一、（10）求极限

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)}\frac{\sin(|x|+y^2)^{\frac{1}{2}}\ \tan(xy)}{x^2+y^2}$$

二、（10）设$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ 连续可微且有界，$\frac{\partial f}{\partial x}+\frac{\partial f}{\partial y}=f$，则$f\equiv 0$

三、（15）设$z=z(x,y)$ 是由方程$F(z+\frac{1}{x},z+\frac{1}{y})=0$确定的隐函数且具有连续的二阶偏导数，求证：

$$x^3\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+xy(x+y)\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}+y^3\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=-2$$

四、（15）讨论函数

$$f(x,y)=\begin{cases} x^\alpha\sin\frac{y}{x} & x\neq 0\\ 0 & x=0\end{cases}$$

的连续性和可微性，其中$\alpha>0$

五、（15）已知曲面$\Sigma:\sqrt{x}+2\sqrt{y}+3\sqrt{z}=3$ 求曲面上的点$P(a,b,c)$处切平面于三个坐标平面所围四面体体积最大时点P的坐标及最大体积

六、（10）设$F(x,y)$有一阶连续偏导数，a,b,c为非零常数，证明：曲面$F(ax+bz,by+cz)=0$的任一切平面都平行于某一条固定直线

七、（10）设$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$具有连续导数，$f(0)=0$，$|f'(0)|<1$，证明$\exists\,\delta>0$ 及具有连续导数的函数$g:(-\delta,\delta)\to\mathbb{R}$，使得$g(0)=0$ 且对$\forall x\in(-\delta,\delta)$有$x=g(x)+f(g(x))$

八、（15）设$f(x,y,z)$在$a\le x,y,z\le b$ 上连续，令

$$\phi(x)=\max_{a\le y\le x}\min_{a\le z\le b}f(x,y,z)$$

则$\phi(x)$在$[a,b]$上一致连续

附加、（10）设$u(x,y)$在$x^2+y^2=1$上连续，在$x^2+y^2<1$上满足$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=u$，则若在$x^2+y^2=1$上 $u(x,y)>0$ 证明：当$x^2+y^2\le 1$时,$u(x,y)>0$