

导弹制导控制系统设计 与 Matlab 仿真

卢晓东 郭建国 林 鹏 刘莹莹 编写

西 北 工 业 大 学

2010 年 6 月

前 言

导弹制导控制系统设计是探测制导与控制技术专业本科学生从事导弹设计研究的一项重要工作。这项工作是一门系统和复杂的工作，其涵盖的专业知识有《导弹飞行力学》、《导弹导引系统原理》、《导弹控制系统设计原理》、《自动控制原理》和《计算机仿真》等多门专业课程的内容。本书内容主要针对不同类型导弹的制导和控制系统的的基本原理和工作过程进行分析，结合不同的制导律和姿态控制律设计方法对导弹的制导和控制系统进行工程化设计，并利用工程中常用的 **Matlab** 软件对导弹的制导和控制系统进行计算机数字仿真验证。学生通过本书学习可以熟悉导弹制导控制系统的基本原理和工作过程，初步掌握导弹制导控制系统的建模、分析、设计和仿真方法，并且通过尽量接近工程化的设计和实践培养一定的工程应用能力，而这些方法和能力都是学生今后从事真正科研工作的基础和基本能力。

本书主要考虑到工程设计的实用性，结合编者多年在导弹制导和控制系统设计方面的经验，着重从基本原理和基本方法出发，培养学生科学、严谨的推理和分析习惯，以使得学生能够较好掌握所学的多门专业知识，为学生能够在随后的科研工作奠定基础。

本书由于编者在时间和经验上的不足，书中难免出现错误和不足，敬请广大读者批评指教。

编者 于西工大

2010 年 6 月

目 录

前 言	I
目 录	II
第一章 导弹及其运动学关系	1
1.1 导弹的系统构成	1
1.1.1 导弹的动力（推进）系统.....	1
1.1.2 导弹的制导和控制系统.....	2
1.1.3 导弹的战斗部（工作载荷）	3
1.1.4 导弹的弹体	4
1.1.5 导弹的弹上电源	4
1.2 战术导弹常用的坐标系	5
1.2.1 常用坐标系的定义.....	5
1.2.2 坐标系之间的转换关系.....	8
1.3 导弹的运动方程组	10
1.3.1 动力学方程	10
1.3.2 运动学方程	12
1.3.3 导弹的质量方程	13
1.3.4 角度几何关系方程.....	13
1.3.5 操纵关系方程	13
1.3.6 导弹的运动方程组.....	14
1.4 导弹的机动性和过载	16
1.5 导弹制导控制系统设计的思路.....	17
第二章 导弹的制导系统	18
2.1 导弹制导律的相对运动方程.....	21
2.2 自动寻的制导的相对运动方程.....	22
2.2.1 追踪法制导的相对运动方程.....	23
2.2.2 平行接近制导的相对运动方程.....	24
2.2.3 比例制导的相对运动方程.....	25
2.2.4 广义比例制导的相对运动方程.....	26
2.2.5 修正比例制导的相对运动方程.....	26
2.3 遥控制导的相对运动方程.....	27
2.3.1 三点法制导的相对运动方程.....	28
2.3.2 前置角法制导的相对运动方程.....	29
2.4 导弹制导系统的建模原则.....	31
第三章 导弹的制导系统设计与仿真.....	32
3.1 导弹制导律的设计方法和步骤.....	32
3.2 导弹制导律的 Matlab 编程和仿真	33
3.3 导弹制导律仿真中的现实问题.....	42
3.4 导弹制导律仿真习题	56

第四章 导弹的控制系统	60
4.1 导弹控制系统的小扰动假设和线性化运动方程.....	60
4.2 导弹弹体的传递函数	62
4.3 导弹控制律的常用设计方法.....	64
第五章 导弹的控制系统设计与仿真.....	66
5.1 导弹控制系统设计的一般步骤和考核指标.....	66
5.2 导弹控制系统的设计与 Matlab 仿真	66
5.2.1 导弹的三通道传递函数.....	67
5.2.2 导弹的三通道控制系统设计.....	68
5.2.3 导弹控制系统的编程与仿真.....	70
5.3 导弹控制系统的仿真习题.....	74
第六章 导弹的制导控制系统综合设计与仿真.....	75
6.1 导弹制导控制系统综合设计的一般方法.....	75
6.2 导弹制导控制系统综合设计与 Matlab 仿真	76
6.2.1 导弹的约束条件分析与指标要求.....	77
6.2.2 导弹的制导系统建模.....	77
6.2.3 导弹的制导系统制导律设计.....	81
6.2.4 导弹的控制系统建模.....	83
6.2.5 导弹的制导和控制系统综合仿真.....	85
6.3 习题	87
附录 1 气动参数	88
附录 2 传函参数	91
参考文献	93

第一章 导弹及其运动学关系

导弹制导和控制系统是导弹的重要组成系统，是决定导弹最终精度和性能的关键系统。因此导弹的制导控制系统设计是目前导弹设计中的关键部分，而本书将主要针对常见的战术导弹的制导控制系统设计方法开展讲解，并通过 Matlab 仿真实例介绍目前导弹制导和控制系统的设计与仿真方法。本章将简要介绍导弹的基本知识和导弹飞行力学的相关知识，为导弹的制导和控制系统设计奠定理论基础。

1.1 导弹的系统构成

对于一般的导弹通常由五个功能部分组成，即动力（推进）系统、制导和控制系统、战斗部（工作载荷）、弹体外壳和弹上电源。这五个功能组成都影响着导弹的射程和命中精度，因此本节将对这五部分的功能作简要介绍。

