

1.-

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ 1 & 5 \\ 1 & 7 \\ 1 & 9 \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} 5 \\ 8 \\ 7 \\ 10 \\ 12 \end{bmatrix}$$

$$\beta = (X^T X)^{-1} X^T Y$$

$$X^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 5 & 7 & 9 \end{bmatrix}$$

$$X^T X = \begin{bmatrix} 5 & 26 \\ 26 & 168 \end{bmatrix}$$

$$(X^T X)^{-1} = \begin{bmatrix} 1.02 & -0.15 \\ -0.15 & 0.03 \end{bmatrix}$$

$$X^T Y = \begin{bmatrix} 42 & 247 \end{bmatrix}$$

$$\beta = (X^T X)^{-1} X^T Y = \begin{bmatrix} 3.865 & 0.871 \end{bmatrix} //$$

$$H = X(X^T X)^{-1} X^T$$

$$X(X^T X)^{-1} = \begin{bmatrix} 0.707 & -0.097 \\ 0.548 & -0.067 \\ 0.231 & -0.006 \\ -0.085 & 0.054 \\ -0.402 & 0.115 \end{bmatrix}$$

$$H = X(X^T X)^{-1} X^T = \begin{bmatrix} 0.512 & 0.414 & 0.214 & 0.024 & -0.17 \\ 0.414 & 0.347 & 0.213 & 0.074 & -0.054 \\ 0.214 & 0.213 & 0.201 & 0.189 & 0.176 \\ 0.024 & 0.074 & 0.189 & 0.298 & 0.408 \\ -0.17 & -0.054 & 0.176 & 0.408 & 0.64 \end{bmatrix} //$$

$$\hat{Y} = H Y = \begin{bmatrix} 5.609 & 6.481 & 8.225 & 9.96 & 11.713 \end{bmatrix} //$$