Metoda bisekcji

Zad. 1:
W trójkąt równoramienny, którego boki zawierają się w prostych: AB o równaniu $y = 2$, AC o równaniu $3x - 4y + 14 = 0$ i BC o równaniu $3x + 4y - 26 = 0$, wpisano równoległobok tak, że jeden bok równoległoboku zawiera się w odcinku AB, drugi w odcinku AC, a jeden z wierzchołków równoległoboku należy do boku BC. Przy jakich długościach boków pole równoległoboku jest największe?
Odp.: 4 i 2,5.

Zad. 2*:
W trójkącie równoramiennym kąt przy podstawie ma miarę α. Oblicz stosunek długości promienia okręgu wpisanego w ten trójkąt do długości promienia okręgu opisanego na nim. Dla jakich wartości α stosunek ten jest największy?
Odp.: Rozważany stosunek wynosi $2\cos(1 - \cos\alpha)$ i jest największy dla $\alpha = \frac{\pi}{3}$.

Dane:

<a,b> - przedział, w którym znajduje się minimum

f(x) – funkcja jednej zmiennej

ε – dokładność, tj. maksymalna odległość x* od $\arg\min_{x} f(x)$

Algorytm

1. Oblicz: $x1 = a + (b - a) / 4$
   $xm = (a + b) / 2$
   $x2 = b - (b - a) / 4$

2. Jeżeli $f(x1) < f(xm)$, to min znajduje się w „lewej połówce” i podstaw:

$a = a$

$b = xm$

3. Jeżeli $f(x2) < f(xm)$, to min znajduje się w „prawej połówce” i podstaw:

$a = xm$

$b = b$

4. W innym przypadku, min znajduje się w „środkowej połówce” i podstaw:

$a = x1; b = x2$

5. Jeżeli $b - a \geq 2\varepsilon$, to wróć do pkt. 1, wpp $x^* = (b - a) / 2$ i zakończyć algorytm.

UWAGI

1. W każdej iteracji przedział poszukiwań jest zmniejszany dokładnie o połowę.
2. Punkt środkowy xm pokrywa się z jednym z punktów: x1, xm, x2 obliczonych w iteracji wcześniejszej. Stąd w każdej iteracji potrzebne są tylko dwie, a nie trzy nowe obliczenia wartości funkcji celu, tj. f(x1), f(x2).
3. Długość przedziału po n ewaluacjach funkcji celu jest zadana wzorem:

   $L_n=0{,}5^{(n/2)}L_1$

Zadania do samodzielnego wykonania

Dla podanych funkcji proszę określić minimum/maksimum funkcji w odpowiednio dobranych przedziałach argumentów stosując:

1.Metodę bisekcji

2.Odpowiednią funkcję pakietu Matlab

W przypadku metody bisekcji określić błąd obliczenia ekstremum funkcji dla i=2, 3, 4, 5, 6, 10 iteracji oraz dla dokładności odpowiednio e1=0,1 oraz $e2=1*10^{-6}$.

Po uzyskaniu rezultatów, proszę o sporządzenie wykresu zbieżności metody w funkcji numeru iteracji. Jako wynik dokładny, proszę przyjąć rezultat uzyskany za pomocą funkcji wbudowanej w pakiet Matlab.

G:\2017_18_zima\dzienne\MMO\LAB\Metoda bisekcji\Slajd3.PNG

Funkcje do wykonania ćwiczenia

1. $f=(x/(1+(\sin(x))^2))^2;$
2. $f=-\log(\,|\cos(x)-\sin(x)|\,);$
3. $f=x^3+x^2-16x-19;$