

## CAPÍTULO V

### DIVERSIFICACIÓN DE PORTAFOLIOS DE DIVISAS: UNA ALTERNATIVA BASADA EN ALGORITMOS GENÉTICOS

Dr. J. Fernando García-Mejía, fgarciam@uaemex.mx

Dra. en A. Yenit Martínez-Garduño, ymartinezg@uaemex.mx

Dr. en A. Pedro E. Lizola-Margolis, plizolam@uaemex.mx

Mtra. Jakeline Hana Linares Merlos, jkhanacal@yahoo.com.mx

**Resumen:** Los portafolios de inversión son instrumentos bursátiles que tienen como objetivo generar los mejores rendimientos posibles con el menor riesgo de pérdida posible. Esto puede realizarse mediante diversas posturas teóricas, una de ellas es la Teoría de Portafolio Óptimo formulada por Harry Markowitz, que tiene como finalidad construir una cartera óptima a partir de la diversificación, es decir, asignar a los activos diferentes montos de inversión, los cuales son calculados por medio de una serie de ecuaciones que se pueden resolver mediante un método de programación no lineal denominado *gradiente reducido generalizado* (GRG). En este trabajo se propone un método alternativo de solución: los algoritmos evolutivos, en específico un algoritmo genético canónico con una codificación basada en números reales, con la finalidad de diseñar un portafolio de inversiones alternativo denominado *portafolio de divisas*, compuesto por rendimientos de seis monedas respecto al peso mexicano. Los montos para invertir en cada moneda son formulados de acuerdo con diferentes escenarios, resueltos por el GRG y comparados con soluciones obtenidas por un algoritmo genético, este último demostró que es la mejor opción de cálculo.

**Palabras clave:** algoritmo genético, portafolio de divisas, micro algoritmo genético.

**Abstract:** Investment portfolios are stock instruments that aim to generate the best possible returns with the lowest possible loss risk, this can be done through various theoretical positions, one of them is the Optimal Portfolio Theory formulated by Harry Markowitz, which aims to build an optimal portfolio from diversification, that is, assigning different investment amounts to the assets, these amounts are calculated using a series of equations that can be solved by a nonlinear programming method called Generalized Reduced Gradient (GRG). This work proposes an alternative method of solution, evolutionary algorithms, specifically a Canonical Genetic Algorithm with a real numbers based coding, in order to design an alternative investment portfolio called a currency portfolio composed of returns of five currencies with regard to the Mexican peso. The amounts to invest in each currency are formulated according to different scenarios, solved by the GRG and compared to solutions obtained by a Genetic Algorithm, the latter demonstrated that it is the best calculation option.

**Key words:** genetic algorithm, currency portfolio, micro genetic algorithm.



## Introducción

Un portafolio de inversión se define como un conjunto de varios activos financieros tales como acciones de compañías, bonos de deuda, metales, moneda extranjera y pagarés (Morales Castro, 2002). Su propósito primordial es evitar que los recursos financieros de un inversionista sean colocados en un solo instrumento; esto permite que exista:

1. Diversificación de riesgo de pérdida.
2. Aseguramiento del máximo desempeño.
3. Una correcta administración del riesgo.

Los criterios de desempeño usados para evaluar un portafolio de inversión son el rendimiento, es decir, el porcentaje de utilidad o pérdida que generan las combinaciones de los montos a invertir en los activos que componen el portafolio y el riesgo o la probabilidad de pérdida de capital asignado al portafolio, en términos de la velocidad y magnitud del cambio en los precios de las acciones (Khan y Jain, 2005).

Existen varias alternativas de reducción del riesgo, una de las más usadas es la diversificación, la cual consiste en incorporar varios activos en un portafolio. Los montos a invertir de estos son calculados por medio de diversas posturas teóricas, una de ellas es la teoría del portafolio óptimo (Baker y Filbeck, 2013) o Modelo de Media-Varianza. Éste es un enfoque teórico en el cual el propietario o tenedor de una cartera desea minimizar el riesgo sujeto a un nivel de rendimiento mínimo esperado o maximizar la rentabilidad sujeto a un riesgo máximo deseado. El Modelo de Media-Varianza fue desarrollado por el economista estadounidense Harry M. Markowitz en 1952 y publicado en el artículo "Portfolio Selection", de la revista *Journal of Finance* (Borge Vergara y Cervantes Luna, 2012; Useche Arévalo, 2015). Este modelo tiene las siguientes consideraciones:

- El desempeño de cualquier cartera se considera una variable aleatoria, para la cual el inversionista estima una distribución de probabilidad para el periodo de estudio. El valor esperado de la variable aleatoria se utiliza para cuantificar el rendimiento de la inversión.
- La varianza o la desviación estándar se usan para medir la dispersión, como medida del riesgo de los activos; dicha medición debe realizarse individualmente, para cada activo y para toda la cartera.
- El comportamiento racional del inversor lo lleva a preferir la composición de una cartera que represente la mayor rentabilidad, para un cierto nivel de riesgo.

