Tráfego de Serviços Orientados a Conexões

- **Caracterização do tráfego**
- **Análise de sistemas de estados**
- **Análise de tráfego em sistemas de perda**
- **Análise de tráfego em sistemas de atraso**
- **Bloqueio em sistemas de andares múltiplos**

Intencionalmente em branco

Caracterização do tráfego

Intensidade de tráfego

A utilização de um nó ou de uma ligação de uma rede que suporta um serviço orientado a conexões é determinada por **dois fatores**:

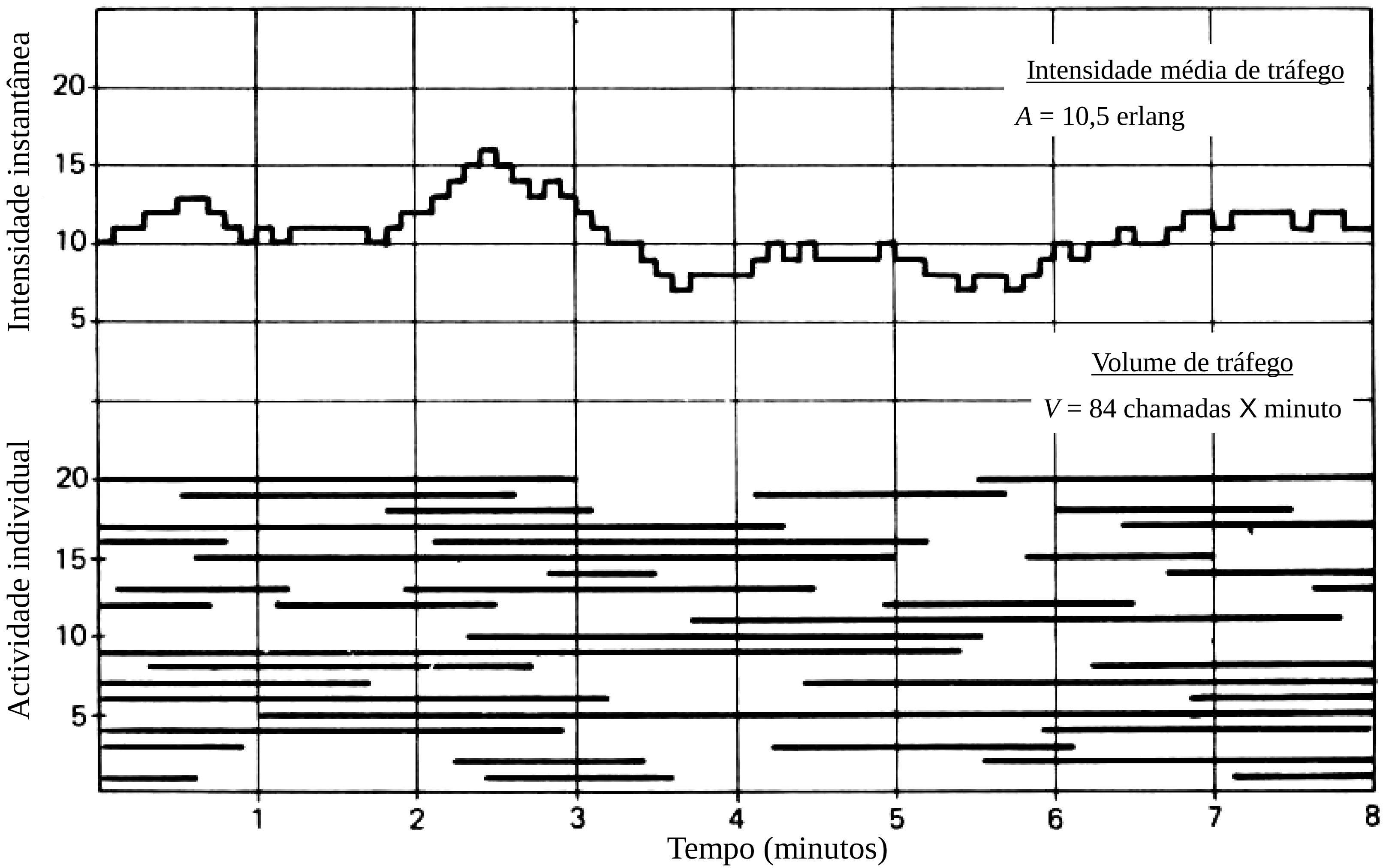
- **chegada de chamadas** (chegada de pacotes);
- **duração de chamadas** (tempo de transmissão de pacote).

