

$$(1) \quad \begin{aligned} n &:= 0 \dots 5 \\ m &:= 0 \dots 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{n,m} &:= 2n + m & M_{n,n} &:= 3n + 0.1 & V_n &:= n^3 \\ M &= \begin{bmatrix} 0.1 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3.1 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 5 & 6.1 & 7 & 8 & 9 \\ 6 & 7 & 8 & 9.1 & 10 & 11 \\ 8 & 9 & 10 & 11 & 12.1 & 13 \\ 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15.1 \end{bmatrix} & V &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 8 \\ 27 \\ 64 \\ 125 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$(2) \quad \begin{aligned} \det(M) &= -0.021 \\ \det(M^2) &= 4.223 \cdot 10^{-4} \\ \text{condi}(M) &= 1.231 \cdot 10^3 \end{aligned} \quad \text{<- число обусловленности, основанное на равномерной норме}$$

$$(3) \quad \begin{aligned} & \text{1 способ:} & & \text{2 способ:} \\ & f(x) := 7x - 3 & & q(x) := 9x - 4 \\ & g(x) := 14x - 6 & & t(x) := 18x - 8 \\ & \begin{bmatrix} f(x) \\ g(x) \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{solve}} \frac{3}{7} & & A := \begin{bmatrix} 9 \\ 18 \end{bmatrix} \quad B := \begin{bmatrix} 4 \\ 8 \end{bmatrix} \\ & & & \text{lsolve}(A, B) = [0.444] \end{aligned}$$

$$(4) \quad \begin{aligned} \text{geninv}(M) &= \begin{bmatrix} 4.647 & -3.888 & -2.423 & -0.959 & 0.506 & 1.971 \\ -3.883 & 6.997 & -2.122 & -1.241 & -0.36 & 0.521 \\ -2.414 & -2.117 & 8.18 & -1.523 & -1.226 & -0.929 \\ -0.944 & -1.231 & -1.518 & 8.195 & -2.093 & -2.38 \\ 0.526 & -0.346 & -1.217 & -2.088 & 7.041 & -3.83 \\ 1.995 & 0.54 & -0.915 & -2.37 & -3.825 & 4.72 \end{bmatrix} \\ & \text{или можно} \\ & \text{записать как} \\ & M^{-1} \end{aligned}$$

Погрешность :

$$(M \cdot M^{-1}) - \text{identity}(6) = \begin{bmatrix} -1.776 \cdot 10^{-15} & -8.882 \cdot 10^{-16} & 8.882 \cdot 10^{-16} & 0 & 1.421 \cdot 10^{-14} & -1.066 \cdot 10^{-14} \\ 1.776 \cdot 10^{-15} & -3.553 \cdot 10^{-15} & 8.882 \cdot 10^{-16} & 3.553 \cdot 10^{-15} & 2.132 \cdot 10^{-14} & -2.132 \cdot 10^{-14} \\ 0 & -4.441 \cdot 10^{-15} & -1.776 \cdot 10^{-15} & 3.553 \cdot 10^{-15} & 3.553 \cdot 10^{-14} & -2.842 \cdot 10^{-14} \\ -1.421 \cdot 10^{-14} & 2.665 \cdot 10^{-15} & -1.776 \cdot 10^{-15} & 7.105 \cdot 10^{-15} & 6.395 \cdot 10^{-14} & -4.974 \cdot 10^{-14} \\ -3.553 \cdot 10^{-15} & -3.553 \cdot 10^{-15} & -5.329 \cdot 10^{-15} & 3.553 \cdot 10^{-15} & 6.395 \cdot 10^{-14} & -5.684 \cdot 10^{-14} \\ 3.553 \cdot 10^{-15} & -1.066 \cdot 10^{-14} & -5.329 \cdot 10^{-15} & 2.842 \cdot 10^{-14} & 7.105 \cdot 10^{-14} & -5.684 \cdot 10^{-14} \end{bmatrix}$$

(5) Погрешность решения системы линейных уравнений:

Погрешность способа №1:

