Reflexos da multiplicação das variáveis no modelo de regressão linear

William Giani Duani Martins
UFMG - Instituto de ciências exatas.
WilliamGiani@ufmg.br

1. OBJETIVO

O objetivo deste mini artigo é analisar os reflexos da multiplicação de uma variável regressora e de uma variável resposta em um modelo de regressão linear.

2. INTRODUÇÃO

Com a alvorada do avanço tecnológico e estatístico dos últimos tempos, os modelos de regressão linear já são empregados em diversas vertentes do conhecimento, tornando-o multidisciplinar. Uma questão pertinente a todos é o comportamento do modelo ao se multiplicar suas variáveis por constantes, cujo é um objeto de estudo de suma relevância principalmente á vertentes de aplicação econômica e física, onde são costantes as conversões de valores.

2.1 PROVA FORMAL

2.1.1 Conceitos iniciais

Inicialmente é importante conceituar que a multiplicação de qualquer variável por uma constante k_1, resulta na multiplicação de sua média por k_1:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \rightarrow \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(k_1 * x_i) \rightarrow k_1 \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \rightarrow k_1 * \bar{x}$$

Temos também que:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} \Leftrightarrow \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})y_i}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$$

2.1.2 Coeficiente $\hat{\beta}_1$ do novo modelo

Sendo assim ao multiplicarmos x **por uma constante** k_1 e y **por uma constante** k_2, teremos o seguinte resultado:

$$\hat{\beta}'_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(k_1 * x_i - k_1 * \bar{x})(k_2 * y_i)}{\sum_{i=1}^{n}(k_1 * x_i - k_1 * \bar{x})^2} \rightarrow$$

$$\frac{(k_1) * \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(k_2 * y_i)}{(k_1)^2 * \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} \rightarrow \frac{k_2 * \hat{\beta}'_1}{k_1}$$

2.1.3 Coeficiente $\hat{\beta}_0$ do novo modelo

Diante o exposto anterior, pode-se observar que $\hat{\beta}_0$ haverá alterações, o que pode ser conferido abaixo:

$$\hat{\beta}'_0 = \bar{y} + \hat{\beta}'_1\bar{x} \rightarrow k_2 * \bar{y} + \frac{k_2 * \hat{\beta}'_1}{k_1} * k_1 * \bar{x} \rightarrow k_2 * \bar{y} + k_2 * \hat{\beta}'_1\bar{x} = k_2 * \hat{\beta}'_0$$

2.1.4 Estimações do novo modelo

$$\hat{y}'_i = k_2\hat{\beta}'_0 + \frac{k_2}{k_1}\hat{\beta}_1 * k_1 * x_i \rightarrow k_2 * (\hat{\beta}'_0 + \hat{\beta}'_1 x_i) \rightarrow k_2 * \hat{y}'_i$$

2.1.5 Residuos do novo modelo

$$e'_i = \sum_{i=1}^{n}(k_2 * y_i - k_2 * \hat{y}'_i)^2 \rightarrow k_2^2 * \sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}'_i)^2$$

2.1.6 Erro puro do novo modelo

$$e'_{puro} = \sum_{i=1}^{n}(k_2 * y_i - k_2 * \bar{y})^2 \rightarrow k_2^2 * \sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2$$

2.1.7 Coeficiente de determinação do novo modelo

$$R^2 = \frac{k_2^2 * \sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}'_i)^2}{k_2^2 * \sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2} \rightarrow \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}'_i)^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}$$

---

3. CONCLUSÃO

Indubitavelmente, conclui-se que o coeficiente de determinação do modelo não haverá alterações.

4. REFERÊNCIAS

AOGSTA. Changing units of measurement in a simple regression model. 2015. Disponível em: `https://bit.ly/2IBQTor`. Acesso em: 27 maio 2018.