Cabe destacar que la teoría de Markowitz puede expresarse por medio de la ecuación 1 (Francis y Kim, 2013):

$$\bar{r}_p = \bar{r}_1 * w_1 + \bar{r}_2 * w_2 + \bar{r}_3 * w_3 \dots \bar{r}_n * w_n \quad 1$$

La ecuación 1 se puede escribir en términos de sumas como se muestra en la ecuación 2 y representa el desempeño de la cartera (Francis y Kim, 2013):



$$\bar{r}_p = \sum_{n=1}^N \bar{r}_n * w_n \quad 2$$

Donde:

$\bar{r}_n$  retorno estimado promedio del periodo

$\bar{r}_p$  retorno del activo financiero

$w_n$  monto a invertir en el  $n$ -esimo activo financiero

$N$  número total de activos financieros

El riesgo del portafolio se puede modelar por medio de la expresión 3 (Francis y Kim, 2013):

$$\sigma_p^2 = \sum_n^N \sum_m^N w_n * w_m * \sigma_{nm} \quad 3$$

Donde:

$\sigma_p^2$  es el riesgo estimado del portafolio

$\sigma_{nm}$  covarianza de los retornos de los activos financieros

Es prudente mencionar que el portafolio de inversión está sujeto a una restricción, la cual se muestra en la ecuación 4:

$$\sum_{n=1}^N w_n = 1 \quad 4$$

El problema que se resuelve por medio de la teoría de Markowitz es obtener los pesos o montos a invertir normalizados de tal forma que se garantice el mayor rendimiento posible, expresado como  $\bar{r}_p$  con un mínimo valor. Esto es considerado un problema de optimización numérica susceptible por medio de diversas técnicas.

En la actualidad, dado el entorno económico incierto, adquiere relevancia la elaboración de portafolios de inversión, ya que en países como México las condiciones como cancelación de contratos de infraestructura e incertidumbre sobre la activación económica, por mencionar algunos factores, generan en los tenedores de los portafolios de inversión una aversión a los instrumentos de deuda pública o privada, y por lo tanto optan por invertir en carteras de divisas, una clase de portafolio de inversión compuesto por divisas y que es susceptible de construirse a través del Modelo de Media-Varianza.

La propuesta presentada en este trabajo trata sobre contrastar la asignación de montos de inversión en un portafolio de divisas, mediante dos métodos: el primero es por una técnica de programación no lineal denominada gradiente reducido generalizado. El segundo es por medio de un algoritmo evolutivo, denominado *algoritmo genético canónico*.

## Optimización de un portafolio de inversión

La optimización se puede definir como un conjunto de ideas que encuentra el mejor resultado posible de la solución óptima a problemas modelables matemáticamente correspondientes a situaciones cotidianas, en entornos económicos, sociales y naturales si y sólo si estos son modelables a través de funciones matemáticas del formato  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , lo cual permite que éstas puedan ser maximizadas o minimizadas mediante un vector  $\vec{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ .

Matemáticamente se puede formular un problema  $P$  de optimización sin restricciones como una terna  $P = (f, SS, F)$ , definida como lo muestra la ecuación 5 (Duarte Muñoz, 2007):

$$P = \begin{cases} \text{opt: } f(x), \\ \text{s. a,} \\ x \in F \subset SS \end{cases} \quad 5$$

Donde  $f$  es la función a optimizar, y  $F$  es el espacio de soluciones factibles. Cuando existen condiciones a considerar en el proceso de resolución, un proceso de optimización puede ser modelable por medio de la ecuación 6 (Cánovas *et al.*, 2012):

$$P = \begin{cases} \text{opt: } \min f(x), \\ \text{s. a,} \\ x \in F \left\{ \begin{array}{l} x | g_i(x) \leq 0, \\ i = 1, 2, 3, \dots, m, \end{array} \right\} \end{cases} \quad 6$$

Ahí  $f$  es la función para optimizar, y  $F$  es el conjunto de posibles soluciones donde  $x$  cumple las restricciones determinadas por  $g_i(x) \leq 0$  y  $i=1, 2, 3, \dots, m$ . Es prudente mencionar que para que se resuelva el problema de optimización  $P$ , el formato del vector solución es:  $x=(x_1, x_2, \dots, x_j)$ , que cumple el conjunto de restricciones dadas y donde se optimizan las funciones objetivo. El espacio solución se construye a partir de todas las combinaciones posibles en el rango de variables; a partir de esto, se genera un segundo espacio vectorial denominado *espacio objetivo* y denotado por  $f_m(x) = z = (z_1, z_2, \dots, z_m)$  (Peñuela Meneses y Granada Echeverri, 2007).

En el contexto de problemas de optimización, la diversificación de montos en una cartera de inversiones se suele tratar como un problema monoobjetivo con restricciones, dado que una de las principales formas de resolverlo es por medio del método GRG, el cual considera tres posibles escenarios:

1. Maximizar los rendimientos, representado por la ecuación 2.
2. Minimizar el riesgo, representado por la ecuación 3.
3. Maximizar la relación de las ecuaciones 2 y 3.

### Gradiente reducido generalizado

Una forma de resolver portafolios de inversión es por el método de GRG; ejemplos de esto se pueden encontrar en la literatura especializada. En Alrabadi (2016) se utiliza el GRG



para obtener un portafolio óptimo en diferentes escenarios de riesgo de 30 activos separados en grupos de 10, correspondientes al mercado financiero de Amman en el periodo 2009-2013 con observaciones mensuales. Por otro lado, Li y Chan (2018) muestran el uso del GRG en la construcción de un portafolio de inversiones compuesto por 10 activos, donde los montos a invertir en ellos se calculan a partir de un perfil de riesgo moderado. Estos trabajos documentados en la literatura especializada tienen en común el uso de Microsoft Excel y el complemento Solver para implementar el GRG.

