **中图分类号:** TP301.6

二次分配问题(Quadratic Assignment Problem, QAP)属于组合优化领域的 NP-hard 问题, 在现实生活中有着广泛的应用, 许多实际的问题如大学校园的规划、医院的布局、最短电路布线、键盘布局、虚拟制造中的合作伙伴选择等问题都可以转化为 QAP 来解决, 因此, 对该问题的研究具有重要的理论与实用价值。对于小规模 QAP, 目前最有效的传统解法是匈牙利法, 但对于大规模的 QAP, 传统的精确式解法显得无能为力, 近年来出现的一些智能优化算法如遗传算法、模拟退火、蚁群算法等非常适合求解该类问题。蚁群算法是意大利学者 M. Dorigo 等人于 1991 年提出的一种模拟自然界蚁群觅食行为的进化算法, 其利用正反馈机理和启发式信息来搜寻最优解, 具有很强的并行性和搜索较优解的能力, 但也存在一定的缺陷, 如容易出现停滞现象。为了扬长避短, 本文针对 QAP, 设计了一种混合蚁群算法。该算法在蚁群算法中融入了遗传算法的 2-交换变异算子, 以达到提高算法的局部搜索能力, 改善最优解的效果。

1 二次分配问题

QAP 可描述为: 已知有 n 家工厂和 n 个位置, 各位置之间的距离矩阵设为 $D=(d_{ij})_{n \times n}$, 各工厂之间的流量矩阵为 $F=(f_{ij})_{n \times n}$ 。现要将这 n 家工厂建造在这 n 个位置上, 使得总费用最小。其中, d_{ij} 表示位置 i 与位置 j 之间的距离, f_{ij} 表示工厂 i 与工厂 j 之间的流量。那么, 工厂 i 建造在位置 k 且工厂 j 建造在位置 l 所导致的费用(物料等, 与具体的问题相关)为 $f_{ij} \times d_{kl}$ 。现将 QAP 表示成二次目标函数的 0-1 整数规划问题, 其数学模型为:

$$z = \min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^n \sum_{k=1}^n f_{ij} \cdot d_{kl} \cdot x_{ik} \cdot x_{jl} \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, j=1, 2, \dots, n \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, i=1, 2, \dots, n \quad (3)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, i, j=1, 2, \dots, n \quad (4)$$

当工厂 i 建造在位置 k 时, x_{ik} 的值为 1, 否则为 0。

为了应用混合蚁群算法求解 QAP 问题, 首先需将 QAP 表

基金项目: 国家高技术研究发展计划(863)(the National High-Tech Research and Development Plan of China under Grant No.2006AA06Z233); 河北省科学技术研究与发展项目(No.06213553)。

作者简介: 张翠军(1968-), 女, 副教授, 主要研究方向: 智能计算及其应用; 邹慧(1978-), 女, 讲师, 主要研究方向: 智能计算、信息安全; 张有华(1970-), 男, 讲师, 主要研究方向: 人工智能。

收稿日期: 2007-09-21 **修回日期:** 2007-11-30

示成图 $G=(V_1, V_2, E)$ 的形式, 其中, V_1 是 QAP 中工厂的集合, V_2 是位置的集合, E 是工厂与位置之间的连接构成的集合。将工厂分配到位置的过程可以看成是一群蚂蚁在信息素和启发式信息的指引下反复从 V_1 中的某个工厂移到(分配到) V_2 中的某个位置的过程, 直到每只蚂蚁均完成将 n 个不同的工厂分配到 n 个不同的位置为止。例, 5 个工厂和 5 个位置的 QAP 问题的一种分配方案如图 1 所示。

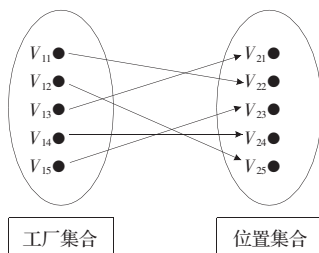


图1 QAP 问题的一种分配方案

2 求解二次分配问题的混合蚁群算法

2.1 构造可行解的过程

采用将 n 个工厂分配到 n 个位置的顺序。首先随机选择一个未被分配的工厂, 然后按照一定的选择规则选择一个位置, 进行相应分配。该过程重复进行直到蚂蚁构造出问题的解。具体过程为: 首先, 让 m 只蚂蚁随机分布在各个工厂上, 蚂蚁 k ($k=1, 2, \dots, m$) 在构造解的每一步, 首先计算当前所在的工厂 i 与已经分配的各工厂之间的费用之和, 若为 0, 则在未分配的位置中随机选择一个位置 j , 将工厂 i 分配到该位置; 否则, 根据概率 q ($0 < q < 1$) 的值按如下规则之一选择将工厂 i 分配到的位置 j 。

