数字图像实验

PCA 人脸识别　PCA

算法描述&结果对比

目 录

1.算法描述

1.数学原理

1.基于课件上的资料与网上的资料，我对 PCA 的理解大致如下：在误差允许的范围下，将一个高维的数据集，寻找一个数据集分布较为集中的低维空间，将数据投影到此空间上，即，其他坐标设为 0。(如三维空间 XYZ，将数据投影到 XY 平面上即将 z 坐标设为 0)。在矩阵中，这个空间，可用矩阵的特征向量来构成。具体操作为，求此矩阵的协方差矩阵Σ (n*n), 利用此其最大的 h 个特征值对应的特征向量，构成(n*h)的矩阵 Ω，用 Ω 的逆矩阵乘以原数据集，即可获得降维数据集。

2.数学步骤如下：

1.假设有 n 幅尺寸为 112*92 的图像，将每一副图像排成一个列向量,构成（112*92）* n 的矩阵$X = [x_1, \ldots, x_n]$;

2.计算均值$\mu = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} + x_j$，令$H = \frac{1}{\sqrt{n-1}}[x_1 - \mu, \ldots, x_n - \mu]$;

3.根据定义，计算协方差矩阵$\Sigma = HH^T$;

4.计算Σ的特征值与特征向量，取前 h 个最大特征值所对应的特征向量，构成矩阵Φ;

5.矩阵Φ可对数据降维：$\Phi^T X = Y$，Y 是 h 行 n 列的矩阵，也就是将数据从 112*92 维降为 h 维。

6.利用降维数据集的每一个种类，(此次实验中有 40 种),对其降维后的数据取均值向量，将此向量作为此种类的匹配向量。

7.对于每一个进行测试的向量，利用矩阵Φ对其降维。之后与每个种类的匹配向量作最小二范数匹配。匹配程度最高的，记录下匹配组号。最后计算正确率。将结果输出到文件中。

2. 结果

1. 储存在主目录的 Output 目录下的 output.txt 中。


```
正确率:百分之88.33
第1个错误图像为s4的8.pgm
第2个错误图像为s4的9.pgm
第3个错误图像为s5的7.pgm
第4个错误图像为s10的7.pgm
第5个错误图像为s15的8.pgm
第6个错误图像为s18的9.pgm
第7个错误图像为s23的7.pgm
第8个错误图像为s27的8.pgm
第9个错误图像为s28的9.pgm
第10个错误图像为s30的8.pgm
第11个错误图像为s30的9.pgm
第12个错误图像为s35的7.pgm
第13个错误图像为s36的7.pgm
第14个错误图像为s40的7.pgm
```

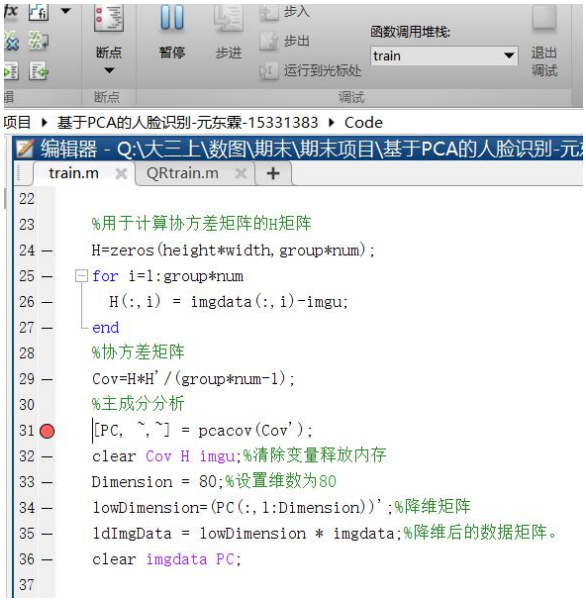
3. 思考与优化

1. 思考

1)运行的匹配正确率仅为 88.33，说实话有点低了。经过思考，不难发现，这是因为我偷懒了，没有按照随机取 7 张作训练集 3 张作测试集，而是固定选取前七张作训练集，后三张当测试集，证明前七张和后三张有毒。此问题，不予优化。

2)程序运行时，效率出奇的低，而且占用电脑的 CPU 和内存也很大。

运行时间在 15 分钟~20 分钟不等。且我在程序中及时清除无关的变量，释放内存，但是依旧没有什么改观。经过断点运行排查发现，是利用 Matlab 内部算法计算特征值时，由于矩阵过大，占用的资源过多。所以考虑使用 QR 分解进行优化。



2. 优化

1.已知$\Sigma = HH^T$，其中Σ为d*d，H为d*n，d代表原始数据的维数，n代表样本数，d远大于n；

2.对H作QR分解，$h = QR$，其中Q为d*t，R为t*n，$1 \le t \le n$；

3.则$\Sigma = QRR^TQ^T$，对R^T作奇异值分解$R^T = UDV^T$，其中U为n*t，V为t*t，$D = diag(\sigma_1, \ldots, \sigma_t)$；

4.于是$\Sigma = QVDU^TUDV^TQ^T = QVD^2V^TQ^T = QV\Lambda V^TQ^T$，其中$\Lambda = D^2$；

5.由于$(QV)^T(QV) = V^TQ^TQV = V^TV = I$，所以QV可将$\Sigma$对角化，QV为$\Sigma$的特征向量矩阵，$\Lambda$为$\Sigma$的特征值矩阵；

6.选取D前h个最大对角元所对应于V中的h个列，构成t*h的矩阵V_h，则降维矩阵$\Phi = QV_h$；

优化后部分代码：

```
%QR分解
[Q,R] = qr(H);
clear H imgu;%清除变量释放内存
%奇异值分解
[U,S,V] = svd(R');

Dimension = 80;%设置维数为80
lowDimension=(Q*V(:,1:Dimension))';%降维矩阵
ldImgData = lowDimension * imgdata;%降维后的数据矩阵。
clear imgdata;
```

优化后结果保存在 Output 目录下的 output(QR),txt，可喜可贺的是，经过优化，不仅运行时间和占用内存比以前大大降低，匹配准确率也有一丁点增长。可能是优化之后，内部计算的

时候由于维度变小更精准了吧。

正确率:百分之89.17
第1个错误图像为s4的9.pgm
第2个错误图像为s5的7.pgm
第3个错误图像为s10的7.pgm
第4个错误图像为s15的8.pgm
第5个错误图像为s18的9.pgm
第6个错误图像为s23的7.pgm
第7个错误图像为s27的8.pgm
第8个错误图像为s28的9.pgm
第9个错误图像为s30的8.pgm
第10个错误图像为s30的9.pgm
第11个错误图像为s35的7.pgm
第12个错误图像为s36的7.pgm
第13个错误图像为s40的7.pgm