El modelo de GRG es un método que se utiliza cuando un problema de optimización tiene restricciones (en el caso de la cartera, esto se expresa en la ecuación 4), extendiendo el método lineal de gradiente reducido. En el punto de partida de la búsqueda, el GRG debe cumplir con las condiciones del problema de optimización por resolver (ecuación 2 o 3, depende del perfil de la cartera). Si esto sucede, el algoritmo modifica la solución en una dirección de descenso cumpliendo con las restricciones, repitiendo esta operación iterativamente hasta un punto donde el algoritmo no puede encontrar una dirección de modificación del individuo donde la función objetivo podría reducirse.

### *Algoritmos evolutivos*

Una solución alternativa al problema de optimización de una cartera de inversión son los *algoritmos evolutivos* (EA), los cuales constituyen un conjunto de métodos computacionales que se apoyan teóricamente en la Teoría de la evolución de las especies, formulada por Charles Darwin, y las leyes de la herencia descubiertas por Gregory Mendel.

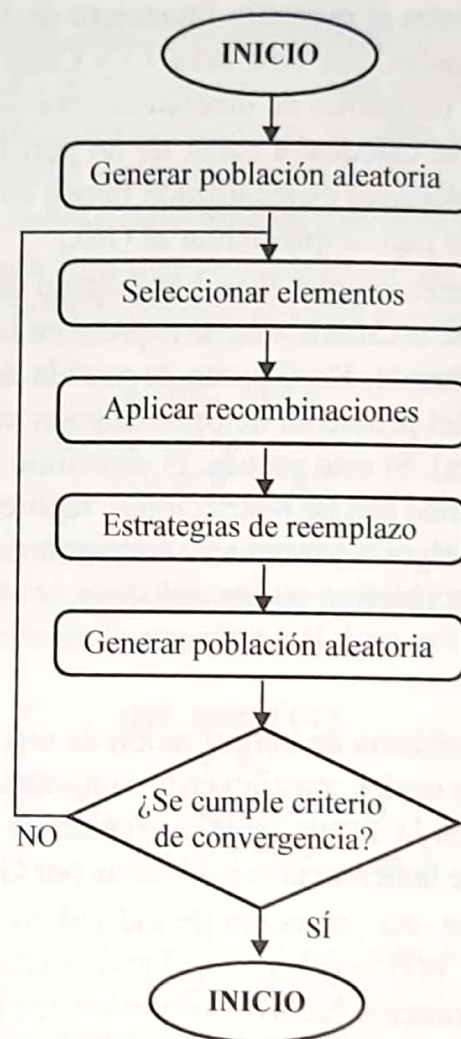
Los EA operan a partir de una colección de individuos potenciales que pueden ser representados por el vector  $P(t) = \{x_1^t, x_2^t, \dots, x_n^t\}$  llamado *población*; cada elemento  $P(t)$  representa una posible solución factible a un problema de optimización numérico o combinatorio. Esta población se somete a operaciones de recombinación y transformación, y posteriormente a un proceso de selección que se realiza iterativamente (Chi *et al.*, 1996). Después de un cierto número de iteraciones se espera que el mejor individuo (el que genera el valor más alto de la función de aptitud) presente convergencia a un cierto punto que se considerará la solución a un problema de optimización (Sumathi y Paneerselvam, 2010).

Los EA se caracterizan por partir de un conjunto de soluciones iniciales que son transformadas por la acción de un conjunto de operadores, los cuales se encargan de “refinar” las soluciones hasta que convergen en un determinado punto llamado *solución*. La estructura de un algoritmo evolutivo se muestra en la Figura 1, lo cual permite observar la naturaleza iterativa de este tipo de algoritmo computacional (Van Hertem, Gomis-Bellmunt y Liang, 2010).

Es importante señalar que existen tantos EA como principios biológicos, dado que en términos generales no hay un algoritmo universal para resolver problemas de optimización. Es decir, una técnica que tuvo éxito en un entorno no funcionará necesariamente de la misma manera en otra situación. Esto es desarrollado teóricamente por David Wolpert y William Macready en el teorema No Free Lunch (Lloyd, 2006).