Погрешность способа №2:

$$f\left(\frac{3}{7}\right) = 0$$

$$q(0.444) = -0.004$$

(6) $t := 0 \dots 7$
 $p := 0 \dots 7$

$$w_t := t^4$$

$$N_{t,p} := 0.4 \cdot t + 6 \cdot p \quad N_{t,t} := 5 \cdot t + 3$$

$$N = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 12 & 18 & 24 & 30 & 36 & 42 \\ 0.4 & 8 & 12.4 & 18.4 & 24.4 & 30.4 & 36.4 & 42.4 \\ 0.8 & 6.8 & 13 & 18.8 & 24.8 & 30.8 & 36.8 & 42.8 \\ 1.2 & 7.2 & 13.2 & 18 & 25.2 & 31.2 & 37.2 & 43.2 \\ 1.6 & 7.6 & 13.6 & 19.6 & 23 & 31.6 & 37.6 & 43.6 \\ 2 & 8 & 14 & 20 & 26 & 28 & 38 & 44 \\ 2.4 & 8.4 & 14.4 & 20.4 & 26.4 & 32.4 & 33 & 44.4 \\ 2.8 & 8.8 & 14.8 & 20.8 & 26.8 & 32.8 & 38.8 & 38 \end{bmatrix} \quad w = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 16 \\ 81 \\ 256 \\ 625 \\ 1.296 \cdot 10^3 \\ 2.401 \cdot 10^3 \end{bmatrix}$$

$$\det(N) = -7.796 \cdot 10^4 \quad - \text{матрица не вырождена}$$

Формируем расширенную матрицу системы:

$$Ar := \text{augment}(N, w)$$

$$Ar = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 12 & 18 & 24 & 30 & 36 & 42 & 0 \\ 0.4 & 8 & 12.4 & 18.4 & 24.4 & 30.4 & 36.4 & 42.4 & 1 \\ 0.8 & 6.8 & 13 & 18.8 & 24.8 & 30.8 & 36.8 & 42.8 & 16 \\ 1.2 & 7.2 & 13.2 & 18 & 25.2 & 31.2 & 37.2 & 43.2 & 81 \\ 1.6 & 7.6 & 13.6 & 19.6 & 23 & 31.6 & 37.6 & 43.6 & 256 \\ 2 & 8 & 14 & 20 & 26 & 28 & 38 & 44 & 625 \\ 2.4 & 8.4 & 14.4 & 20.4 & 26.4 & 32.4 & 33 & 44.4 & 1.296 \cdot 10^3 \\ 2.8 & 8.8 & 14.8 & 20.8 & 26.8 & 32.8 & 38.8 & 38 & 2.401 \cdot 10^3 \end{bmatrix}$$

Приводим матрицу к ступенчатому виду:

$$Ag := \text{rref}(Ar)$$

$$Ag = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 181.429 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 184.056 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 293.461 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 105.92 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 78.039 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 21.175 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -62.131 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -174.957 \end{bmatrix}$$

Выделяем последний столбец матрицы с решением системы:

$$x := \text{submatrix}(Ag, 0, 7, 8, 8)$$

Погрешность:

$$x = \begin{bmatrix} 181.429 \\ 184.056 \\ 293.461 \\ 105.92 \\ 78.039 \\ 21.175 \\ -62.131 \\ -174.957 \end{bmatrix} \quad (N \cdot x) - w = \begin{bmatrix} -5.457 \cdot 10^{-12} \\ -6.366 \cdot 10^{-12} \\ -6.366 \cdot 10^{-12} \\ -5.457 \cdot 10^{-12} \\ -8.185 \cdot 10^{-12} \\ -8.185 \cdot 10^{-12} \\ -8.185 \cdot 10^{-12} \\ -6.366 \cdot 10^{-12} \end{bmatrix}$$

(7)

$$B := \text{lu}(N)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2.8 & 8.8 & 14.8 & 20.8 & 26.8 & 32.8 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.143 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6.743 & 10.286 & 15.429 & 20.571 & 25.714 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.286 & 0.636 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2.234 & 3.051 & 4.068 & 5.085 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.071 & -0.508 & 0.615 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.684 & 3.246 & 4.807 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0.571 & 0.381 & 0.546 & 0.097 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2.697 & -0.195 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0.714 & 0.254 & 0.364 & 0.065 & 0.024 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4.125 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0.857 & 0.127 & 0.182 & 0.032 & 0.012 & 0.015 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.429 & 0.508 & 0.728 & -0.583 & -0.809 & -0.729 & -0.688 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \end{bmatrix}$$

$$P := \text{submatrix}\left(B, 0, \text{rows}(B) - 1, 0, \frac{\text{cols}(B)}{3} - 1\right)$$

