



Universidad de Guadalajara

Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingenierías

Licenciatura en Ingeniería en Computación

Materia: Seminario de Solución de Problemas de Inteligencia Artificial I. Clave: I7039.

Profesor: Sencion Echauri Felipe

Estudiante: Silva Moya José Alejandro. Código: 213546894.

Actividad 3: Optimización.



Instrucciones: Realiza los siguientes ejercicios.

1. Encuentra de forma analítica los máximos y mínimos (en caso de existir) de las siguientes funciones.

a) $2x^3 - 6x^2 + 3x - 7$

b) $3x^3 - 5x^2 + 2x$

c) $4x^3 + 9x^2 - 3x - 6$

d) $2x^3 + 5x^2 + 3x$

Para cada uno de los incisos anteriores graficar los resultados con Python indicando la posición de los puntos estacionarios, así como si se trata de un máximo o un mínimo.

Ejercicio 1.

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
```

```
##### EJERCICIO 1 #####
```

```
#  $y = 2x^3 - 6x^2 + 3x - 7$ 
```

```
# 1)  $dy/dx = 6x^2 - 12x + 3$ 
```

```
# 2)  $6x^2 - 12x + 3 = 0$ 
```

```
#Aplicamos formula general para resolver el problema.
```

```
#  $x = (12 \pm \sqrt{72})/12$ 
```

```
#  $x = (12 \pm 8.4852)/12$ 
```

```
#  $x_1 = 1.7071$ 
```

```
#  $x_2 = 0.2929$ 
```

```
# 3) Sustituir datos en la ecuación original para encontrar y.
```

```
# Para  $x_1 \rightarrow 2x^3 - 6x^2 + 3x - 7$ 
```

```
#  $y_1 = -9.4142$ 
```

```
# Para  $x_2 \rightarrow 2x^3 - 6x^2 + 3x - 7$ 
```

```
#  $y_2 = -6.5857$ 
```

```
# Por lo tanto hay puntos estacionarios en:
```

```
#  $(1.7071, -9.4142)$ 
```

```
#  $(0.2929, -6.5857)$ 
```

```
# Clasificación de los puntos estacionarios
```

```
#  $dy/dx = 6x^2 - 12x + 3$ 
```

```
#  $d^2y/dx^2 = 12x - 12$ 
```

```
# Para  $x_1 = 12x - 12 \rightarrow 12(1.7071) - 12 = 8.4852$ 
```

```
# Por lo tanto tenemos un mínimo en (1.7071, -9.4142)
```

```
# Para  $x_2 = 12x - 12 \rightarrow 12(-0.2929) - 12 = -8.4852$ 
```

```
# Por lo tanto tenemos un máximo en (0.2929, -6.5857)
```

```
# Grafiquemos
```

```
####
```

```
x = np.linspace(-1,3,130)
```

```
y = (2*x**3) - (6*x**2) + (3*x) - 7
```

```
min_max_x = [1.7071, 0.2929]
```

```
min_max_y = [-9.4142, -6.5857]
```

```
plt.text(min_max_x[0],min_max_y[0], 'Minimo: ' + '(' + str(min_max_x[0]) + ', ' + str(min_max_y[0]) + ')')
```

```
plt.text(min_max_x[1],min_max_y[1], 'Maximo: ' + '(' + str(min_max_x[1]) + ', ' + str(min_max_y[1]) + ')')
```