O tráfego toma em consideração estas componentes, podendo quantificar-se através da intensidade em unidades de erlang (segundo A.K. Erlang, pioneiro dinamarquês da teoria do teletráfego): **se um sistema suporta *A* chamadas, diz-se que transporta *A* erlangs de tráfego** (note-se que esta unidade é adimensional).

De um modo geral, a **intensidade de tráfego num intervalo de tempo** pode exprimir-se através da razão entre o volume de tráfego $\boldsymbol{V}$ – somatório das durações $\boldsymbol{d_i}$ de todas as chamadas $\boldsymbol{n}$ ocorridas no intervalo – e o período de tempo $\boldsymbol{T}$:

$$\boxed{A = \frac{V}{T} = \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i}{T}}$$

Caracterização do tráfego



Atividade de tráfego de um serviço orientado a conexões num nó ou numa ligação

Caracterização do tráfego

Por outro lado, a **taxa média de chegada de chamadas (pacotes)** $\boldsymbol{\lambda}$ e a **duração média das chamadas (tempo de transmissão médio dos pacotes)** $\boldsymbol{d_m}$ são dadas por:

$$\boxed{\lambda = \frac{n}{T}} \qquad \boxed{d_m = \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i}{n}}$$

Logo, a intensidade de tráfego virá:

$$\boxed{A = \lambda\, d_m}$$

A **intensidade de tráfego** é apenas uma medida da **utilização média durante um período de tempo** e **não reflete a relação entre chegada e duração de chamadas**: muitas chamadas de curta duração podem produzir a mesma intensidade de tráfego que poucas chamadas longas.

Nos serviços orientados a conexões, é geralmente suficiente caracterizar o tráfego apenas em termos de intensidade de tráfego, podendo por vezes ser necessário considerar os **padrões de chegada de chamadas** ou **as distribuições de durações**.

Caracterização do tráfego

Variação do tráfego – exemplo do tráfego de voz

O dimensionamento do tráfego de serviços de voz é geralmente efetuado em termos da atividade durante a **hora mais carregada** do dia, procurando-se um compromisso entre dois extremos:

– projetar para a **utilização média total**, que inclui tempos noturnos virtualmente sem tráfego;