Figura 1. Diagrama de flujo de un algoritmo evolutivo



**Fuente:** Van Hertem, Gomis-Bellmunt y Liang, (2010).

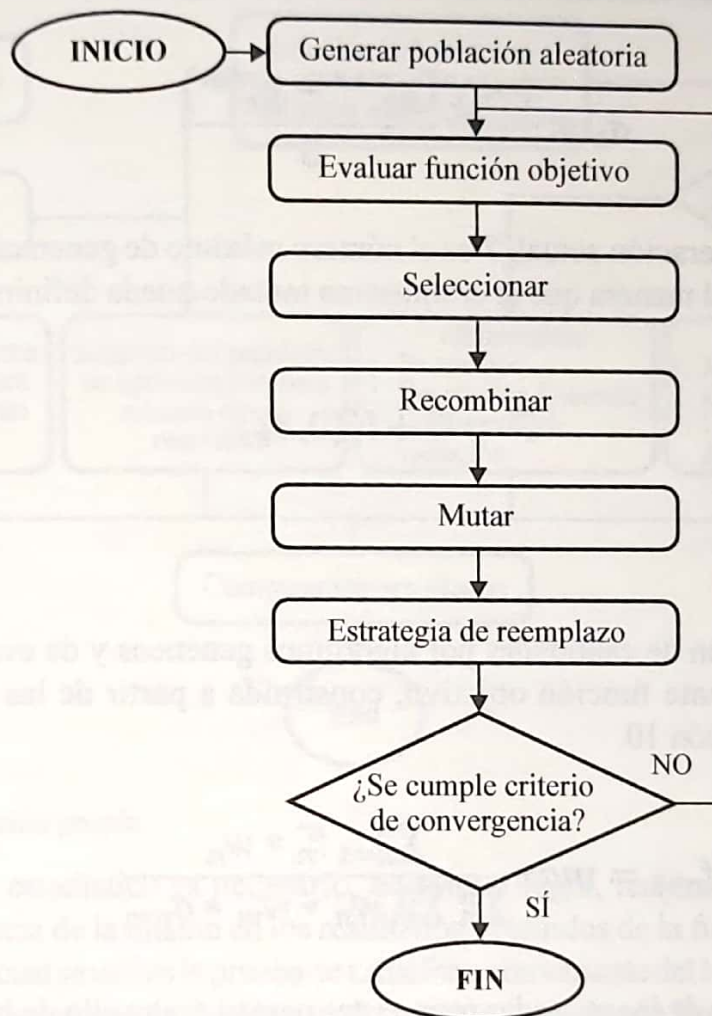
Los algoritmos genéticos fueron desarrollados por John Holland de la Universidad de Michigan en la década de 1960 (Chi *et al.*, 1996). Se trata de una técnica útil para resolver problemas de optimización, pues no es necesario tener un conocimiento profundo de los problemas que se proponen resolver; sólo los cambios aleatorios son realizados a las posibles soluciones, evaluando con la función objetivo para verificar si se logra una mejora.

Algunas limitaciones y desventajas de los algoritmos genéticos respecto a otras técnicas evolutivas (Flake, 1998; Munakata, 2008; Rajagopal, 2012) son:

- Una selección incorrecta de la función objetivo afecta la capacidad del algoritmo para encontrar la solución correcta al problema.
- El tamaño de la población, el ritmo de la mutación y el cruce deben delimitarse, porque si la población es pequeña es posible que el algoritmo no explore todo el espacio de solución.
- El algoritmo puede converger prematuramente si la solución óptima aparece demasiado pronto, disminuyendo las soluciones y alcanzando un óptimo local en lugar de explorar todo el espacio y alcanzar el óptimo global.

La Figura 2 muestra el diagrama de flujo de un algoritmo genético canónico o simple, para resolver un problema de optimización monoobjetivo:

Figura. 2. Diagrama de flujo de un algoritmo genético



Fuente: Chi *et al.* (1996).

Uno de los operadores de cruce más usados es el Blend Crossover (BLX- $\alpha$ ), el cual es implementado en esta propuesta a partir de dos cromosomas padre  $C^{H1}$  y  $C^{H2}$ , generando descendientes de forma aleatoria a partir de la ecuación 7 (Munakata, 2008):

$$C^H = rand[(h_{min} - I * \alpha), (h_{max} + I * \alpha)] \quad 7$$

Donde  $C^H$  es el cromosoma descendiente:

$$h_{min} = \min(C_i^1, C_i^2), \quad h_{max} = \max(C_i^1, C_i^2), \quad I = h_{max} - h_{min}, \quad \alpha = rand[0,1]$$

con distribución uniforme. Cabe señalar que se pueden producir descendientes según sea necesario.



Para la mutación, se propone usar la mutación gaussiana, un operador responsable de modificar un cromosoma  $C$  específico elegido aleatoriamente mediante una distribución de probabilidad gaussiana de media 0 y varianza definida, como se muestra en la expresión 8 para cada gen  $g$  (Van Hertem, Gomis-Bellmunt y Liang, 2010).

$$\sigma_k = \frac{T - t}{T} \frac{(g_k^{max} - g_k^{min})}{3} \quad 8$$

Donde  $t$  es la generación actual,  $T$  es el número máximo de generaciones contempladas en el algoritmo, de tal manera que el cromosoma mutado pueda definirse como se muestra en la expresión 9.

$$C' = C + N(0, \sigma_k) \quad 9$$

## Metodología

Para la diversificación de cantidades por algoritmos genéticos y de evolución diferencial se propone la siguiente función objetivo, construida a partir de las ecuaciones 2 y 3, obteniendo la expresión 10.

$$f_{obj} = \max \frac{\sum_{n=1}^N \bar{r}_n * w_n}{\sum_n \sum_m w_n * w_m * \sigma_{nm}} \quad 10$$

Los rendimientos de las monedas propuestas para el desarrollo de la cartera se pueden obtener mediante la expresión 11, que se aplicó en un histórico de cinco años.