```
plt.xlabel('x')
```

```
plt.ylabel('y')
```

```
plt.title('2x^3 - 6x^2 + 3x - 7')
```

```
plt.plot(min_max_x,min_max_y,'*r')
```

```
plt.plot(x,y,'b')
```

```
plt.show()
```

```

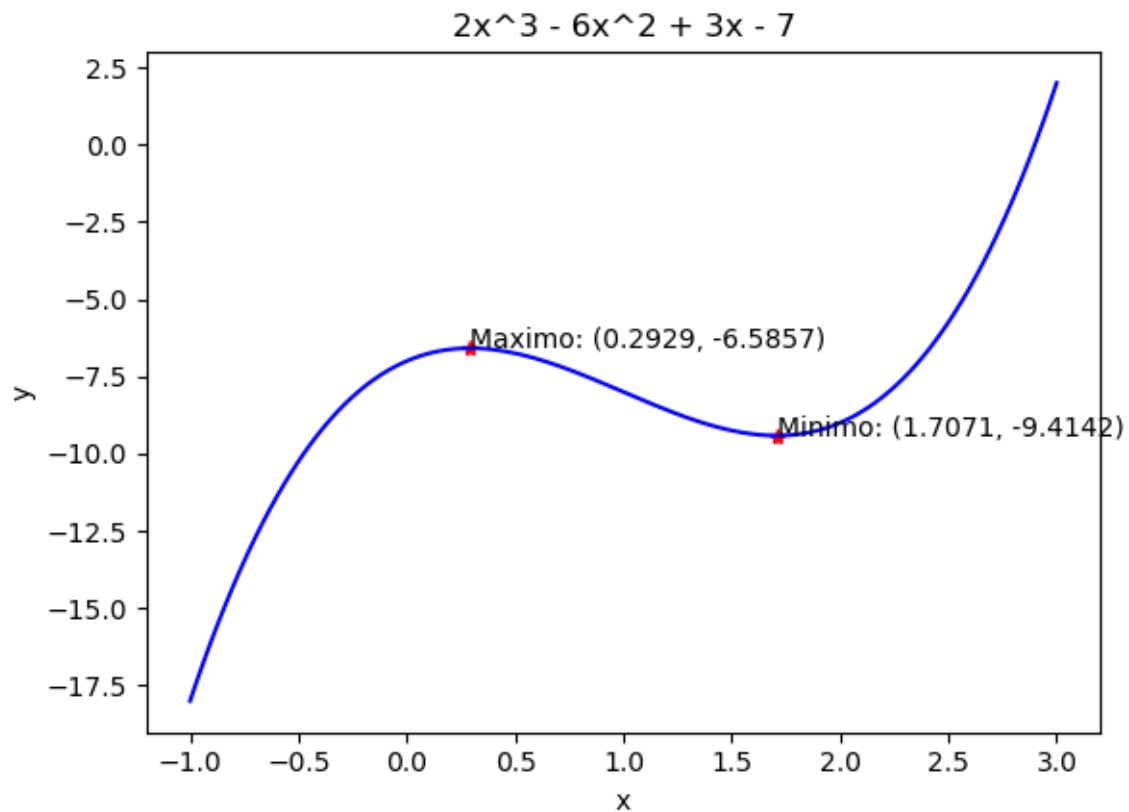
1 #####Actividad 3. Optimizacion.#####
2
3 import numpy as np
4 import matplotlib.pyplot as plt
5
6 ##### EJERCICIO 1 #####
7
8 #  $y = 2x^3 - 6x^2 + 3x - 7$ 
9 #
10 # 1)  $dy/dx = 6x^2 - 12x + 3$ 
11 # 2)  $6x^2 - 12x + 3 = 0$ 
12 #
13 #Aplicamos formula general para resolver el problema.
14 #
15 #  $x = (12 \pm \sqrt{72})/12$ 
16 #  $x = (12 \pm 8.4852)/12$ 
17 #
18 #  $x_1 = 1.7071$ 
19 #  $x_2 = 0.2929$ 
20 #
21 # 3) Sustituir datos en la ecuacion original para encontrar y.
22 #
23 # Para  $x_1 \rightarrow 2x^3 - 6x^2 + 3x - 7$ 
24 #  $y_1 = -9.4142$ 
25 #
26 # Para  $x_2 \rightarrow 2x^3 - 6x^2 + 3x - 7$ 
27 #  $y_2 = -6.5857$ 
28 #
29 # Por lo tanto hay puntos estacionarios en:
30 #
31 #  $(1.7071, -9.4142)$ 
32 #  $(0.2929, -6.5857)$ 
33 #

```