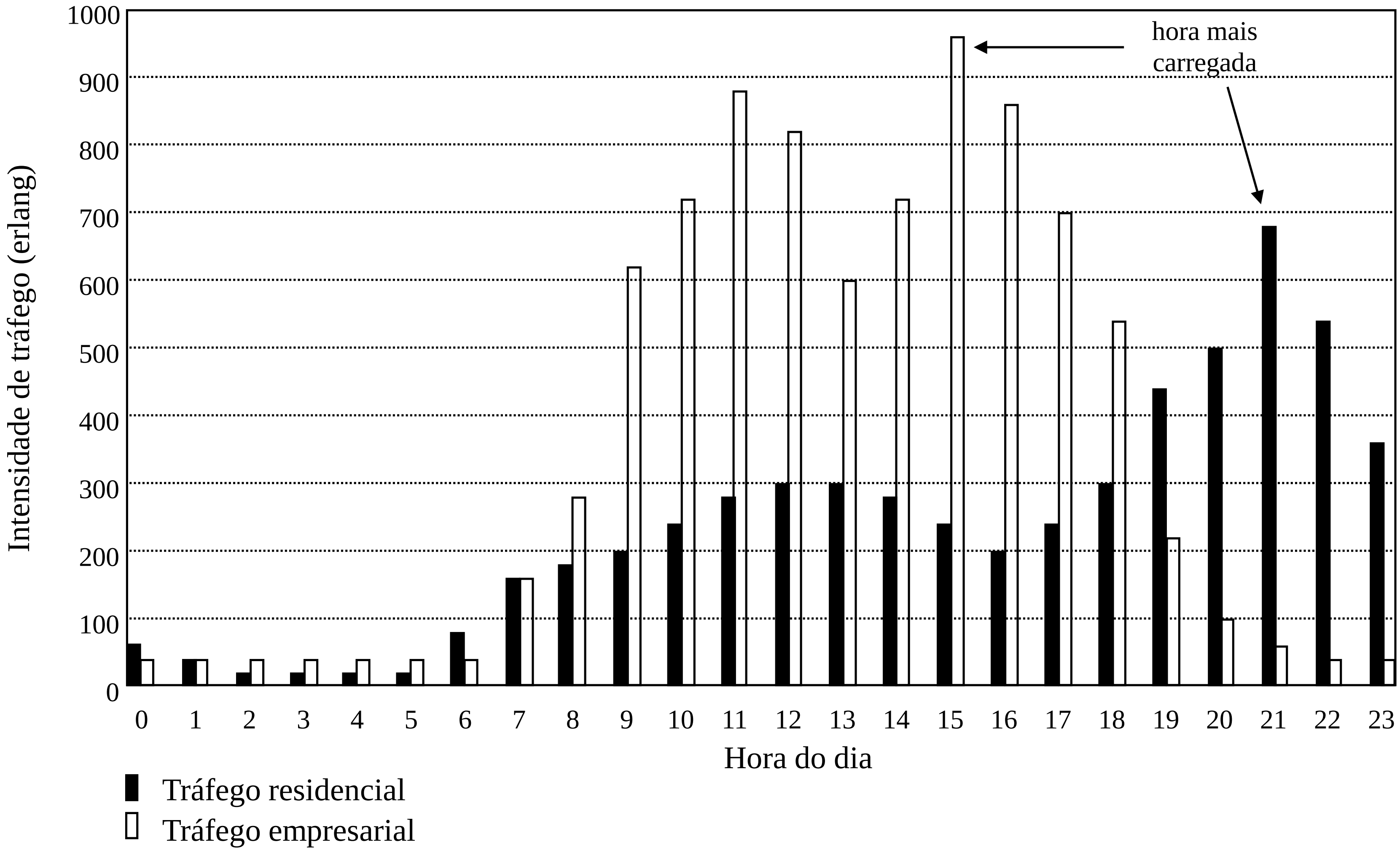
– projetar para **picos de curta duração** resultantes de acontecimentos esporádicos (fim de programas de TV, concursos por telefone, etc.).

É habitual considerar dois tipos de utilizadores no que respeita ao tráfego telefónico:

– **residenciais**, com utilização por acesso de 0,05 a 0,1 erlang na hora mais carregada, e tempos médios de duração de chamadas de 3 a 4 minutos; a hora mais carregada ocorre ao fim do dia/noite;

– **empresariais**, com utilizações superiores em horas correspondentes ao fim da manhã/meio da tarde.

Caracterização do tráfego



Intensidade de tráfego de voz em função da hora do dia

Caracterização do tráfego

Sistemas de perda e sistemas de espera

Há dois grandes tipos de sistemas usados nos serviços orientados a conexões:

– **sistema de perda** – chamadas que excedem em qualquer instante a capacidade máxima do sistema são rejeitadas, podendo ou não regressar em novas tentativas;

– **sistemas de espera** – chamadas em excesso são colocadas em filas de espera até estarem disponíveis os recursos necessários para as suportar (excecionalmente, se a fila encher, o sistema passa a comportar-se como na situação de perda).