$$r_n = \ln \frac{p_c}{p_p} \quad 11$$

Donde

$r_n$  rendimiento de la  $n$ -ésima divisa

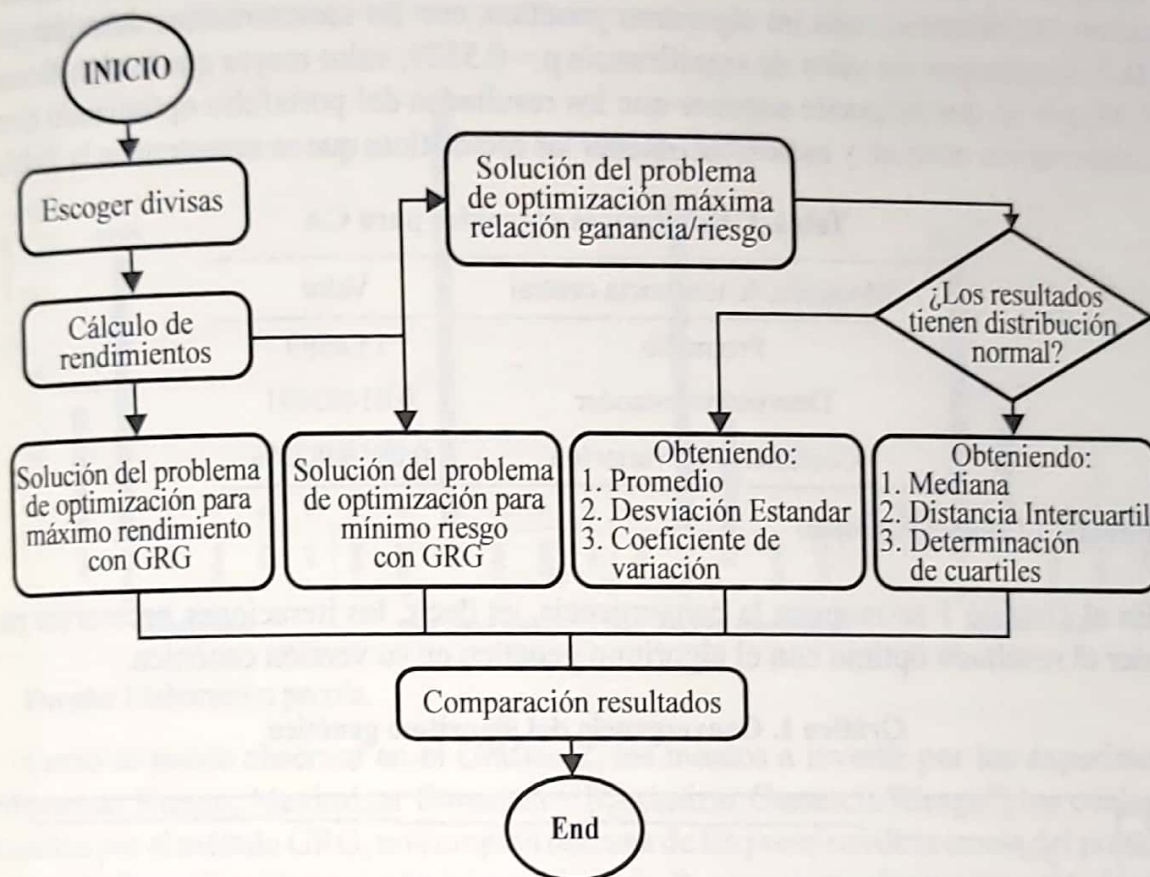
$p_c$  precio actual

$p_p$  precio anterior

El esquema metodológico propuesto para este proceso de investigación se muestra en la Figura 3, que exhibe la aplicación de los algoritmos sugeridos, con el fin de obtener una cartera de divisas óptima.



Figura 3. Esquema metodológico propuesto



Fuente: Elaboración propia.

Para el estudio estadístico es necesario, en primer lugar, realizar un estudio sobre la normalidad o ausencia de la misma en los resultados obtenidos de la función mostrada en la ecuación 10, para lo cual se utiliza la prueba de Lilliefors, una variante del Kolmogorov-Smirnov, que supone que se desconoce la media y la desviación estándar de los datos obtenidos.

## Resultados

Las monedas que se utilizarán para esta propuesta con sus correspondientes retornos promedio en una ventana de tiempo de tres meses se exponen en la Tabla 1, y son: real brasileño (BRL), dólar canadiense (CAD), euro (EUR), dólar americano (USD), libra esterlina (GBP) y yen japonés (JPY).

Tabla 1. Promedio de rendimientos

BRL	CAD	EUR	USD	GBP	JPY
29.04425%	12.8215%	9.6214%	10.3303%	-4.5658%	26.5775%
-1.02136%	0.9661%	0.0226%	-6.7787%	-7.0987%	-12.227%
-18.4876%	0.6770%	5.5581%	8.9621%	7.1146%	7.3975%
3.40697%	1.2278%	-2.9381%	1.9979%	-3.4282%	5.9837%
-16.5224%	10.6375%	16.4009%	9.9500%	12.3333%	11.8092%

Fuente: Elaboración propia.

Al aplicar la prueba de Lilliefors a los resultados de la función objetivo, descrita en la ecuación 10, obtenidos con un algoritmo genético, con las características descritas en la Tabla 2, se consigue un valor de significancia  $p = 0.5529$ , valor mayor que la significancia de 0.05, por lo que se puede suponer que los resultados del portafolio optimizado tienen una distribución normal, y es posible obtener las estadísticas que se muestran en la Tabla 4.