```

34 # Clasificacion de los puntos estacionarios
35 #
36 #  $dy/dx = 6x^2 - 12x + 3$ 
37 #  $d^2y/d^2x = 12x - 12$ 
38 #
39 # Para  $x_1 = 1.7071 \rightarrow 12(1.7071) - 12 = 8.4852$ 
40 # Por lo tanto tenemos un minimo en  $(1.7071, -9.4142)$ 
41 #
42 # Para  $x_2 = 0.2929 \rightarrow 12(0.2929) - 12 = -8.4852$ 
43 # Por lo tanto tenemos un maximo en  $(0.2929, -6.5857)$ 
44 #
45 # Grafiquemos
46 ###
47
48 x = np.linspace(-1,3,130)
49 y = (2*x**3) - (6*x**2) + (3*x) - 7
50
51 min_max_x = [1.7071, 0.2929]
52 min_max_y = [-9.4142, -6.5857]
53
54 plt.text(min_max_x[0],min_max_y[0], 'Minimo: ' + '(' + str(min_max_x[0]) + ', '
55 + str(min_max_y[0]) + ')')
56
57 plt.text(min_max_x[1],min_max_y[1], 'Maximo: ' + '(' + str(min_max_x[1]) + ', '
58 + str(min_max_y[1]) + ')')
59
60 plt.xlabel('x')
61 plt.ylabel('y')
62 plt.title('2x^3 - 6x^2 + 3x - 7')
63 plt.plot(min_max_x,min_max_y,'*r')
64 plt.plot(x,y,'b')
65 plt.show()
66

```



#####

EJERCICIO 2

$$\# y = 3x^3 - 5x^2 + 2x$$

$$\# 1) \frac{dy}{dx} = 9x^2 - 10x + 2$$

$$\# 2) \quad 9x^2 - 10x + 2 = 0$$

#Aplicamos formula general para resolver el problema.

$$\# x = \frac{10 \pm \sqrt{28}}{18}$$

$$\# x = \frac{10 \pm 5.2915}{18}$$

$$\# x_1 = 0.8495$$

$$\# x_2 = 0.2615$$

3) Sustituir datos en la ecuación original para encontrar y.

Para $x_1 \rightarrow 3x^3 - 5x^2 + 2x$

$y_1 = -0.0701$

Para $x_2 \rightarrow 3x^3 - 5x^2 + 2x$

$y_2 = 0.2347$

Por lo tanto hay puntos estacionarios en:

$(0.8495, -0.0701)$

$(0.2615, 0.2347)$

Clasificación de los puntos estacionarios

$dy/dx = 9x^2 - 10x + 2$

$d^2y/d^2x = 18x - 10$