1.1.1 导弹的动力（推进）系统

导弹的动力（推进）系统是以发动机为主体的为导弹提供飞行动力的装置。也可称这部分为推进分系统。导弹要能打击远处的目标就必须具有一定的运动能力，即保证其具备足够的动能，因此导弹都具有发动机。导弹上的发动机有喷气式发动机，有火箭发动机（固体和液体）、空气喷气发动机（涡喷和冲压）以及组合型发动机（固液组合和火箭冲压发动机）。由于导弹飞行过程中会受到空气阻力和重力的影响会损失一定的动能，因此导弹发动机的类型和工作过程对导弹射程和飞行速度都有很大的影响。

对于采用火箭发动机的导弹，由于火箭发动机的工作时间短、工作启停不可控，因此这种导弹的发动机只在发射或初始阶段工作，随后的飞行处于自由飞行阶段，因此这一类导弹的速度随时间发生变化。一般采用这种发动机的导弹多为中近程导弹，如反坦克导弹、空空导弹、空地导弹和地地导弹等。有时这些导弹为了增加射程或者减少发射时的后坐力，如地（舰）对空导弹和反坦克导弹用两台或单台双推力发动机。一台作起飞时助推用的发动机，用来使导弹从发射装置上迅速起飞和加速，因此称为助推器。另一台称为主发动机，用来使导弹维持一定的速度飞行以便能追击目标，因此被称为续航发动机。远程导弹或洲际导弹，它们的飞行速度要求在火箭发动机熄火时达到每秒数千米，因而要用多级火箭，每级火箭要一台或几台火箭发动机。



图 1-1 采用火箭发动机的“S-300”地空导弹和“东风”地地导弹

而对于一些采用空气喷气发动机和组合型发动机的导弹，由于其发动机能够长时间工作，并且推力大小可调，因此这类导弹可以在飞行的大部分时间内具有动力。对于这类导弹的速度往往是匀速或者可根据任务人为变化的。采用这类发动机的导弹主要是巡航导弹、飞航式导弹和在临近空间飞行的高超声速导弹（飞行器）。



图 1-2 采用空气喷气发动机的“战斧”式巡航导弹



图 1-3 采用组合冲压发动机的“X-51”高超声速导弹

1.1.2 导弹的制导和控制系统

导弹的制导控制系统分成导弹的制导系统和控制系统。为了能够将导弹飞向目标，就需要不断的测量导弹实际运动情况与所要求的运动情况之间的偏差，或者测量导弹与目标的相对位置与偏差，以便向导弹发出修正偏差或跟踪目标的控制指令，这就是制导系统完成的功

能。另一方面为了保证导弹稳定飞行，并操纵导弹按照制导系统所要求的方向和轨迹飞行而命中目标，这就是控制系统完成的功能。

导弹制导和控制系统的工作过程可以如下简述：导弹发射后，导弹敏感器（导引头）不断测量导弹和预期弹道或目标相对位置的偏差，并将此偏差送给导引指令形成装置。导引指令形成装置将该偏差信号加以变换和计算，形成导引指令，该指令要求导弹改变航向或速度。导引指令信号送往控制系统，经变换、放大，通过作动装置（舵机）驱动操纵面偏转，改变导弹的飞行方向，使导弹沿着预期的弹道或方向飞行。当导弹受到气动干扰，如姿态角发生改变时，导弹姿态敏感元件检测出姿态偏差，并形成电信号送入计算机，从而操纵导弹恢复到原来的姿态，保证导弹稳定地沿要求的弹道飞行。操纵面敏感元件，能感受操纵面位置，并以电信号形式送入计算机。计算机接收导引信号、导弹姿态运动信号和操纵面位置信号，经过比较和计算，形成控制信号，以驱动作动装置。



图 1-4 “前卫 3” 便携式防空导弹的导引头和控制舵面

1.1.3 导弹的战斗部（工作载荷）

导弹的战斗部（工作载荷）是导弹上直接打击目标或完成其指定任务的部分。由于导弹所攻击的目标性质和类型不同，相应地有各种毁伤作用和不同结构类型的战斗部，如爆破战斗部、杀伤战斗部、聚能战斗部、化学战斗部、生物战剂战斗部、核战斗部以及电磁诱饵战斗部等。

战斗部的不同对于导弹的制导控制精度要求也不同。例如空空导弹采用破片式战斗部，具有一定的毁伤半径，因此对于制导控制系统的命中点精度允许有几米到十几米的误差。而对于采用穿甲战斗部的反坦克导弹来说，则要求导弹制导控制系统的命中精度小于零点几米，这样才能保证直接撞击坦克的要害部位。



图 1-5 地地导弹的战斗部

1.1.4 导弹的弹体

弹体即导弹的主体是各舱、段、空气动力翼面、弹上机构及一些零组件联接而成的、具有良好气动外形的壳体，用以安装战斗部、控制系统、动力装置、推进剂及弹上电源等。当采用对接战斗部、固体火箭发动机和液体推进剂受力式贮箱时，它们的壳体、箱壁就是弹体外壳的一部分。

空气动力翼面包括产生升力的弹翼、产生操纵力的舵面及保证稳定飞行的安定面（尾翼）。对弹道式导弹由于弹道大部分在大气层外飞行，主动段只作程序转向飞行，因此没有弹翼或根本没有空气动力翼面。