Sistemas de perda – tráfego transportado é sempre menor ou igual ao tráfego oferecido ao sistema pelas fontes.

Sistemas de espera – tráfego transportado é igual ao tráfego oferecido, desde que a média a longo prazo do tráfego oferecido seja inferior à capacidade máxima do sistema e as filas de espera tenham profundidade suficiente para absorver os picos.

Os **sistemas telefónicos clássicos são sistemas de perda**. Contudo, são cada vez mais comuns sistemas de espera, sendo exemplos significativos os centros de atendimento (*call centres*) e certos tipos de redes de comunicação móvel.

Caracterização do tráfego

Chegada de chamadas

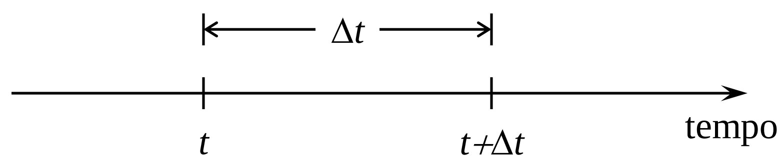
Processo de Poisson

O **processo de Poisson é o mais usado para modelizar o tráfego em sistemas de comunicações** (sistemas telefónicos e redes de dados).

Assume o princípio básico de **independência de chegada de chamadas (pacotes)** entre fontes, podendo formular-se através da **probabilidade de chegada num intervalo infinitesimal** $[t, t+\Delta t]$, introduzindo uma constante de proporcionalidade λ:

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{P (uma chegada no intervalo } [t, t+\Delta t]) = \lambda\Delta t \\ \text{P (nenhuma chegada no intervalo } [t, t+\Delta t]) = 1 - \lambda\Delta t \end{array}}$$

Note-se que um **processo de Poisson não tem memória**: um acontecimento num intervalo Δt é independente de acontecimentos nos intervalos anteriores ou futuros.



Intervalo temporal usado para definir um processo de Poisson

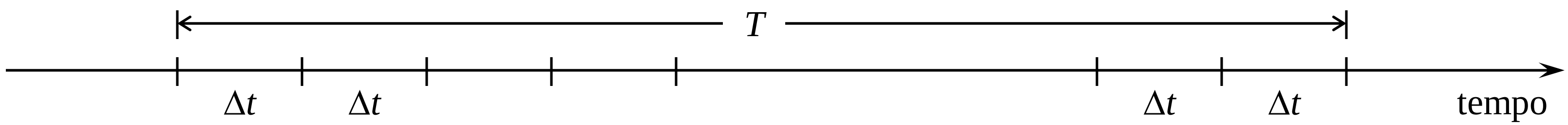
Caracterização do tráfego

Probabilidades de chegada de chamadas

Para um intervalo finito T, a probabilidade $p_T(k)$ de k chegadas é dada por:

$$\boxed{\mathrm{p_T}(k) = (\lambda T)^k \, \mathrm{e}^{-\lambda T} / k!} \qquad k = 0, 1, 2, \ldots$$

DEMONSTRAÇÃO...



Derivação da distribuição de Poisson: $T = m\,\Delta t,\ \Delta t \rightarrow 0$

Esta é a chamada distribuição de Poisson, caracterizada por:

