1. Øvelse fra tidligere eksamen (15 %)

Nedenstående tabel er en hashtabel, hvor *quadratic probing* anvendes til håndtering af kollisioner. Hashfunktionen er $\mathrm{h}(\mathrm{x}) = \mathrm{x} \bmod 11(\mathrm{tabelst\text{ø}rrelse})$. Følgende værdier er blevet indsat I tabellen: 22, 5, 16 and 27 (i den rækkefølge):

Indeks	Værdi
0	22
1	
2	
3	
4	
5	5
6	16
7	
8	
9	27
10	

Indekserne 1, 2, 3, 4, 7, 8 og 10 er ledige. Bekræft at tabellen er korrekt og ret eventuelle fejl. Vis hvordan tabellen ser ud, efter at elementerne 1, 12, 23, din alder og dit eksamensnummer er blevet indsat, og forklar hvorledes det er gået til.

2. Øvelse fra tidligere eksamen (15 %)

Denne opgave går ud på at etablere to hashtabeller, begge med plads til 16 elementer.

I den første (7 %) skal elementerne med nøglerne D,E,M,O,C,R,A,T indsættes.

Hashfunktionen er

(11*k) % tableSize

hvor k er tallets placering/nummer i det engelske alfabet (se opgave 3).

Eksempel: hash('C') = hash(3) = 11*3%16=33%16=1

Ved kollisioner (et element hasher til et optaget indeks) anvendes *linear probing.*

I den anden tabel (8 %) skal elementerne med nøglerne R,E,P,U,B,L,I,C,A,N indsættes.

Der anvendes samme hashfunktion som i den første og *quadratic probing* ved kollisioner.

3. Balls'n Bins

Denne øvelse handler om de hashing-relaterede emner: *ensartet distribution* og *the power of two choices.*

Balls'n Bins-problemet handler om tilfældig fordeling af et antal bolde i et tilsvarende antal beholdere (fx 97 bolde i 97 beholdere), og hvorledes man kan regne ud, hvor mange bolde der skal være plads til i hver beholder for med meget stor sandsynlighed at kunne undgå, at beholderen 'løber over' (overflow).

Implementér og test *Balls & Bins* problemet og besvar løs følgende opgaver.

1. Det essentielle problem er at finde ud af, hvor mange bolde der skal være plads til I hver beholder for med stor sandsynlighed at undgå overløb. Hvad vil være et godt estimat være for antal bolde pr beholder, hvis 10.007 bolde skal fordeles i 10.007 beholdere? Opgaven kan løses ved at udføre en række eksperimenter, hvor gennemsnitsværdier og maksimumsværdier for antallet af bolde beregnes.
2. Gentag forsøget for 32,749 bolde og beholdere og sammenlign med resultaterne for opgave 1.
3. Løs opgave 1 og 2 med *the power of two choices* princip, dvs.: vælg to beholdere tilfældigt og put bolden i den beholder med det færreste antal bolde.
4. Weiss anfører i sektion 5.7, at med 'almindeligt' B&B eksperiment er den forventede værdi af det maksimale antal bolde pr beholder Θ(logN / log log N) og Θ(log log N) for power of two choices. Kan dine eksperimenter bekræfte disse estimater?
5. Theorem 5.2 anfører, at hvis N bolde placeres i $M = N^2$ beholdere, så er sandsynligheden for, at ingen beholder indeholder mere end én bold mindre end 0,5. Udfør eksperimenter som be- eller afkræfter denne teori.

4. Cuckoo Hashing (supplement)

Skriv din egen implementering af en Cuckoo hash tabel. Din implementering skal kunne indsætte og hente elementer og helst også kunne håndtere den situation, at loadfaktoren overskrider 0,5.

5. Øvelse fra tidligere eksamen (15 %)

Nedenstående figur viser en tom hopscotch hash tabel:

Indeks	Værdi	Hop
44		0000
45		0000
46		0000
47		0000
48		0000
49		0000
50		0000
51		0000
52		0000
53		0000
54		0000
55		0000
56		0000
57		0000

Opgaven går ud på at indsætte følgende elementer i tabellen og opdatere 'hoppen' (the hop) i overensstemmelse hermed:

Værdi	Hasher til indeks
A:	47
B:	51
C:	55
D:	51
E:	46
F:	51
G:	49
H:	53
I:	50
J:	51

Beskriv det problem, der opstår, hvis næste indsættelse i tabellen hasher til indeks 50.

Ole Dolriis, SDU Robotics, september 2024