ATIVIDADE 2 - LISTA DE EXERCÍCIOS

1. Considere o espaço vetorial das matrizes de ordem 2, isto é, V = $M_2(\mathbb{R})$. Seja

$$W = \left\{\begin{pmatrix} a & b \\ c & 1 \end{pmatrix}\right\}$$

É W subespaço vetorial de V?

Não, pois a soma de u+v = dá 2 no lugar do 1.

2. Considere os seguintes subespaços de $\mathbb{R}^3$. Verifique se $\mathbb{R}^3$ é a soma direta de W1 e W2.

W1 = {(x, y, 0); x, y ∈ R}   e   W2 = {(0, y, z) ; y, z ∈ R}

Não, pois W1 + W2 = (x, y, z) = $\mathbb{R}^3$ mas a interseção não é nula devido o y que está presente nos dois subespaços.

3. Determine o valor de k para que o vetor u = (-1, k, -7) seja combinação linear de v1=(1, -3, 2) e v2=(2, 4, -1).

u = a.v1 + b.v2

ou

(-1, k, -7) = a(1, -3, 2) + b(2, 4, -1)

de onde vem o sistema:

a + 2b = -1

-3a + 4b = k

2a - b = -7

escalonando obtemos a seguinte matriz:

1	2	-1
0	10	k-3
0	0	- 5 + 1/2 (k-3)

Para esse tipo de matriz, onde o número de equações é diferente do número de variáveis, precisamos zerar a última linha da matriz no escalonamento, portanto:

- 5 + 1/2 (k-3) = 0

(-10+k-3) / 2 = 0

k = 13

Sendo assim, a = - 3 e b=1

4. O elemento v = (7, 8, 9) ∈ *R*3 pode ser escrito como combinação linear de v1 = (2, 1, 4), v2 = (1, −1, 3) e v3 = (3, 2, 5). Determine essa combinação linear.

É preciso achar escalares a, b, e c de modo que:

v = a.v1 + b.v2 + c.v3 --> (7,8,9) = a.(2, 1, 4) + b.(1, −1, 3) + c.(3, 2, 5)

Colocando na forma de sistema, temos que:

2a + b + 3c = 7

a - b + 2c = 8

4a + 3b + 5c = 9   escalonando, chegamos a seguinte forma simplificada:

a - b + 2c = 8

21 b - 7c = - 63   Portanto, a solução do sistema é a = 0, b=-2 e c=3.

-2c = -6

Assim: v = -2 v2 + 3 v3