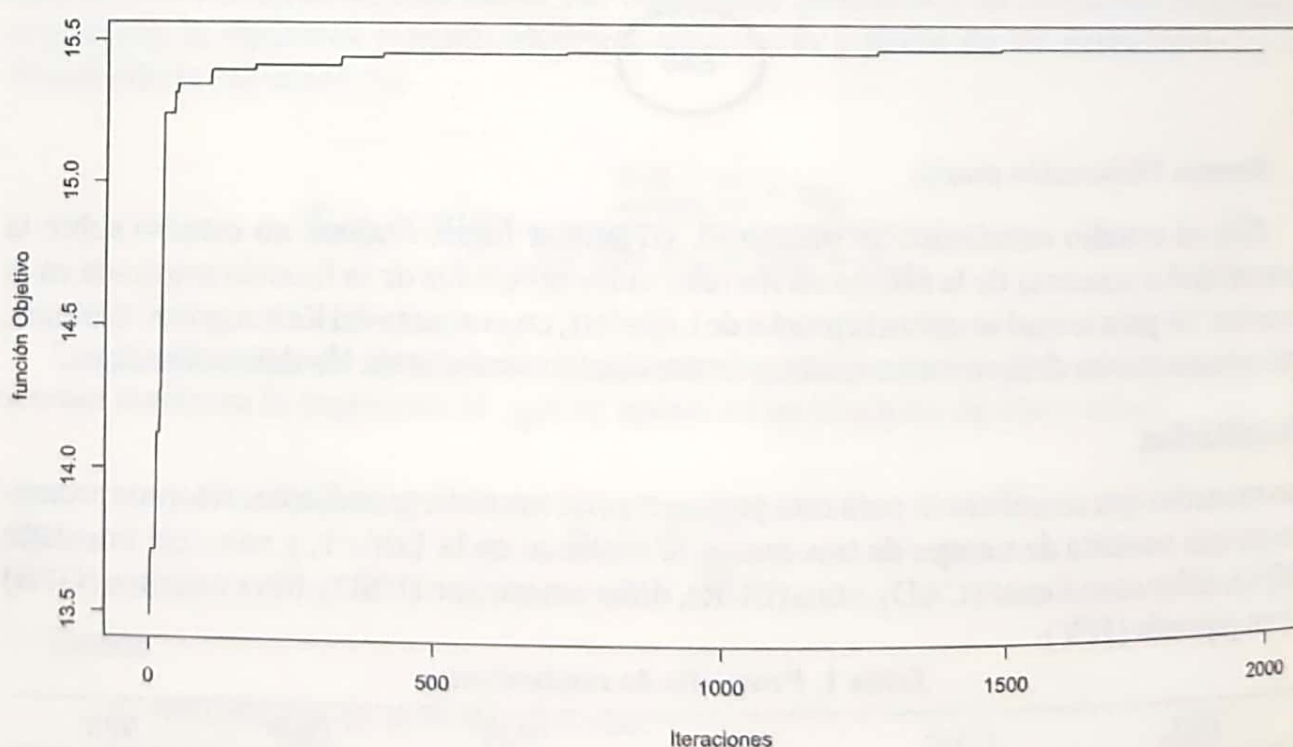
**Tabla 2. Estadísticos obtenidos para GA**

Medición de tendencia central	Valor
Promedio	15.4699
Desviación estándar	0.01483691
Coefficiente de variación	0.09590828%

**Fuente:** Elaboración propia.

En el Gráfico 1 se muestra la convergencia, es decir, las iteraciones necesarias para obtener el resultado óptimo con el algoritmo genético en su versión canónica.

**Gráfico 1. Convergencia del algoritmo genético**

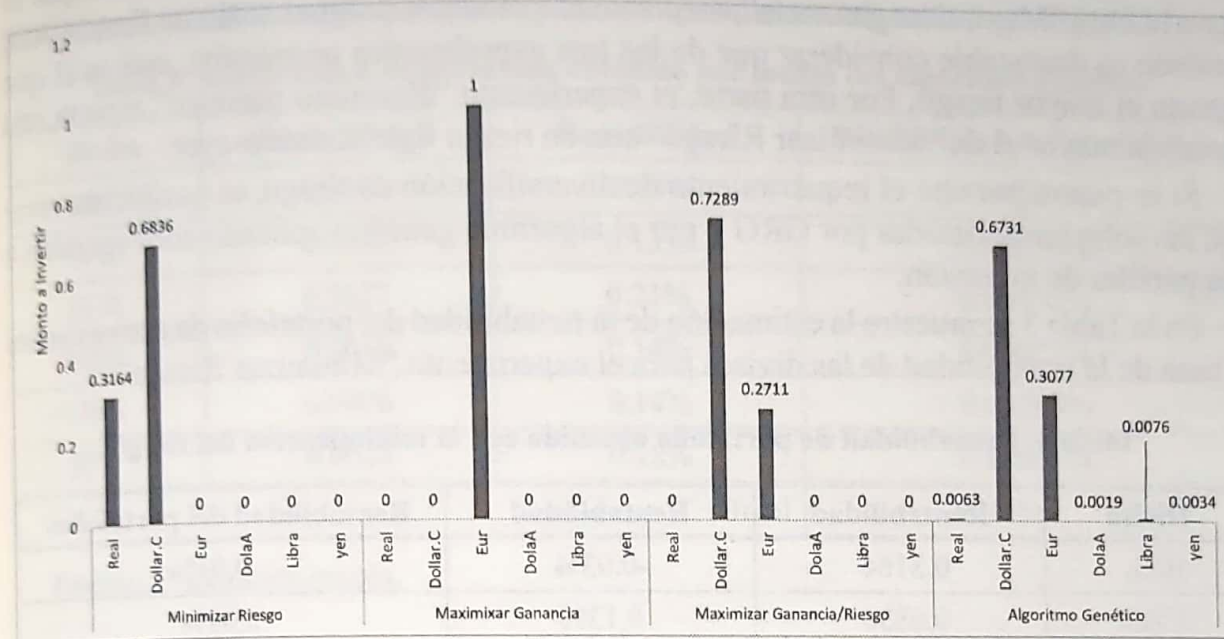


**Fuente:** Elaboración propia.

En cuanto a los montos a invertir, obtenidos mediante el método de programación no lineal GRG, se exponen, en conjunto con los conseguidos por medio del algoritmo genético canónico, en el Gráfico 2.