规则 1 蚂蚁 k 仅依据启发式信息以贪婪方式选择将工厂 i 分配到的位置 j , 即

$$j = \arg \max_{u \in allowed_k} \eta_{iu}, \text{ 若 } q < p_1 \quad (5)$$

规则 2 蚂蚁 k 依据信息素和启发式信息以贪婪方式选择将工厂 i 分配到的位置 j , 即

$$j = \arg \max_{u \in allowed_k} \tau_{iu}^\alpha \cdot \eta_{iu}^\beta, \text{ 若 } p_1 \leq q \leq p_2 \quad (6)$$

规则 3 蚂蚁 k 依据轮盘赌策略选择将工厂 i 分配到的位置。将工厂 i 分配到位置 j 的概率根据式(7)计算。

$$p_{ij} = \begin{cases} \frac{\tau_{ij}^\alpha \cdot \eta_{ij}^\beta}{\sum_{u \in allowed_k} \tau_{iu}^\alpha \cdot \eta_{iu}^\beta}, & \text{如果 } j \in allowed_k \\ 0, & \text{否则} \end{cases}, \text{ 若 } q > p_2 \quad (7)$$

在式(5)~式(7)中, $allowed_k$ 表示蚂蚁 k 下一步允许选择的位置集合, τ_{ij} 表示工厂 i 和位置 j 连接的边上的信息素强度, η_{ij} 表示工厂 i 分配到位置 j 的启发式信息(能见度), α 和 β 为两个参数, 分别反映了蚂蚁在运行过程中所积累的信息和启发式信息在蚂蚁选择位置时的相对重要性。

2.2 启发式信息

η_{ij} 表示工厂 i 分配到位置 j 的启发式信息, $\eta_{ij} = 1 / \cos t_{ij}$ 。 $\cos t_{ij}$ 为工厂 i 分配到位置 j 时, 在工厂 i 之前分配的各工厂与工厂 i 之间的费用之和, 即

$$\cos t_{ij} = \sum_{l \in tabu_k} (f_{li} \cdot d_{ul} + f_{il} \cdot d_{ju_l}) \quad (8)$$

其中, $tabu_k$ 为禁忌表, 表示蚂蚁 k 已分配的工厂集合, u_l 是工厂 l 分配到的位置。

2.3 局部优化

局部优化采用了遗传算法中的 2-交换变异算子, 并且在迭代过程中进行。在每次迭代中, 当所有蚂蚁构造完问题的解以后, 随机产生一个 $1 \sim \lceil n/4 \rceil$ (n 为任务数) 之间的整数 r , 对本次生成的迭代最优解和到目前为止发现的全局最优解分别进行 r 次的 2-交换变异, 将每次交换后产生的解分别与交换之前的解进行比较, 如果优于之前的解则替换之, 并且, 若出现迭代最优解优于当前全局最优解的情况, 则更新当前全局最优解。对上述过程重复数次。

2.4 信息素更新

采用全局信息素更新规则, 并且信息素不会蒸发。初始时刻, 信息素被初始化为 τ_0 , 每次迭代完成后, 只允许使用本次迭代最优解和当前全局最优解按照式(9)更新路径上的信息素。

$$\tau_{ij}(t+1) = \tau_{ij}(t) + r_1 \cdot \Delta\tau_{ij}^{lb}(t) + r_2 \cdot \Delta\tau_{ij}^{gb}(t) \quad (9)$$