Para $x_1 = 18x - 10 \rightarrow 18(0.8495) - 10 = 5.291$

Por lo tanto tenemos un mínimo en $(0.8495, -0.0701)$

Para $x_2 = 18x - 10 \rightarrow 18(0.2615) - 10 = -5.293$

Por lo tanto tenemos un máximo en $(0.2615, 0.2347)$

Grafiquemos

###

$x = \text{np.linspace}(-1, 3, 130)$

$y = (3*x**3) - (5*x**2) + (2*x)$

$\text{min_max_x} = [0.8495, 0.2615]$

$\text{min_max_y} = [-0.0701, 0.2347]$

$\text{plt.text}(\text{min_max_x}[0], \text{min_max_y}[0], \text{'Minimo: ' + '(' + str(min_max_x}[0]) + ', '}$

+ str(min_max_y[0]) + '))

plt.text(min_max_x[1],min_max_y[1], 'Maximo: ' + '(' + str(min_max_x[1]) + ', '
+ str(min_max_y[1]) + '))

plt.xlabel('x')

plt.ylabel('y')

plt.title('3x^3 - 5x^2 + 2x')

plt.plot(min_max_x,min_max_y,'*r')

plt.plot(x,y,'b')

plt.show()

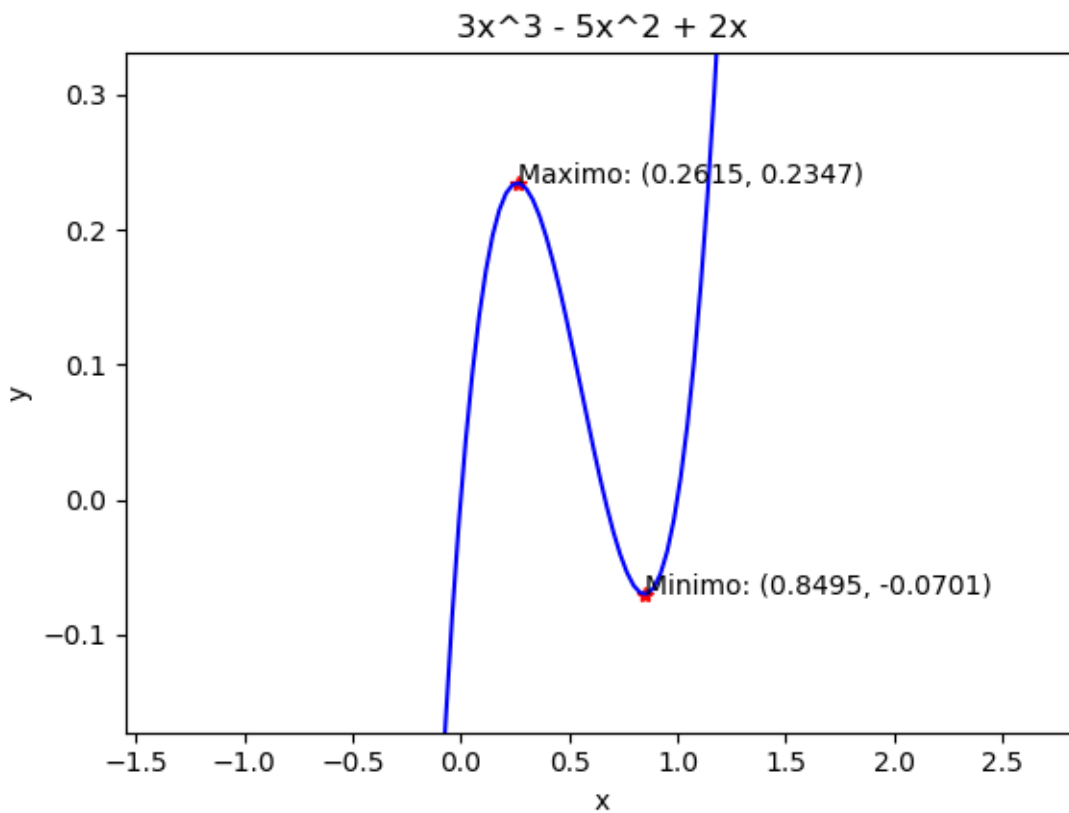
```
69 ##### EJERCICIO 2 #####
70
71 # y = 3x^3 - 5x^2 + 2x
72 #
73 # 1) dy/dx = 9x^2 - 10x + 2
74 # 2)      9x^2 - 10x + 2 = 0
75 #
76 #Aplicamos formula general para resolver el problema.
77 #
78 # x = (10 +- sqrt(28))/18
79 # x = (10 +- 5.2915)/18
80 #
81 # x1 = 0.8495
82 # x2 = 0.2615
83 #
84 # 3) Sustituir datos en la ecuacion original para encontrar y.
85 #
86 # Para x1 --> 3x^3 - 5x^2 + 2x
87 # y1 = -0.0701
88 #
89 # Para x2 --> 3x^3 - 5x^2 + 2x
90 # y2 = 0.2347
91 #
92 # Por lo tanto hay puntos estacionarios en:
93 #
94 # (0.8495, -0.0701)
95 # (0.2615, 0.2347)
96 #
97 # Clasificacion de los puntos estacionarios
98 #
99 # dy/dx = 9x^2 - 10x + 2
100 # d2y/d2x = 18x - 10
101 #
102 # Para x1 = 0.8495, 18x - 10 = 18(0.8495) - 10 = 5.2915
```