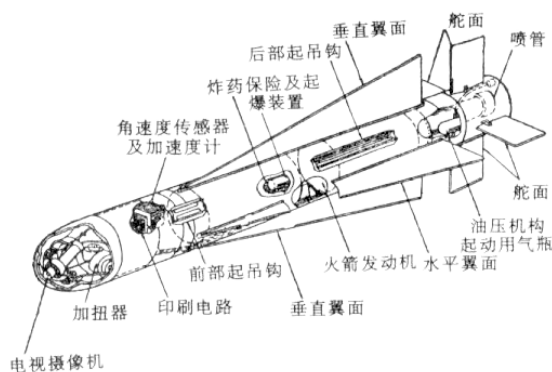


图 1-6 “幼畜”空地导弹的弹体组成

1.1.5 导弹的弹上电源

导弹的弹上电源是供给弹上各分系统工作用电的电装置。除电池外，通常还包括各种配电和变电装置、常用的电池有银锌电池，它单位重量所贮的电比较大，能长期保存。有的导弹局部用电部分采用小型涡轮发电机来供电，有的巡航导弹采用涡轮风扇喷气发动机带动小型发电机发电来供电。有的导弹（如某些有线制导反坦克导弹）弹上没有电源，由地面电源供弹上使用。

1.2 战术导弹常用的坐标系

导弹通常可以分为战略导弹和战术导弹。战术导弹是指飞行在大气层内、射程较近、攻击目标为战术目标的导弹，其主要用于地面、海域和空中作战的，完成攻击某个具体战役的战术目标任务。战术导弹的射程通常在 200 公里之内，射高在 20 公里以下，这类导弹包含的种类很多，常见的有空空导弹、空地导弹、地空导弹、反舰导弹、反坦克导弹和反辐射导弹等。由于战术导弹是装备数量最大和使用最为频繁的导弹，因此在本书中主要以战术导弹为主要研究对象进行研究。

1.2.1 常用坐标系的定义

对于短程战术导弹而言，为了便于理论研究，通常采用仅是原点不同的两类坐标系，第一类坐标系与地球固连，第二类坐标系与导弹本身固连。通常会用到以下几种坐标系：

1) 地面坐标系(惯性坐标系) $Axyz$

地面坐标系 $Axyz$ 与地球固联，原点 A 通常取导弹质心在地面上的投影点， Ax 轴在水平面内，指向目标(或目标在地面的投影)为正； Ay 轴与地面垂直，向上为正； Az 轴按右手定则确定。对于近程战术导弹而言，可忽略地球的转动和地速的影响，视地面坐标系为惯性坐标系。引入该坐标系的目的在于确定导弹的质心坐标 (x, y, z) ，描述质心移动的运动学方程。

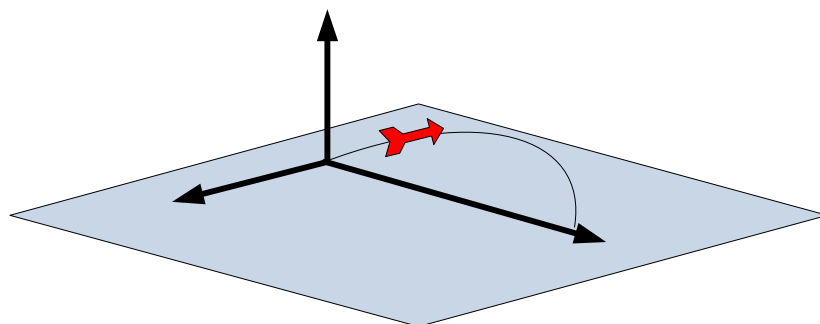


图 1-7 地面发射坐标系

对于远程战略导弹来说，由于其飞行时间长、飞行空域大，那么大地则不能再作为平面处理，这时就必须使用地球坐标系。同时由于飞行时间的增长，在飞行过程中就必须考虑到地球的自转运动的影响，那么这时常采用地固坐标系 $O_e X_e Y_e Z_e$ 作为基本坐标系。地固坐标系的原点 O_e 在地心上， X_e 轴指向本初子午圈（在赤道平面内）， Y_e 轴沿地球自转轴指向正北极， Z_e 轴按照右手坐标系垂直于 X_e 和 Y_e 轴。地固坐标系由于与地球固联，因此会随着地球

自转一起转动，属于动坐标系。这种坐标系适合于描述在地面表面或大气层以内运动的飞行器或航行器。但是如果飞行器的飞行高度很高，如卫星和航天飞机等，那么则常采用地球惯性坐标系定义 $O_{ei}X_{ei}Y_{ei}Z_{ei}$ ，地球惯性坐标系的定义与地固系非常相似，只是 X_{ei} 指向初始子午线位置（或者春分点位置）而不跟随地球转动。地固坐标系 $O_eX_eY_eZ_e$ 、地球惯性坐标系 $O_{ei}X_{ei}Y_{ei}Z_{ei}$ 和地面坐标系 $Axyz$ 的关系如下图所示。