其中, $0 < r_1, r_2 < 1, r_1 + r_2 = 1$ 。可见, 参数 r_1 和 r_2 决定了本次迭代最优解和当前全局最优解的相对重要程度。 $\Delta_{ij}^{lb}(t)$ 和 $\Delta_{ij}^{gb}(t)$ 分别定义如下:

$$\Delta_{ij}^{lb}(t) = \begin{cases} \frac{Q}{\cos t_{lb}(t)}, & \text{若第 } t \text{ 次迭代最优解中工厂 } i \text{ 分配到位置 } j \\ 0, & \text{否则} \end{cases} \quad (10)$$

$$\Delta_{ij}^{gb}(t) = \begin{cases} \frac{Q}{\cos t_{gb}(t)}, & \text{若当前全局最优解中工厂 } i \text{ 分配到位置 } j \\ 0, & \text{否则} \end{cases} \quad (11)$$

其中, Q 为常数, $\cos t_{lb}(t)$ 、 $\cos t_{gb}(t)$ 分别为第 t 次迭代最优解和 t 次迭代后产生的当前全局最优解所对应的分配方案的费用。

3 仿真实验及结果分析

以 QAPLIB 中的 Nugent(12) 为例, 有 12 个工厂和 12 个位置, 各位置之间的距离矩阵为 D , 各工厂之间的运输量矩阵为 F , 要求将这 12 家工厂建造在这 12 个位置上, 使得总费用最小。

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 1 & 2 & 3 & 4 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 2 & 1 & 2 & 3 & 3 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 3 & 2 & 1 & 2 & 4 & 3 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & 4 & 3 & 2 & 1 & 5 & 4 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 0 & 1 & 2 & 3 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 1 & 2 & 2 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 1 & 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 1 & 3 & 2 & 1 & 0 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 & 2 & 3 & 4 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 3 & 4 & 2 & 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 3 & 3 & 2 & 1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 4 & 3 & 2 & 1 & 3 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 2 & 4 & 1 & 0 & 0 & 6 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 5 & 0 & 3 & 0 & 2 & 2 & 2 & 0 & 4 & 5 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 5 & 2 & 2 & 2 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 5 & 2 & 2 & 10 & 0 & 0 & 5 & 5 \\ 1 & 2 & 0 & 5 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 5 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 2 & 10 & 0 & 5 & 1 & 1 & 5 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 2 & 0 & 5 & 0 & 10 & 5 & 2 & 3 & 3 \\ 6 & 0 & 5 & 10 & 0 & 1 & 10 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 2 & 4 & 5 & 0 & 0 & 1 & 5 & 0 & 0 & 0 & 10 & 10 \\ 1 & 5 & 2 & 0 & 5 & 5 & 2 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 5 & 1 & 4 & 3 & 5 & 10 & 5 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & 5 & 1 & 0 & 3 & 0 & 10 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

运用本文的混合蚁群算法求解。参数设置: $p_1=0.3, p_2=0.7, \alpha=1, \beta=3, r_1=0.3, r_2=0.7, Q=100$, 迭代次数 $N_{\max}=500$, 蚂蚁数 $m=12$ 。得到的最优分配方案为将工厂 2、10、6、5、1、11、8、4、3、9、7、12 依次建造到升序排列的各个位置上, 费用为 578; 次优分配方案为将工厂 5、6、10、2、4、11、8、1、12、9、7、3 依次建造到升序排列的各个位置上, 费用为 582。本算法得到的最优解与目前已知的最优解一致。

另外, 应用本文的混合蚁群算法(简称 HACS)分别对 QAPLIB 中的 Nugent 其他问题进行求解(根据求解问题适当调整参数), 将计算结果与蚁群算法(ACS)和遗传算法(GA)的计算结果进行比较, 如表 1 所示。

4 结束语

通过分析 QAP 这一具体问题, 构造了蚂蚁的概率路径选择规则、启发式信息计算方式和信息素更新规则, 并且, 在蚁群算法的每次迭代中融入了遗传算法的变异算子, 从而形成了求

表 1 混合蚁群算法与蚁群算法、遗传算法解 QAP 结果比较

问题实例	GA	ACS	HACS	目前已知最优解
Nugent(12)	588	578	578	578
Nugent(15)	1 150	1 150	1 150	1 150
Nugent(20)	2 688	2 598	2 570	2 570
Nugent(30)	6 784	6 232	6 124	6 124