```

98 #
99 #  $dy/dx = 9x^2 - 10x + 2$ 
100 #  $d^2y/d^2x = 18x - 10$ 
101 #
102 # Para  $x_1 = 18x - 10 \rightarrow 18(0.8495) - 10 = 5.291$ 
103 # Por lo tanto tenemos un minimo en (0.8495, -0.0701)
104 #
105 # Para  $x_2 = 18x = 10 \rightarrow 18(0.2615) - 10 = -5.293$ 
106 # Por lo tanto tenemos un maximo en (0.2615, 0.2347)
107 #
108 # Grafiquemos
109 ###
110
111 x = np.linspace(-1,3,130)
112 y = (3*x**3) - (5*x**2) + (2*x)
113
114 min_max_x = [0.8495, 0.2615]
115 min_max_y = [-0.0701, 0.2347]
116
117 plt.text(min_max_x[0],min_max_y[0], 'Minimo: ' + '(' + str(min_max_x[0]) + ', '
118                                     + str(min_max_y[0]) + ')')
119
120 plt.text(min_max_x[1],min_max_y[1], 'Maximo: ' + '(' + str(min_max_x[1]) + ', '
121                                     + str(min_max_y[1]) + ')')
122
123 plt.xlabel('x')
124 plt.ylabel('y')
125 plt.title('3x^3 - 5x^2 + 2x')
126 plt.plot(min_max_x,min_max_y,'*r')
127 plt.plot(x,y,'b')
128 plt.show()
129
130 #####

```



#####

EJERCICIO 3

$$\# y = 4x^3 + 9x^2 - 3x - 6$$

$$\# 1) \frac{dy}{dx} = 12x^2 + 18x - 3$$

$$\# 2) \quad 12x^2 + 18x - 3 = 0$$

#Aplicamos formula general para resolver el problema.

$$\# x = \frac{-18 \pm \sqrt{468}}{24}$$

$$\# x = \frac{-18 \pm 21.6333}{24}$$

$$\# x_1 = 0.1513$$

$$\# x_2 = -1.6513$$

3) Sustituir datos en la ecuacion original para encontrar y.

$$\# \text{ Para } x_1 \rightarrow 4x^3 + 9x^2 - 3x - 6$$

$$\# y_1 = -6.2340$$

$$\# \text{ Para } x_2 \rightarrow 4x^3 + 9x^2 - 3x - 6$$

$$\# y_2 = 5.4840$$

Por lo tanto hay puntos estacionarios en:

$$\# (0.1513, -6.2340)$$

$$\# (-1.6513, 5.4840)$$

Clasificación de los puntos estacionarios

$$\# \frac{dy}{dx} = 12x^2 + 18x - 3$$

$$\# \frac{d^2y}{d^2x} = 24x + 18$$

$$\# \text{ Para } x_1 = 24x + 18 \rightarrow 24(0.1513) + 18 = 3.6312$$

Por lo tanto tenemos un mínimo en (0.1513, -6.2340)

```
# Para  $x^2 = 24x + 18 \rightarrow 24(-1.6513) + 18 = -21.6313$   
# Por lo tanto tenemos un máximo en  $(-1.6513, 5.4840)$ 
```

```
# Grafiquemos
```

```
###
```

```
x = np.linspace(-4,3,130)
```

```
y = (4*x**3) + (9*x**2) - (3*x) - 6
```

```
min_max_x = [0.1513, -1.6513]
```

```
min_max_y = [-6.2340, 5.4840]
```

```
plt.text(min_max_x[0],min_max_y[0], 'Minimo: ' + '(' + str(min_max_x[0]) + ', '  
        + str(min_max_y[0]) + ')')
```

```
plt.text(min_max_x[1],min_max_y[1], 'Maximo: ' + '(' + str(min_max_x[1]) + ', '  
        + str(min_max_y[1]) + ')')
```