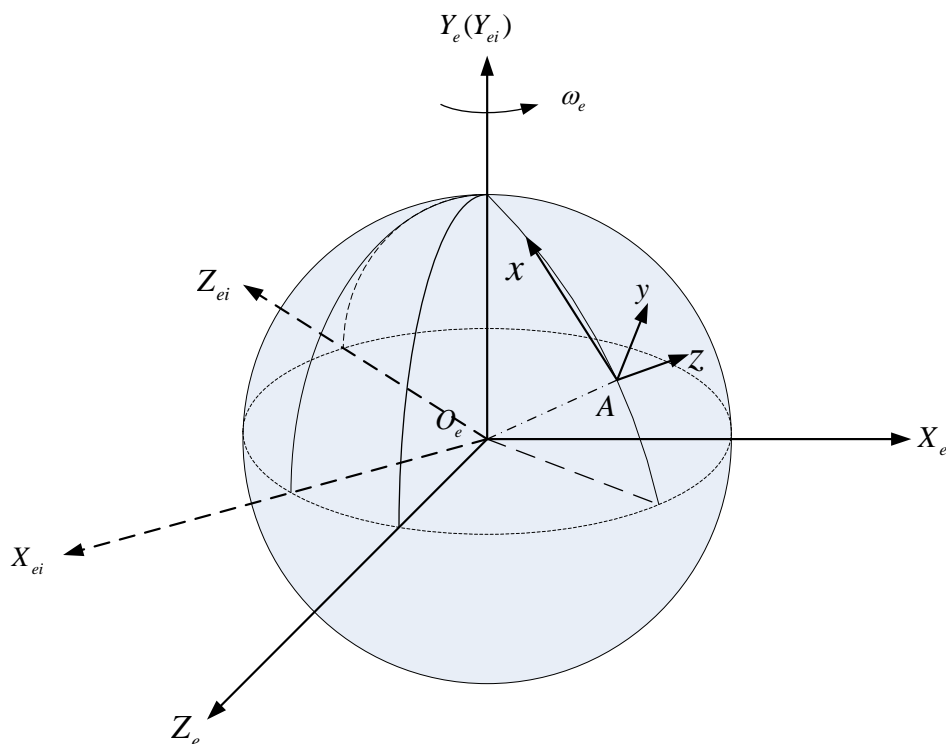


图 1-8 地固坐标系和地球惯性坐标系

那么地球惯性系与地固系的关系为

$$\begin{bmatrix} x_{ei} \\ y_{ei} \\ z_{ei} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \omega_e t & 0 & -\sin \omega_e t \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \omega_e t & 0 & \cos \omega_e t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \end{bmatrix} = R_e^{ei} \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \end{bmatrix} \quad (1-1)$$

其中 ω_e 为地球自转速度。

2) 弹体坐标系 $OX_1Y_1Z_1$

弹体坐标系（或者称本体坐标系）的定义为：原点 O 取在导弹的质心上； OX_1 轴与弹体纵轴重合，指向头部为正； OY_1 轴在弹体纵向对称平面内，垂直于 OX_1 轴，向上为正； OZ_1 轴垂直于 x_1Oy_1 平面，方向按右手定则确定。此坐标系与弹体固联，是动坐标系。引入弹体坐标系的主要目的是与地面坐标系定义三个姿态角，即俯仰角 θ 、偏航角 ψ 和倾斜角（滚动

本初子午线的初始位置
(或者春分点方向)

角) γ 。其中俯仰角 ϑ 规定为导弹纵轴 OX_1 与地面坐标系的水平面 Axz 的夹角, 且取 OX_1 轴在水平面之上为正; 偏航角 ψ 规定为导弹纵轴 OX_1 在水平面 Axz 内投影与 Ax 轴的夹角, 且取 OX_1 在水平面的投影顺时针转至 Ax 轴为正; 倾斜角 γ 规定为 OY_1 与包含导弹纵轴 OX_1 的铅锤面的夹角, 且取由弹体尾部顺着弹轴前视顺时针旋转为正。

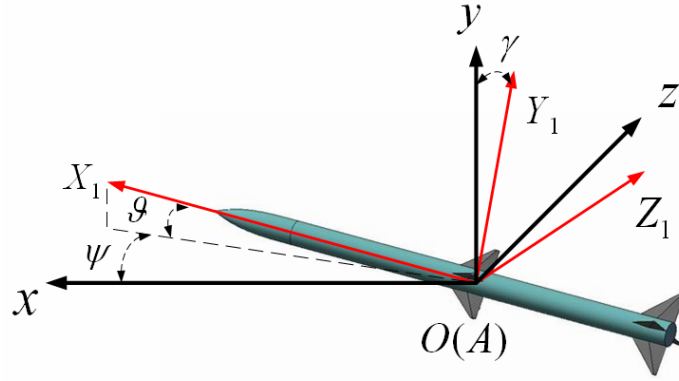


图 1-9 弹体坐标系和三个姿态角的定义

3) 弹道坐标系 $OX_2Y_2Z_2$

弹道坐标系 $OX_2Y_2Z_2$ 定义原点 O 取在导弹的瞬时质心上, OX_2 与导弹的速度矢量 V 重合, OY_2 轴位于包含速度矢量 V 的铅垂面且垂直于 OX_2 向上, OZ_2 与其他两轴构成直角坐标系。引入弹道坐标系的目的在于与地面坐标系定义弹道倾角 θ 和弹道偏角 ψ_V , 从而描述导弹质心运动的动力学方程。弹道倾角 θ 规定为导弹的速度矢量 V 与水平面 Axz 的夹角, 且取速度矢量 V 在水平面之上为正; 弹道偏角 ψ_V 规定为导弹的速度矢量 V 在水平面 Axz 的投影与 Ax 轴的夹角, 且取速度矢量在水平面的投影顺时针转至 Ax 轴为正。

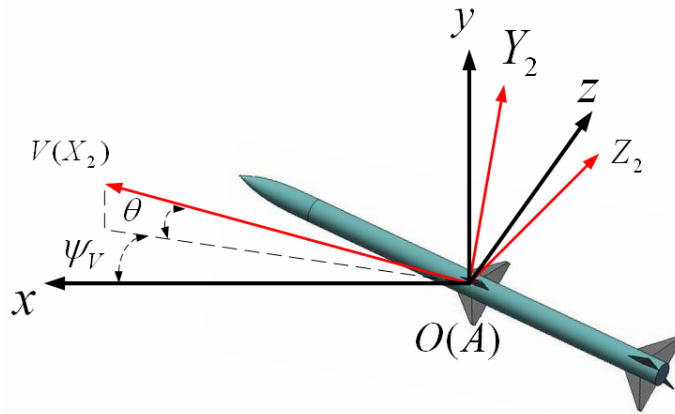


图 1-10 弹道坐标系和两个弹道角的定义

4) 速度坐标系 $OX_3Y_3Z_3$

速度坐标系的定义原点 O 取在导弹的瞬时质心上, OX_3 与导弹的速度矢量 V 重合, OY_3 轴位于弹体纵向对称面且垂直于 OX_3 向上, OZ_3 与其他两轴构成直角坐标系。引入速度坐标系的目的在于与弹体坐标系定义攻角(迎角) α 和侧滑角 β , 以及三个空气动力, 即阻力 X 、升力 Y 和侧向力 Z 。攻角 α 取速度矢量在弹体纵向对称面上的投影在 OX_1 轴之下为正; 侧滑角 β 取速度方向在纵向对称面右侧为正; 阻力 X 取以 OX_3 轴的负向为正, 升力 Y 和侧向力 Z 的正向与 OY_3 和 OZ_3 一致。