解 QAP 的混合蚁群算法。混合蚁群算法克服了蚁群算法容易出现停滞现象的缺点, 提高了算法的局部搜索能力。实验结果表明, 在求解 QAP 时, 该混合蚁群算法寻优效果优于遗传算法和蚁群算法, 并且在对 QAPLIB 中的 Nugent 问题求解中, 均得到了目前已知的最优解。

参考文献:

- [1] 段海滨. 蚁群算法原理及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2005.
- [2] 黄席樾. 现代智能算法理论及应用[M]. 北京: 科学出版社, 2005.
- [3] 邹鹏, 周智, 陈国良, 等. 求解 QAP 问题的近似骨架导向快速蚁群算法[J]. 软件学报, 2005, 16(10): 1691-1698.
- [4] 丁建立, 陈增强, 袁著社. 遗传算法与蚂蚁算法的融合[J]. 计算机研究与发展, 2003, 40(9): 1351-1356.
- [5] 吕聪颖, 于哲舟. 动态自适应蚁群算法在二次分配中的应用[J]. 吉林大学学报, 2005, 43(4): 477-480.
- [6] Maniezzo V, Colomi A. The ant system applied to the quadratic assignment problem[J]. IEEE Transaction on Data and Knowledge Engineering, 1999, 11(5): 769-778.
- [7] Misevicius A. An improved hybrid genetic algorithm: new results for the quadratic assignment problem[J]. Mathematical Modelling and Analysis, 2003, 14: 497-514.
- [8] 苏祥定, 孙桐, 马霖. 不平衡指派问题的差额法求解及其应用[J]. 计算机工程, 2005, 31(22): 178-180.

(上接 33 页)

参考文献:

- [1] Storn R, Price K. Differential evolution—a simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces [R]. International Computer Science Institute, 1995(8): 22-25.
- [2] Price K. Differential evolution: a fast and simple numerical optimizer[C]//Biennial Conf of the North American Fuzzy Information Processing Society, New York, 1996: 524-527.
- [3] Chiou J P, Wang Feng-sheng. A hybrid method of differential evolution with application to optimal control problems of a bioprocess system[C]//IEEE Int Conf on Evolutionary Computation

Proceedings, New York, 1998: 627-632.

- [4] 吴亮红, 王耀南, 袁小芳, 等. 双群体伪并行差分进化算法研究及应用[J]. 控制理论与应用, 2007, 24(3): 453-458.
- [5] 周艳平, 顾幸生. 差分进化算法研究进展[J]. 化工自动化及仪表, 2007, 34(3): 1-5.
- [6] Storn R, Price K. Differential evolution—a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces[J]. Journal of Global Optimization, 1997, 11(4): 341-359.
- [7] 吴亮红, 王耀南, 袁小芳, 等. 自适应二次变异差分进化算法[J]. 控制与决策, 2007, 21(8): 117-120.
- [8] 杨俊杰, 周建中, 喻菁, 等. 基于混沌搜索的粒子群优化算法[J]. 计算机工程与应用, 2005, 41(16): 69-71.

(上接 36 页)

参考文献:

- [1] Burton P, Dickinson A. Parallelising the unified model for the Cray T3E[C]//Geerd-R Hoffmann, Norbert Kreitz. Proceedings of the Seventh ECMWF Workshop on the Use of Parallel Processors in Meteorology. Singapore: World Scientific Publishing Co Pte Ltd, 1996: 68-82.
- [2] Zhiyan J, Chritidis Z. Parallel implementation of YH limited area model on SP2[C]//Geerd-R Hoffmann, Norbert Kreitz. Proceedings

of the Seventh ECMWF Workshop on the Use of Parallel Processors in Meteorology. Singapore: World Scientific Publishing Co Pte Ltd, 1996: 473-477.

- [3] Rodrigues B. A library for the portable parallelization of operational weather forecast models[C]//Geerd-R Hoffmann, Norbert Kreitz. Proceedings of the Sixth ECMWF Workshop on the Use of Parallel Processors in Meteorology. Singapore: World Scientific Publishing Co Pte Ltd, 1994: 148-161.
- [4] 金之雁. 一种适用于有限差分模式的负载平衡区域分解方法[J]. 气象学报, 2002, 60(2): 188-193.