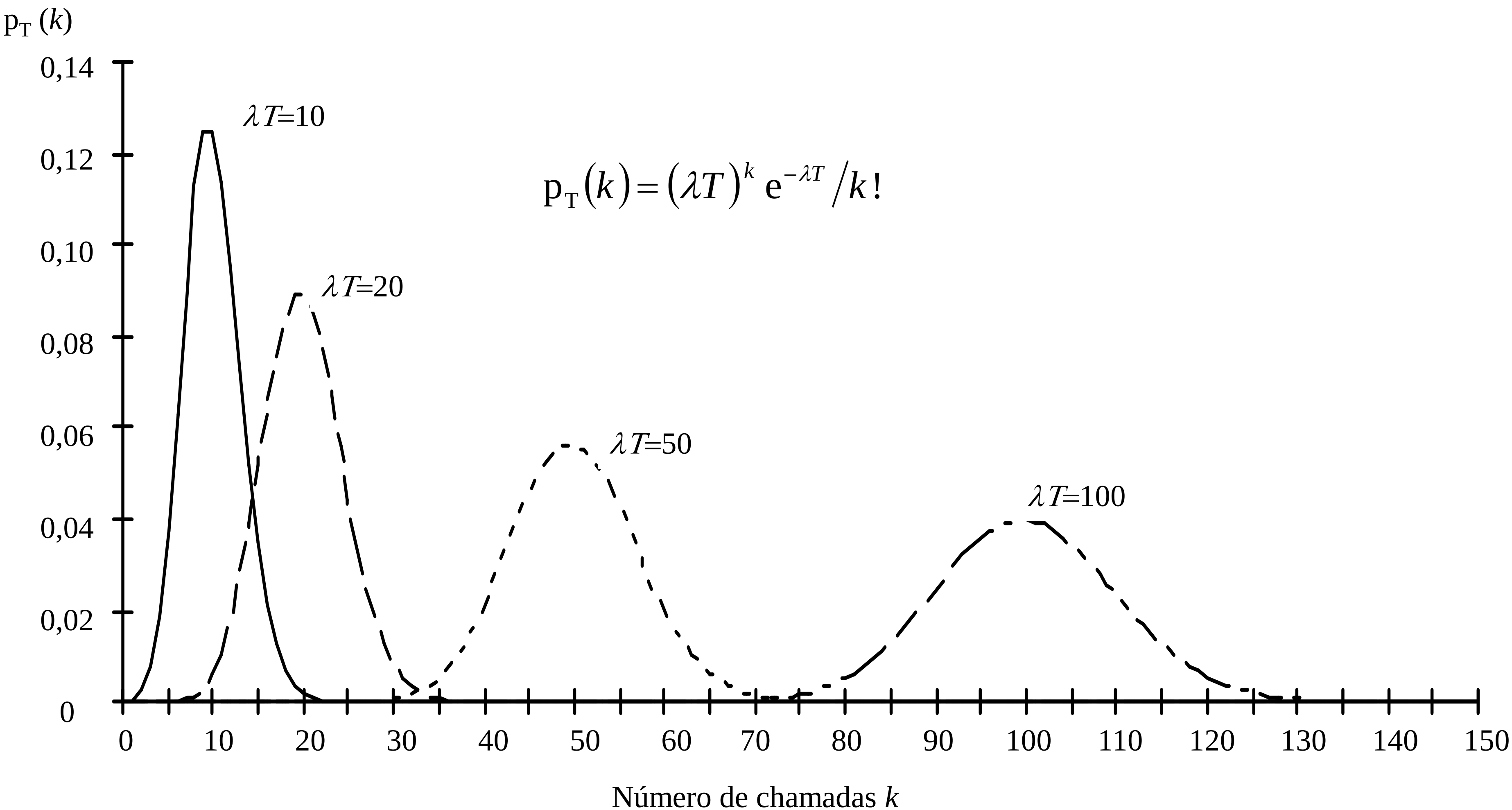
$\boxed{\text{Média: } E(k) = \lambda T}$ $\boxed{\text{Variância: } \sigma_k^2 = \lambda T}$ $\boxed{\text{Desvio padrão: } \sigma_k = \sqrt{\lambda T}}$ *DEMONSTRAÇÃO...*

Algumas conclusões:

– o parâmetro λ é afinal a **taxa média de chegada de chamadas** ($\lambda = E(k)/T$);

– como a média cresce mais rapidamente do que o desvio padrão, para valores grandes de λT a distribuição torna-se mais compacta em torno da média – logo o número n (aleatório) de chamadas chegadas num intervalo grande T conduz a uma boa estimativa de λ através de $\lambda \approx n / T$.