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$L := \text{submatrix}\left(B, 0, \text{rows}(B) - 1, \frac{\text{cols}(B)}{4} + 2, \left(\frac{\text{cols}(B)}{2}\right) + 3\right)$$

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.143 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.286 & 0.636 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1.071 & -0.508 & 0.615 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.571 & 0.381 & 0.546 & 0.097 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.714 & 0.254 & 0.364 & 0.065 & 0.024 & 1 & 0 & 0 \\ 0.857 & 0.127 & 0.182 & 0.032 & 0.012 & 0.015 & 1 & 0 \\ 0.429 & 0.508 & 0.728 & -0.583 & -0.809 & -0.729 & -0.688 & 1 \end{bmatrix}$$

$$U := \text{submatrix} \left(B, 0, \text{rows}(B) - 1, \frac{\text{cols}(B)}{2} + 4, \text{cols}(B) - 1 \right)$$

$$U = \begin{bmatrix} 2.8 & 8.8 & 14.8 & 20.8 & 26.8 & 32.8 & 38.8 & 38 \\ 0 & 6.743 & 10.286 & 15.429 & 20.571 & 25.714 & 30.857 & 36.971 \\ 0 & 0 & 2.234 & 3.051 & 4.068 & 5.085 & 6.102 & 8.444 \\ 0 & 0 & 0 & 1.684 & 3.246 & 4.807 & 6.369 & 14.895 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2.697 & -0.195 & -0.292 & 1.724 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4.125 & -0.188 & 3.375 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -5.491 & 5.036 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 17.963 \end{bmatrix}$$

(8)

$$N^{94} = \begin{bmatrix} 8.957 \cdot 10^{209} & 3.639 \cdot 10^{210} & 6.339 \cdot 10^{210} & 8.997 \cdot 10^{210} & 1.161 \cdot 10^{211} & 1.419 \cdot 10^{211} & 1.673 \cdot 10^{211} & 1.923 \cdot 10^{211} \\ 9.053 \cdot 10^{209} & 3.678 \cdot 10^{210} & 6.407 \cdot 10^{210} & 9.094 \cdot 10^{210} & 1.174 \cdot 10^{211} & 1.434 \cdot 10^{211} & 1.691 \cdot 10^{211} & 1.944 \cdot 10^{211} \\ 9.148 \cdot 10^{209} & 3.716 \cdot 10^{210} & 6.474 \cdot 10^{210} & 9.189 \cdot 10^{210} & 1.186 \cdot 10^{211} & 1.45 \cdot 10^{211} & 1.709 \cdot 10^{211} & 1.964 \cdot 10^{211} \\ 9.242 \cdot 10^{209} & 3.754 \cdot 10^{210} & 6.54 \cdot 10^{210} & 9.283 \cdot 10^{210} & 1.198 \cdot 10^{211} & 1.464 \cdot 10^{211} & 1.726 \cdot 10^{211} & 1.984 \cdot 10^{211} \\ 9.334 \cdot 10^{209} & 3.792 \cdot 10^{210} & 6.605 \cdot 10^{210} & 9.375 \cdot 10^{210} & 1.21 \cdot 10^{211} & 1.479 \cdot 10^{211} & 1.743 \cdot 10^{211} & 2.004 \cdot 10^{211} \\ 9.424 \cdot 10^{209} & 3.828 \cdot 10^{210} & 6.669 \cdot 10^{210} & 9.466 \cdot 10^{210} & 1.222 \cdot 10^{211} & 1.493 \cdot 10^{211} & 1.76 \cdot 10^{211} & 2.023 \cdot 10^{211} \\ 9.513 \cdot 10^{209} & 3.865 \cdot 10^{210} & 6.733 \cdot 10^{210} & 9.556 \cdot 10^{210} & 1.234 \cdot 10^{211} & 1.507 \cdot 10^{211} & 1.777 \cdot 10^{211} & 2.043 \cdot 10^{211} \\ 9.601 \cdot 10^{209} & 3.9 \cdot 10^{210} & 6.795 \cdot 10^{210} & 9.644 \cdot 10^{210} & 1.245 \cdot 10^{211} & 1.521 \cdot 10^{211} & 1.793 \cdot 10^{211} & 2.061 \cdot 10^{211} \end{bmatrix}$$