```
plt.xlabel('x')
```

```
plt.ylabel('y')
```

```
plt.title('4x^3 + 9x^2 - 3x - 6')
```

```
plt.plot(min_max_x,min_max_y,'*r')
```

```
plt.plot(x,y,'b')
```

```
plt.show()
```

```

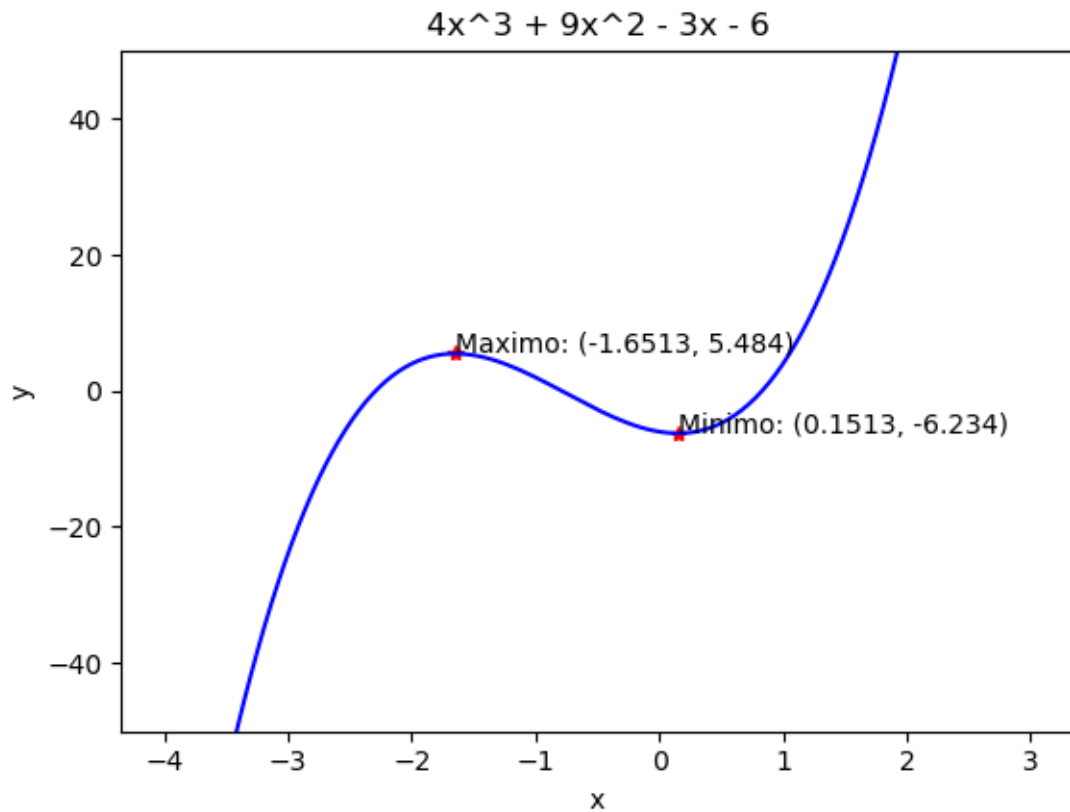
132 ##### EJERCICIO 3 #####
133
134 #  $y = 4x^3 + 9x^2 - 3x - 6$ 
135 #
136 # 1)  $dy/dx = 12x^2 + 18x - 3$ 
137 # 2)  $12x^2 + 18x - 3 = 0$ 
138 #
139 # Aplicamos formula general para resolver el problema.
140 #
141 #  $x = (-18 \pm \sqrt{468})/24$ 
142 #  $x = (-18 \pm 21.6333)/24$ 
143 #
144 #  $x_1 = 0.1513$ 
145 #  $x_2 = -1.6513$ 
146 #
147 # 3) Sustituir datos en la ecuacion original para encontrar y.
148 #
149 # Para  $x_1 \rightarrow 4x^3 + 9x^2 - 3x - 6$ 
150 #  $y_1 = -6.2340$ 
151 #
152 # Para  $x_2 \rightarrow 4x^3 + 9x^2 - 3x - 6$ 
153 #  $y_2 = 5.4840$ 
154 #
155 # Por lo tanto hay puntos estacionarios en:
156 #
157 #  $(0.1513, -6.2340)$ 
158 #  $(-1.6513, 5.4840)$ 
159 #
160 # Clasificacion de los puntos estacionarios
161 #
162 #  $dy/dx = 12x^2 + 18x - 3$ 
163 #  $d^2y/dx^2 = 24x + 18$ 
164 #
165 # Para  $x_1 = 0.1513 \rightarrow 24(0.1513) + 18 = 3.6312$ 
166 # Por lo tanto tenemos un minimo en  $(0.1513, -6.2340)$ 
167 #
168 # Para  $x_2 = -1.6513 \rightarrow 24(-1.6513) + 18 = -21.6312$ 
169 # Por lo tanto tenemos un maximo en  $(-1.6513, 5.4840)$ 
170 #
171 # Grafiquemos
172 ###
173

```