Caracterização do tráfego



Distribuição de Poisson

Caracterização do tráfego

Combinação de fontes independentes

Na análise de tráfego em sistemas de comunicação é muitas vezes necessário combinar o tráfego gerado por fontes independentes.

Assumindo *n* fontes de tráfego de Poisson com taxas arbitrárias λ_i (i=1, 2, ... n), a definição de processo de Poisson conduz directamente a que o **agregado das fontes é também um processo de Poisson** com taxa:

$$\boxed{\lambda = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i}$$

Exprime-se este facto dizendo que a **soma de processos de Poisson é conservativa relativamente à distribuição: isto é, a soma retém a propriedade de Poisson**.

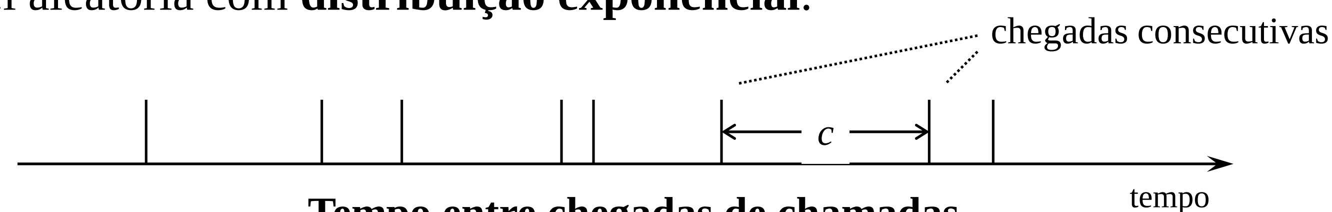
Note-se que a probabilidade de ocorrência de uma chegada no intervalo [t, t+Δt] é a soma das probabilidades de chegada de cada uma das *n* fontes independentes (assume-se que Δt é tão pequeno que não ocorrem múltiplas chamadas). Ou seja:

$$\boxed{\mathrm{P}\,(\text{uma chegada no intervalo}\,[t, t+\Delta t]) = \sum_{i=1}^{n} \left(\lambda_i \Delta t\right) = \left(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i\right) \Delta t = \lambda \Delta t}$$

Caracterização do tráfego

Tempos entre chegadas de chamadas

Num **processo de Poisson**, o tempo c entre acontecimentos consecutivos é uma variável aleatória com **distribuição exponencial**.



Tempo entre chegadas de chamadas

De facto, a probabilidade de o tempo entre chamadas c ser $\leq t$ é:

$$\boxed{\mathrm{P}(c \leq t) = 1 - \mathrm{P}(c > t) = 1 - \mathrm{p}_{\mathrm{t}}(0) = 1 - \mathrm{e}^{-\lambda t}}$$

A função de densidade de probabilidade virá então, por derivação:

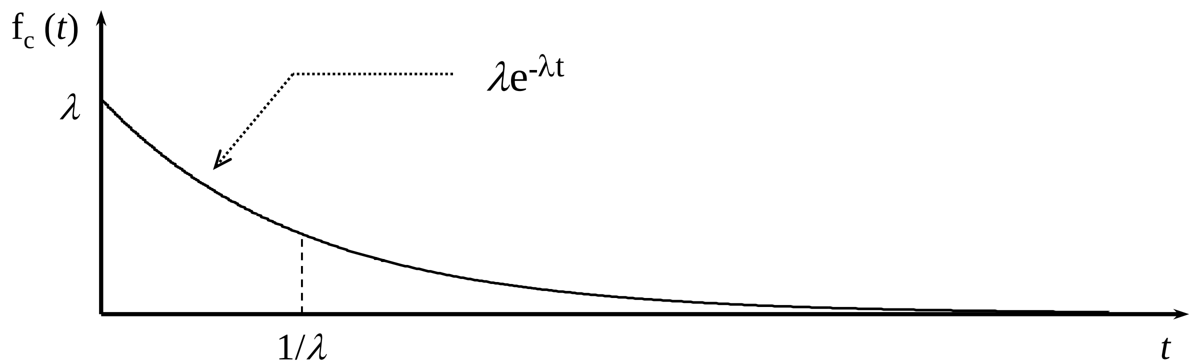
$$\boxed{\mathrm{f}_{\mathrm{c}}(t) = \lambda\, \mathrm{e}^{-\lambda t}}$$