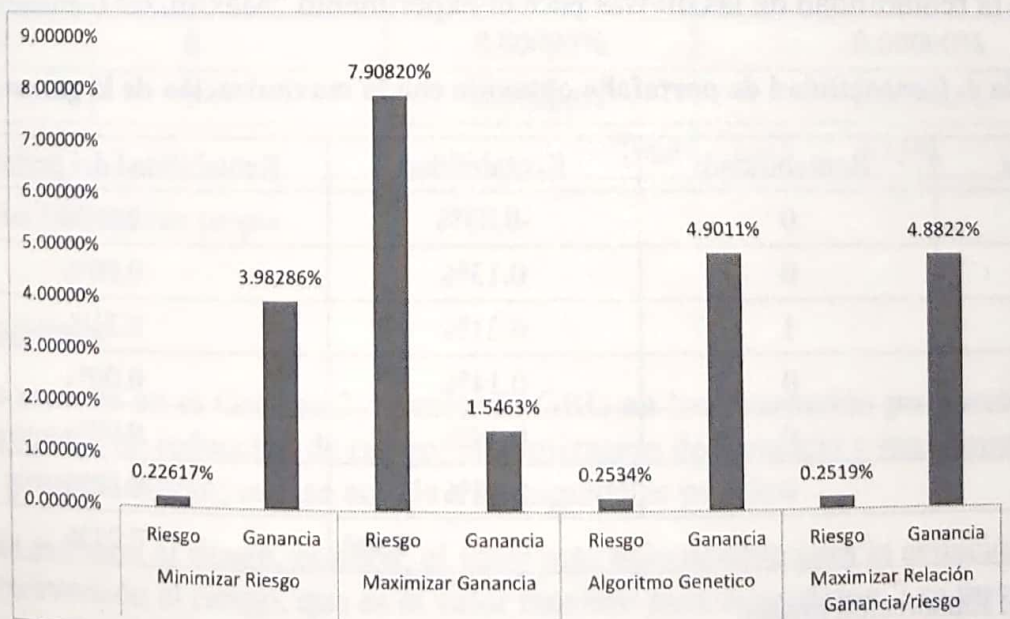
Gráfico 2. Montos a invertir



Fuente: Elaboración propia.

Como se puede observar en el Gráfico 2, los montos a invertir por los experimentos “Minimizar Riesgo, Maximizar Ganancia y Maximizar Ganancia/Riesgo”, los cuales son resueltos por el método GRG, no cumplen con una de las premisas de la teoría del portafolio óptimo: la diversificación para administrar el riesgo. Por otra parte, el experimento “algoritmo genético” sí muestra el principio de la diversificación. Esto es una de las razones por las cuales dicha solución es válida desde el concepto de la diversificación. En el Gráfico 3 se indican las ganancias de riesgo y ganancia para cada uno de los experimentos a desarrollar.

Gráfico 3. Ganancias y riesgos



Fuente: Elaboración propia.

Como se muestra en el Gráfico 3, el mayor porcentaje de ganancia es obtenido por el experimento "Maximizar ganancia", mediante el método de programación no lineal GRG; también es destacable considerar que de los tres experimentos propuestos, este es el que reporta el mayor riesgo. Por otra parte, el experimento "algoritmo genético" reporta una ganancia mayor al de "Minimizar Riesgo" con un riesgo ligeramente mayor.

Si se pasara por alto el requerimiento de diversificación de riesgo, es posible aseverar que las soluciones basadas por GRG y por el algoritmo genético aplicado corresponden a tres perfiles de inversión.

En la Tabla 3 se muestra la estimación de la rentabilidad del portafolio de activos sobre la base de la rentabilidad de las divisas para el experimento "Minimizar Riesgo".

**Tabla 3. Rentabilidad de portafolio obtenido con la minimización del riesgo**

Divisa	Rentabilidad	Rentabilidad	Rentabilidad del portafolios
BRL	0.3164	-0.03%	-0.01%
CAD	0.6836	0.13%	0.09%
EUR	0	0.21%	0.00%
USD	0	0.14%	0.00%
GPB	0	0.14%	0.00%
JPY	0	0.18%	0.00%
total			0.08%

**Fuente:** Elaboración propia.

En la Tabla 4 se exhibe la estimación de la rentabilidad del portafolio de activos sobre la base de la rentabilidad de las divisas para el experimento "Maximizar Ganancia".

**Tabla 4. Rentabilidad de portafolio obtenido con la maximización de la ganancia**

Divisa	Rentabilidad	Rentabilidad	Rentabilidad del portafolios
BRL	0	-0.03%	0.00%
CAD	0	0.13%	0.00%
EUR	1	0.21%	0.21%
USD	0	0.14%	0.00%
GPB	0	0.14%	0.00%
JPY	0	0.18%	0.00%
Total			0.21%

**Fuente:** Elaboración propia.



En la Tabla 5 se muestra la estimación de la rentabilidad del portafolio de activos sobre la base de la rentabilidad de las divisas para el experimento "algoritmo genético".