```

161 #
162 #  $dy/dx = 12x^2 + 18x - 3$ 
163 #  $d^2y/dx^2 = 24x + 18$ 
164 #
165 # Para  $x_1 = 0.1513 \rightarrow 24(0.1513) + 18 = 3.6312$ 
166 # Por lo tanto tenemos un minimo en  $(0.1513, -6.2340)$ 
167 #
168 # Para  $x_2 = -1.6513 \rightarrow 24(-1.6513) + 18 = -21.6312$ 
169 # Por lo tanto tenemos un maximo en  $(-1.6513, 5.4840)$ 
170 #
171 # Grafiquemos
172 ###
173
174 x = np.linspace(-4,3,130)
175 y = (4*x**3) + (9*x**2) - (3*x) - 6
176
177 min_max_x = [0.1513, -1.6513]
178 min_max_y = [-6.2340, 5.4840]
179
180 plt.text(min_max_x[0],min_max_y[0], 'Minimo: ' + '(' + str(min_max_x[0]) + ', '
181 + str(min_max_y[0]) + ')')
182
183 plt.text(min_max_x[1],min_max_y[1], 'Maximo: ' + '(' + str(min_max_x[1]) + ', '
184 + str(min_max_y[1]) + ')')
185
186 plt.xlabel('x')
187 plt.ylabel('y')
188 plt.title('4x^3 + 9x^2 - 3x - 6')
189 plt.plot(min_max_x,min_max_y,'*r')
190 plt.plot(x,y,'b')
191 plt.show()
192
193 #####

```



#####

EJERCICIO 4

$y = 2x^3 + 5x^2 + 3x$

1) $dy/dx = 6x^2 + 10x + 3$

2) $6x^2 + 10x + 3 = 0$

#Aplicamos formula general para resolver el problema.

$x = \frac{-10 \pm \sqrt{28}}{12}$

$x = \frac{-10 \pm 5.2915}{12}$

$x_1 = -0.3923$

$x_2 = -1.2742$

3) Sustituir datos en la ecuación original para encontrar y.

Para $x_1 \rightarrow 2x^3 + 5x^2 + 3x$

$y_1 = -0.5281$

Para $x_2 \rightarrow 2x^3 + 5x^2 + 3x$

$y_2 = 0.1577$

Por lo tanto hay puntos estacionarios en:

$(-0.3923, -0.5281)$

$(-1.2742, 0.1577)$

Clasificación de los puntos estacionarios

$dy/dx = 6x^2 + 10x + 3$

$d^2y/d^2x = 12x + 10$

Para $x_1 = 12x + 10 \rightarrow 12(-0.3923) + 10 = 5.2924$

Por lo tanto tenemos un mínimo en $(-0.3923, -0.5281)$

Para $x_2 = 12x + 10 \rightarrow 12(-1.2742) + 10 = -5.2904$

Por lo tanto tenemos un máximo en $(-1.2742, 0.1577)$

Grafiquemos

###

$x = \text{np.linspace}(-4, 3, 130)$

$y = (2*x**3) + (5*x**2) + (3*x)$

$\text{min_max_x} = [-0.3923, -1.2742]$

$\text{min_max_y} = [-0.5281, 0.1577]$

$\text{plt.text}(\text{min_max_x}[0], \text{min_max_y}[0], \text{'Minimo: ' + '(' + str(min_max_x}[0]) + ', '}$

```
+ str(min_max_y[0]) + '')
```

```
plt.text(min_max_x[1],min_max_y[1], 'Maximo: ' + '(' + str(min_max_x[1]) + ', '
+ str(min_max_y[1]) + '')
```