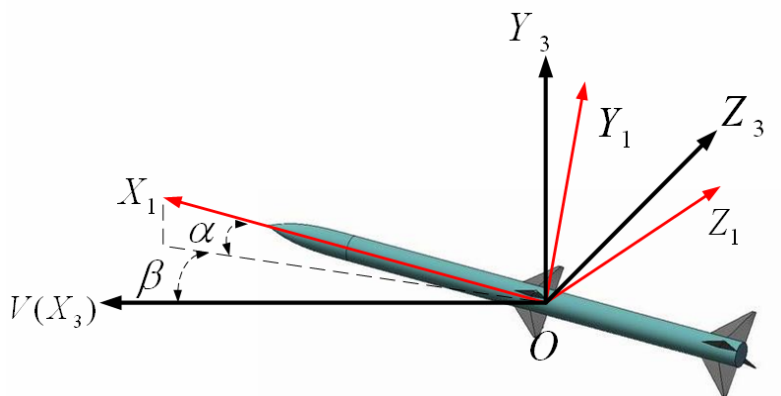


图 1-11 速度坐标系和两个气动角的定义

1.2.2 坐标系之间的转换关系

导弹在飞行过程中, 作用在其上的力包括空气动力、推力、重力等。一般情况下各个力分别定义在上述不同的坐标系中。要建立描绘导弹质心运动的动力学方程, 必须将分别定义在各坐标系中的力变换(投影)到某个选定的、能够表征导弹运动特征的坐标系中。各坐标系之间的关系如下图。

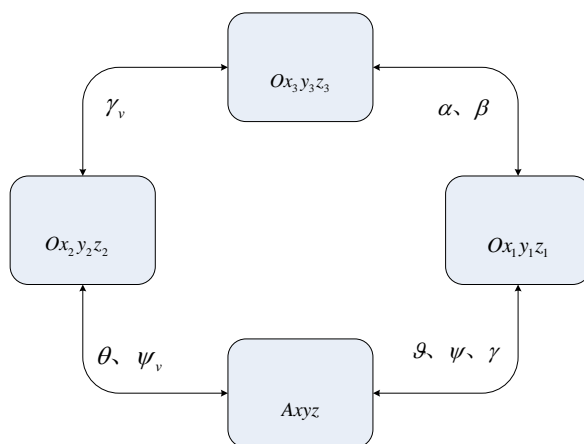


图 1-12 坐标系之间的转换关系

1) 弹体坐标系和地面坐标系之间的关系

弹体坐标系和地面坐标系之间的关系通过 ϑ 、 ψ 、 γ 三个角度来确定。这三个角度分别为：俯仰角 ϑ ，即导弹的纵轴 OX_1 和水平面之间的夹角，由水平面向上逆时针旋转至 OX_1 轴时为正；偏航角 ψ ，导弹纵轴 OX_1 在水平面上的投影与地面坐标系中的 Ox 轴之间的夹角；滚转角 γ ，导弹的 OX_1 轴与通过 OX_1 轴的垂面之间的夹角。

若设任意矢量在地面坐标系的坐标表达为 (x, y, z) ，在弹体坐标系的坐标表达为 (x_1, y_1, z_1) ，则两者的角度旋转矩阵关系为：

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = L(\psi, \vartheta, \gamma) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (1-2)$$

其中

$$L(\psi, \vartheta, \gamma) = \begin{bmatrix} \cos \vartheta \cos \psi & \sin \vartheta & -\cos \vartheta \sin \psi \\ -\sin \vartheta \cos \psi \cos \gamma + \sin \psi \sin \gamma & \cos \vartheta \cos \gamma & \sin \vartheta \sin \psi \cos \gamma + \cos \psi \sin \gamma \\ \sin \vartheta \cos \psi \sin \gamma + \sin \psi \cos \gamma & -\cos \vartheta \sin \gamma & -\sin \vartheta \sin \psi \sin \gamma + \cos \psi \cos \gamma \end{bmatrix}$$

2) 弹道坐标系和地面坐标系之间的关系

弹道坐标系和地面坐标系之间的关系是通过弹道倾角 θ 和弹道偏角 ψ_v 来确定。它们定义为：弹道倾角 θ ，导弹运动速度向量 V （即 OX_2 轴）和地平面之间的夹角；弹道偏角 ψ_v ，导弹运动速度向量 V （即 OX_2 轴）在地平面上的投影线和 Ax 轴之间的夹角。

若设任意矢量在地面坐标系的坐标表达为 (x, y, z) ，在弹道坐标系的坐标表达为 (x_2, y_2, z_2) ，则两者的角度旋转矩阵关系为：

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = L(\psi_v, \theta) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (1-3)$$

其中

$$L(\psi_v, \theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi_v & \sin \theta & -\cos \theta \sin \psi_v \\ -\sin \theta \cos \psi_v & \cos \theta & \sin \theta \sin \psi_v \\ \sin \psi_v & 0 & \cos \psi_v \end{bmatrix}$$