O valor médio e a variância desta distribuição exponencial são:

$$\boxed{\text{Média:}\quad \mathrm{E}(c) = \int_0^{\infty} t\, \mathrm{f}_c(t)\, \mathrm{d}t = 1/\lambda} \qquad \boxed{\text{Variância:}\quad \sigma_c^2 = 1/\lambda^2}$$

Caracterização do tráfego

O valor médio do tempo entre chegadas consecutivas atrás obtido é o esperado, uma vez que, sendo a taxa de chegadas do processo de Poisson λ, então o tempo entre chegadas será $1/\lambda$.



Distribuição exponencial de tempos de chegada entre chamadas

Note-se que uma **variável aleatória exponencial é a única variável aleatória que tem a propriedade já referida de não memória**: em termos de chegada de chamadas, a distribuição temporal dos próximos eventos é a mesma independentemente do tempo presente.

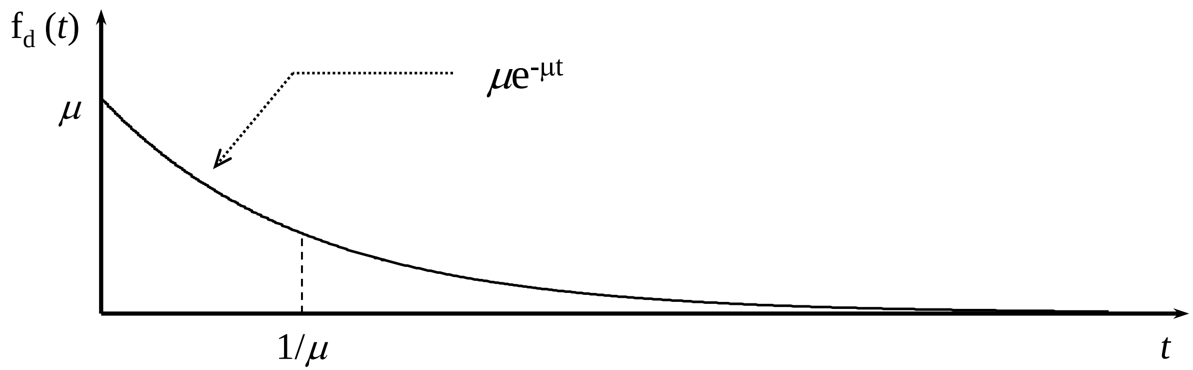
Caracterização do tráfego

Duração de chamadas

Distribuição de durações

Para as chamadas entradas no sistema, é habitual assumir uma **distribuição exponencial da duração *d***, com valor médio $E(d) = 1/\mu$:

Distribuição cumulativa de probabilidades	$P(d \leq t) = 1 - e^{-\mu t}$
Função de densidade de probabilidade	$f_d(t) = \mu e^{-\mu t}$