**Tabla 5. Rentabilidad de portafolio obtenido por medio del algoritmo genético**

Divisa	Rentabilidad	Rentabilidad	Rentabilidad del portafolios
BRL	0.0063	-0.03%	-0.00019%
CAD	0.6731	0.13%	0.08750%
EUR	0.3077	0.21%	0.06462%
USD	0.0019	0.14%	0.00027%
GPB	0.0076	0.14%	0.00106%
JPY	0.0034	0.18%	0.00061%
Total			0.15%

Fuente: Elaboración propia.

En la Tabla 6 se expone la estimación de la rentabilidad del portafolio de activos sobre la base de la rentabilidad de las divisas para el experimento "Maximizar Ganancia/Riesgo", a partir del método GRG.

**Tabla 6. Rentabilidad de portafolio obtenido por medio del método GRG**

Divisa	Rentabilidad	Rentabilidad	Rentabilidad del portafolios
BRL	0	0.00000%	0.00000%
CAD	0.7289	0.09476%	0.09476%
EUR	0.2711	0.05693%	0.05693%
USD	0	0.00000%	0.00000%
GPB	0	0.00000%	0.00000%
JPY	0	0.00000%	0.00000%
Total			0.15%

Fuente: Elaboración propia.

## Conclusiones

Como se muestra en el Gráfico 2, el método GRG en los escenarios propuestos cumple con su propósito de reducción de riesgo, maximización de ganancia y maximización de la relación ganancia/riesgo; esto se acopla a los siguientes perfiles:

- Alta aversión al riesgo, es decir, el valor más bajo posible para la ecuación 3.
- Baja aversión al riesgo, que es el valor máximo para la ecuación 2 se privilegia
- La relación máxima entre la ecuación 2 y 3.



- De acuerdo con el Gráfico 3, la mejor solución es el algoritmo genético, dado que:
1. Diversifica los montos a invertir a diferencia de la maximización de la ganancia con GRG.
  2. Genera un panorama de ganancia alta con un riesgo no mucho mayor que el método de minimización de riesgo por GRG.
  3. Genera un panorama de ganancia más alto que la relación ganancia/riesgo.

## Referencias

- Alrabadi, D. (2016), "Portfolio optimization using the generalized reduced gradient nonlinear algorithm: An application to Amman Stock Exchange November 2016", en *International Journal of Islamic and Middle Eastern Finance and Management*, vol. 9, núm. 4.
- Baker, H. Kent y Filbeck, Greg (2013), *Portfolio Theory and Management*, Estados Unidos: Oxford University Press.
- Borge Vergara, Juliana y Cervantes Luna, Ma. Natalia (2012), "Portafolios de inversión: Una alternativa para el aprovechamiento de los recursos remanentes de tesorería". Tesis de Licenciatura, Universidad del Rosario, Bogotá.
- Cánovas, M. J. et al. (2012), *Optimización matemática aplicada: Enunciados, ejercicios y aplicaciones del mundo real con MATLAB*, España: Club Universitario.
- Chi, Z. et al. (1996), *Fuzzy Algorithms: with Applications to Image Processing and Pattern Recognition*, Estados Unidos: World Scientific Publishing.
- Duarte Muñoz, A. (2007), *Metaheurísticas*, España: Universidad Rey Juan Carlos.
- Flake, G. W. (1998), *The Computational Beauty of Nature: Computer Explorations of Fractals, Chaos, Complex Systems, and Adaptation*, Estados Unidos: MIT Press.
- Francis, J. C. y Kim, D. (2013), «Modern portfolio theory: foundations, analysis, and new developments».
- Khan, M. Y. y Jain, P. K. (2005), *Basic Financial Management*, India: Tata McGraw-Hill Education.
- Li, Rita Yi Man y Chan, Amos (2018), *REITs Portfolio Optimization: A Nonlinear Generalized Reduced Gradient Approach International Conference on Modeling, Simulation and Optimization (MSO 2018)*.
- Lloyd, S. (2006), "How Smart Is the Universe?", en *Intelligent Thought: Science Versus the Intelligent Design Movement*, Estados Unidos: Vintage Books.
- Lovay, M., Peretti, G., y Romero, E. (2017), "Aplicación del algoritmo evolución diferencial en un método de dimensionamiento para filtros cuadráticos", en *Jornadas Argentinas de Informática e Investigación Operativa (JAIIO)*.
- Morales Castro, A. (2002), *Respuestas rápidas para los financieros*, México: Pearson Education.
- Munakata, T. (2008), *Fundamentals of the New Artificial Intelligence: Neural, Evolutionary, Fuzzy and More*, Reino Unido: Springer.
- Peñuela Meneses, C. A. y Granada Echeverri, M. (2007), "Optimización multiobjetivo usando un algoritmo genético y un operador elitista basado en un ordenamiento no-dominado (nsga-ii)", en *Scientia et technica*, vol. 1, núm. 35. Doi:10.22517/23447214.5393.
- Rajagopal, K. (2012), *Operations Research*, India: PHI Learning Pvt.
- Sumathi, S. y Paneerselvam, S. (2010), *Computational Intelligence Paradigms: Theory and Applications using Matlab*, Estados Unidos: CRC Press Taylor & Francis.
- Useche Arévalo, A. J. (2015), "Construcción de portafolios de inversión desde las finanzas del comportamiento: una revisión crítica", en *Cuadernos de Administración*, vol. 28, núm. 51.
- Van Hertem, D., Gomis-Bellmunt, O. y Liang, J. (Eds.) (2010), *HVDC Grids: For Offshore and Supergrid of the Future*, New Jersey, Estados Unidos: IEEE Press.