3) 弹道坐标系和速度坐标系之间的关系

这两组坐标系的 OX_2 轴和 OX_3 轴是重合的，只是 OY_2 和 OY_3 轴之间及 OZ_2 和 OZ_3 轴之间有一个夹角 γ_v 。也称 γ_v 角为速度滚转角。若设任意矢量在速度坐标系的坐标表达为

(x_3, y_3, z_3) ，在弹道坐标系的坐标表达为 (x_2, y_2, z_2) ，则两者的角度旋转矩阵关系为：

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{bmatrix} = L(\gamma_v) \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} \quad (1-4)$$

其中

$$L(\gamma_v) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma_v & \sin \gamma_v \\ 0 & -\sin \gamma_v & \cos \gamma_v \end{bmatrix}$$

4) 速度坐标系和弹体坐标系之间的关系

速度坐标系和弹体坐标系之间的关系取决于攻角 α 和侧滑角 β 。攻角 α 为相对气流速度在导弹纵向对称平面内的投影与弹体坐标系的 OX_1 轴之间的夹角；侧滑角 β 为相对气流速度与导弹对称平面之间的夹角，并且规定正的侧滑角产生负的侧向力。

若设任意矢量在速度坐标系的坐标表达为 (x_3, y_3, z_3) ，在弹体坐标系的坐标表达为 (x_1, y_1, z_1) ，则两者的角度旋转矩阵关系为：

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = L(\alpha, \beta) \begin{bmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{bmatrix} \quad (1-5)$$

其中

$$L(\alpha, \beta) = \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \beta & \sin \alpha & -\cos \alpha \sin \beta \\ -\sin \alpha \cos \beta & \cos \alpha & \sin \alpha \sin \beta \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix}$$

1.3 导弹的运动方程组

在对导弹的制导和控制系统设计之前，必须要研究清楚导弹在飞行中受到的力和力矩以及其质心的运动规律。导弹运动方程组是描述作用在导弹上的力、力矩与导弹运动参数之间关系的一组方程。它由描述导弹质心运动和弹体姿态变换的动力学方程、运动学方程、导弹质心变化方程、角度几何关系方程和描述控制系统工作的方程所组成。

1.3.1 动力学方程

导弹的空间运动可看成变质量物体的六自由度运动，由两个矢量方程描述。为方便研究

起见，通常将矢量方程投影到坐标系上，写成三个描述导弹质心运动的动力学标量方程和三个描述导弹质心绕质心转动的动力学标量方程。

(1) 导弹质心运动的动力学方程

$$\begin{pmatrix} m \frac{dV}{dt} \\ mV \frac{d\theta}{dt} \\ -mV \cos \theta \frac{d\psi_v}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P \cos \alpha \cos \beta - X - mg \sin \theta \\ P(\sin \alpha \cos \gamma_v + \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma_v) + Y \cos \gamma_v - Z \sin \gamma_v - mg \cos \theta \\ P(\sin \alpha \sin \gamma_v - \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma_v) + Y \sin \gamma_v + Z \cos \gamma_v \end{pmatrix} \quad (1-6)$$

其中 $\frac{dV}{dt}$ 是导弹质心加速度沿弹道切向的投影，称切向加速度； $V \frac{d\theta}{dt}$ 是导弹质心加速度在铅垂面内沿弹道法线的投影，称为法向加速度， $-mV \cos \theta \frac{d\psi_v}{dt}$ 为导弹质心加速度的水平分量。发动机推力为 P ， X, Y, Z 分别为空气动力在速度坐标系中三个分量，即阻力、升力和侧向力。其中气动力在速度坐标系的各分量计算公式为

$$\begin{cases} X = c_x \frac{1}{2} \rho V^2 S \\ Y = c_y^\alpha \frac{1}{2} \rho V^2 S \\ Z = -c_z^\beta \frac{1}{2} \rho V^2 S \end{cases} \quad (1-7)$$

其中， c_x 为阻力系数； c_y^α 为升力系数对攻角的偏导数； c_z^β 为侧向力系数对侧滑角的偏导数。

为了反映大气密度 ρ 、音速 a 随飞行高度 h 的变化，需要建立大气参数计算模型。设海平面的大气密度为 ρ_{SL} ，仿真过程中所采用的 0 ~ 20 km 大气参数计算公式为

(i) $0 \leq h \leq 11.0191$ km

$$\begin{aligned} W &= 1 - \frac{H}{44.3308} \\ T &= 288.15W \\ \rho &= \rho_{SL} W^{4.2559} \\ a &= 20.0468 \sqrt{T} \end{aligned}$$

(ii) $11.0191 < h \leq 20.0631$ km

$$\begin{aligned} W &= \exp\left(\frac{14.9647 - H}{6.3416}\right) \\ T &= 216.650 \\ \rho &= 0.15895 \rho_{SL} W \\ a &= 20.0468 \sqrt{T} \end{aligned}$$

式中，大气密度 ρ 的单位为 kg/m^3 ，音速 a 的单位为 m/s 。

(2) 导弹绕质心转动的动力学方程

对于轴对称导弹，其绕质心转动的动力学方程为：

$$\begin{pmatrix} J_x \frac{d\omega_x}{dt} + (J_z - J_y)\omega_z\omega_y \\ J_y \frac{d\omega_y}{dt} + (J_x - J_z)\omega_x\omega_z \\ J_z \frac{d\omega_z}{dt} + (J_y - J_x)\omega_y\omega_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix} \quad (1-8)$$