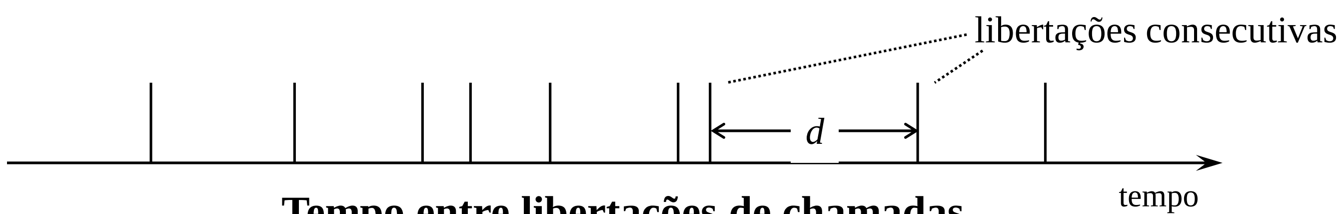
Distribuição exponencial de duração de chamadas

Esta hipótese tem sido considerada adequada para modelizar o tráfego, e tem a vantagem de apresentar a característica já referida de "sem memória": a probabilidade de uma chamada terminar num intervalo Δt é independente da sua duração anterior.

Caracterização do tráfego

Probabilidade de libertação de chamadas

Considere-se um sistema constituído por uma fila de espera com um certo número de chamadas à espera de serem atendidas e uma única saída (uma única chamada de cada vez no sistema com possibilidade de ser libertada). Marquem-se à saída os pontos correspondentes à libertação de cada chamada.



Tempo entre libertações de chamadas

Uma vez que os intervalos entre libertação de chamadas têm distribuição exponencial, o processo de libertação é análogo ao de chegada de chamadas, podendo concluir-se que os **tempos de libertação de chamadas representam eles próprios um processo de Poisson**:

P (uma libertação no intervalo [t, $t+\Delta t$]) = $\mu\Delta t$

P (nenhuma libertação no intervalo [t, $t+\Delta t$]) = $1 - \mu\Delta t$

Caracterização do tráfego

De igual modo, para um intervalo finito T, a probabilidade $p_T(k)$ de k libertações virá:

$$\boxed{\mathrm{p_T}(k) = (\mu T)^k \, \mathrm{e}^{-\mu T} / k!} \qquad k = 0, 1, 2, \ldots$$

Logo:

$$\boxed{\text{Média: } \mathrm{E}(k) = \mu T} \quad \boxed{\text{Variância: } \sigma_k^2 = \mu T} \quad \boxed{\text{Desvio padrão: } \sigma_k = \sqrt{\mu T}}$$

O parâmetro μ é, portanto:

$$\boxed{\mu = \text{taxa média de libertação de chamadas} = \frac{1}{\text{duração média de chamadas}}}$$

No caso mais geral de existirem no sistema i chamadas activas com possibilidade de serem libertadas de forma independente entre si, o processo de libertação resultante continuará a ser de Poisson (propriedade conservativa), sendo:

$$\boxed{\mu_i = i\mu}$$

Ou seja:

$$\boxed{\mu = \text{taxa média de libertação de chamadas} = \frac{\text{número de chamadas activas}}{\text{duração média de chamadas}}}$$

Caracterização do tráfego

Ocorrência de acontecimentos
Taxa média = α

Distribuição exponencial de tempos entre acontecimentos
Média = $1/\alpha$

processo de Poisson

Chegada de chamadas
Taxa média = λ

Distribuição exponencial de **tempos entre chegadas de chamadas**
Média = $1/\lambda$

<u>1 chamada no sistema</u>
Libertação de chamadas
Taxa média = $\mu = 1/d_m$

<u>1 chamada no sistema</u>
Distribuição exponencial de tempos entre libertações de chamadas
Média = $1/\mu = d_m$

Distribuição exponencial de **durações de chamadas**

Média = d_m

<u>i chamadas no sistema</u>
Libertação de chamadas
Taxa média = $i\mu = i/d_m$

<u>i chamadas no sistema</u>
Distribuição exponencial de tempos entre libertações de chamadas
Média = $1/(i\ \mu) = d_m/i$