```
plt.xlabel('x')
```

```
plt.ylabel('y')
```

```
plt.title('2x^3 + 5x^2 + 3x')
```

```
plt.plot(min_max_x,min_max_y,'*r')
```

```
plt.plot(x,y,'b')
```

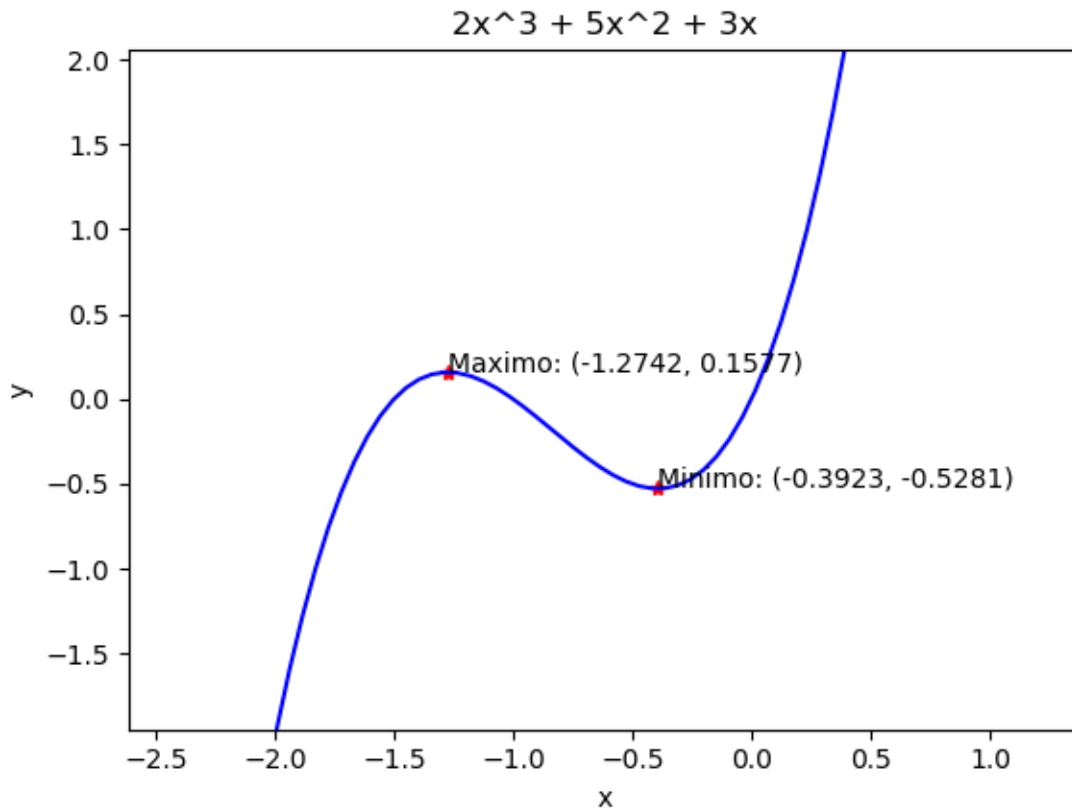
```
plt.show()
```

```
195 ##### EJERCICIO 4 #####
196
197 # y = 2x^3 + 5x^2 + 3x
198 #
199 # 1) dy/dx = 6x^2 + 10x + 3
200 # 2)      6x^2 + 10x + 3 = 0
201 #
202 #Aplicamos formula general para resolver el problema.
203 #
204 # x = (-10 +/- sqrt(28))/12
205 # x = (-10 +/- 5.2915)/12
206 #
207 # x1 = -0.3923
208 # x2 = -1.2742
209 #
210 # 3) Sustituir datos en la ecuacion original para encontrar y.
211 #
212 # Para x1 --> 2x^3 + 5x^2 + 3x
213 # y1 = -0.5281
214 #
215 # Para x2 --> 2x^3 + 5x^2 + 3x
216 # y2 = 0.1577
217 #
218 # Por lo tanto hay puntos estacionarios en:
219 #
220 # (-0.3923, -0.5281)
221 # (-1.2742, 0.1577)
222 #
223 # Clasificacion de los puntos estacionarios
224 #
225 # dy/dx = 6x^2 + 10x + 3
226 # d2y/d2x = 12x + 10
227 #
228 # Para x1 = -0.3923, y1 = -0.5281: d2y/d2x = 12(-0.3923) + 10 = 5.2915 > 0
```

```

224 #
225 #  $dy/dx = 6x^2 + 10x + 3$ 
226 #  $d^2y/d^2x = 12x + 10$ 
227 #
228 # Para  $x_1 = 12x + 10 \rightarrow 12(-0.3923) + 10 = 5.2924$ 
229 # Por lo tanto tenemos un minimo en  $(-0.3923, -0.5281)$ 
230 #
231 # Para  $x_2 = 12x + 10 \rightarrow 12(-1.2742) + 10 = -5.2904$ 
232 # Por lo tanto tenemos un maximo en  $(-1.2742, 0.1577)$ 
233 #
234 # Grafiquemos
235 ###
236
237 x = np.linspace(-4,3,130)
238 y = (2*x**3) + (5*x**2) + (3*x)
239
240 min_max_x = [-0.3923, -1.2742]
241 min_max_y = [-0.5281, 0.1577]
242
243 plt.text(min_max_x[0],min_max_y[0], 'Minimo: ' + '(' + str(min_max_x[0]) + ', '
244         + str(min_max_y[0]) + ')')
245
246 plt.text(min_max_x[1],min_max_y[1], 'Maximo: ' + '(' + str(min_max_x[1]) + ', '
247         + str(min_max_y[1]) + ')')
248
249 plt.xlabel('x')
250 plt.ylabel('y')
251 plt.title('2x^3 + 5x^2 + 3x')
252 plt.plot(min_max_x,min_max_y,'*r')
253 plt.plot(x,y,'b')
254 plt.show()
255
256 #####

```



#####