J_x, J_y, J_z 为导弹对于弹体坐标系各轴的转动惯量， $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ 为弹体坐标系相对于地面坐标系的转动速度在弹体坐标系各轴上的分量， M_x, M_y, M_z 为作用在导弹上外力矩在弹体坐标系各轴上的分量。气动力矩在弹体坐标系的各分量计算公式为

$$\begin{cases} M_x = (m_x^{\delta_x} + m_x^{\bar{\omega}_x}\bar{\omega}_x) \frac{1}{2} \rho V^2 SL \\ M_y = (m_y^{\delta_y} + m_y^{\beta}\beta + m_y^{\bar{\omega}_y}\bar{\omega}_y) \frac{1}{2} \rho V^2 SL \\ M_z = (m_z^{\delta_z} + m_z^{\alpha}\alpha + m_z^{\bar{\omega}_z}\bar{\omega}_z) \frac{1}{2} \rho V^2 SL \end{cases} \quad (1-9)$$

其中， $m_x^{\delta_x}$ 为副翼舵效系数； $m_x^{\omega_x}$ 为滚动阻尼力矩系数； $m_y^{\delta_y}$ 为偏航舵效系数； m_y^{β} 为偏航力矩系数对侧滑角的偏导数； $m_y^{\omega_y}$ 为偏航阻尼力矩系数； $m_z^{\delta_z}$ 为俯仰舵效系数； m_z^{α} 为俯仰力矩系数对攻角的偏导数； $m_z^{\omega_z}$ 为俯仰阻尼力矩系数。

1.3.2 运动学方程

导弹运动学方程组描述各运动参数之间关系的运动学方程，其包括导弹质心运动的运动学方程和绕质心转动的运动学方程，其目的是确定质心每一个瞬时的坐标位置以及导弹相对地面坐标系的瞬时姿态。

(1) 导弹质心运动的运动学方程为：

$$\begin{pmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dy}{dt} \\ \frac{dz}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V \cos \theta \cos \psi_v \\ V \sin \theta \\ -V \cos \theta \sin \psi_v \end{pmatrix} \quad (1-10)$$

(2) 导弹绕质心转动的运动学方程为：

$$\begin{pmatrix} \frac{d\vartheta}{dt} \\ \frac{d\psi}{dt} \\ \frac{d\gamma}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_y \sin \gamma + \omega_z \cos \gamma \\ \frac{1}{\cos \vartheta} (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma) \\ \omega_x - \tan \vartheta (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma) \end{pmatrix} \quad (1-11)$$

1.3.3 导弹的质量方程

导弹在飞行过程中，由于发动机不断地消耗燃料，导弹的质量不断减小。所以，在描述导弹运动的方程组中，还需有描述导弹质量变化的微分方程，即：

$$\frac{dm}{dt} = -m_s(t) \quad (1-12)$$

1.3.4 角度几何关系方程

在上节中定义了常用的四个坐标系，从它们之间的变化矩阵可知，这四个坐标系之间的关系是由 8 个角度参数联系起来。但是这些角度不是独立的，下面给出角度几何关系方程：

$$\sin \beta = \cos \theta [\cos \gamma \sin (\psi - \psi_v) + \sin \vartheta \sin \gamma \cos (\psi - \psi_v)] - \sin \theta \cos \vartheta \sin \gamma \quad (1-13)$$

$$\cos \alpha = [\cos \vartheta \cos \theta \cos (\psi - \psi_v) + \sin \vartheta \sin \theta] / \cos \beta \quad (1-14)$$

$$\cos \gamma_v = [\cos \gamma \cos (\psi - \psi_v) - \sin \vartheta \sin \gamma \sin (\psi - \psi_v)] / \cos \beta \quad (1-15)$$

1.3.5 操纵关系方程

为了能够使得导弹能够飞向目标就必须对导弹的飞行方向和速度大小进行控制，即所谓的控制飞行。而导弹控制飞行往往是通过控制导弹的俯仰、偏航和倾斜运动和飞行速度实现导弹在三个自由度方向。因此对于导弹通常应具备四个操纵机构，即升降舵、方向舵、副翼和发动机推力调节装置。当然，在实际中为了使得导弹的控制系统不至于过于复杂，往往要求对导弹的某一轴进行稳定，而只在另外两轴上控制。

理论上说，通过改变三种舵面或者推力调节装置，导弹的相应运动状态或参数就应该发生变化。但是，在实际中由于导弹飞行过程中的复杂性和不确定性，使得实际运动参数和控制参数不能一致，这就是控制系统中输入输出存在了“误差”。而导弹的控制系统正是要求去消除这种误差。一般情况下，通用的控制关系方程可以写为

$$\begin{cases} \phi_1(\delta_x, \varepsilon_1) = 0 \\ \phi_2(\delta_y, \varepsilon_2) = 0 \\ \phi_3(\delta_z, \varepsilon_3) = 0 \\ \phi_4(\delta_p, \varepsilon_4) = 0 \end{cases} \quad (1-16)$$

1.3.6 导弹的运动方程组

综合前面所得的方程组即可得到导弹的空间运动方程组

$$m \frac{dV}{dt} = P \cos \alpha \cos \beta - X - mg \sin \theta \quad (1-17)$$

$$mV \frac{d\theta}{dt} = P(\sin \alpha \cos \gamma_v + \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma_v) + Y \cos \gamma_v - Z \sin \gamma_v - mg \cos \theta \quad (1-18)$$

$$-mV \cos \theta \frac{d\psi_v}{dt} = P(\sin \alpha \sin \gamma_v - \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma_v) + Y \sin \gamma_v + Z \cos \gamma_v \quad (1-19)$$

$$J_x \frac{d\omega_x}{dt} = M_x - (J_z - J_y) \omega_z \omega_y \quad (1-20)$$

$$J_y \frac{d\omega_y}{dt} = M_y - (J_x - J_z) \omega_z \omega_x \quad (1-21)$$

$$J_z \frac{d\omega_z}{dt} = M_z - (J_y - J_x) \omega_y \omega_x \quad (1-22)$$

$$\frac{dx}{dt} = V \cos \theta \cos \psi_v \quad (1-23)$$

$$\frac{dy}{dt} = V \sin \theta \quad (1-24)$$

$$\frac{dz}{dt} = -V \cos \theta \sin \psi_v \quad (1-25)$$

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \omega_y \sin \gamma + \omega_z \cos \gamma \quad (1-26)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma) / \cos \vartheta \quad (1-27)$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = \omega_x - \tan \vartheta (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma) \quad (1-28)$$

$$\frac{dm}{dt} = -m_s(t) \quad (1-29)$$

$$\sin \beta = \cos \theta [\cos \gamma \sin(\psi - \psi_v) + \sin \vartheta \sin \gamma \cos(\psi - \psi_v)] - \sin \theta \cos \vartheta \sin \gamma \quad (1-30)$$

$$\sin \alpha = \{\cos \theta [\sin \vartheta \cos \gamma \cos(\psi - \psi_v) - \sin \gamma \sin(\psi - \psi_v)] - \sin \theta \cos \vartheta \cos \gamma\} / \cos \beta \quad (1-31)$$

$$\sin \gamma_v = (\cos \alpha \sin \beta \sin \vartheta - \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma \cos \vartheta + \cos \beta \sin \gamma \cos \vartheta) / \cos \theta \quad (1-32)$$

$$\phi_1 = 0 \quad (1-33)$$

$$\phi_2 = 0 \quad (1-34)$$

$$\phi_3 = 0 \quad (1-35)$$

$$\phi_4 = 0 \quad (1-36)$$

方程组中 20 个运动参数的含义为：

$V(t)$ ——导弹飞行速度矢量；

$\theta(t)$ 、 $\psi_v(t)$ ——弹道倾角、弹道偏角；

$x(t)$ 、 $y(t)$ 、 $z(t)$ ——导弹质心相对于地面坐标系的位置坐标；

$\omega_x(t)$ 、 $\omega_y(t)$ 、 $\omega_z(t)$ ——弹体坐标系下导弹转动角速度的坐标；

$\vartheta(t)$ 、 $\psi(t)$ 、 $\gamma(t)$ ——导弹姿态角，俯仰角、偏航角、滚转角；

$\alpha(t)$ 、 $\beta(t)$ 、 $\gamma_v(t)$ ——导弹攻角、侧滑角和速度倾斜角；

$m(t)$ ——导弹质量；

$\delta_x(t)$ 、 $\delta_y(t)$ 、 $\delta_z(t)$ ——滚转舵、偏航舵、俯仰舵偏角；

$\delta_p(t)$ ——发动机调节参数。

方程组中其他一些符合含义如下：

X 、 Y 、 Z ——作用在导弹上的空气动力在速度坐标系下分解出的阻力、升力、侧向力；

M_x 、 M_y 、 M_z ——滚转力矩、偏航力矩、俯仰力矩；

J_x 、 J_y 、 J_z ——导弹在弹体坐标系下的转动惯量；

P ——发动机推力。

由上述方程(1-17)到(1-36)组成了导弹的空间运动方程组，它是一组非线性常微分方程。

在这 20 个方程中，包含 20 个未知参数： $V(t)$ 、 $\theta(t)$ 、 $\psi_v(t)$ 、 $\omega_x(t)$ 、 $\omega_y(t)$ 、 $\omega_z(t)$ 、 $x(t)$ 、 $y(t)$ 、 $z(t)$ 、 $\vartheta(t)$ 、 $\psi(t)$ 、 $\gamma(t)$ 、 $m(t)$ 、 $\alpha(t)$ 、 $\beta(t)$ 、 $\gamma_v(t)$ 、 $\delta_x(t)$ 、 $\delta_y(t)$ 、 $\delta_z(t)$ 、 $\delta_p(t)$ ，故方程组是封闭求解的。在给定各参数的初始条件之后，即可用数值积分方法求解方程组，从而获得可控弹道及其相应参数的变化规律。

1.4 导弹的机动性和过载

所谓导弹的机动性是指导弹可能迅速地改变飞行速度大小和方向的能力。导弹攻击活动目标特别是高机动目标（如空中目标）时，必须具备良好的机动性能。因此机动性能是评价导弹飞行性能的重要指标之一。

人们通常使用导弹的切向加速度和法向加速度来表征导弹的机动性，它们分别表征导弹改变飞行速度大小和方向的迅速能力。通常导弹的速度都大于目标，因此导弹速度主要受到发动机推力和空气阻力以及重力的影响。而对于法向加速度决定着导弹速度方向的改变能力，因此直接影响着导弹的机动能力。一般情况下人们都采用法向过载来描述导弹的机动能力。法向过载是指除重力以外所有作用在导弹上的合外力在法向方向上的分力与重力的比，其可以写成

$$n = \frac{F_{\text{法}}}{G} \quad \text{或者} \quad n = \frac{a}{g}$$

其中 a 是法向加速度， g 为重力加速度。

在平面运动中，法向加速度与导弹的运动速度和速度方向变化有关。例如在铅垂平面内，导弹的在铅垂平面的瞬时速度分量为 V_M ，弹道倾角为 θ ，则此时的法向加速度可以写为：

$$a = V_M \dot{\theta} \quad (1-37)$$

这个公式也可以用于其他平面中的法向加速度计算。此外在导弹设计中还会用到需用过载、极限过载和可用过载的概念，下面简单介绍这三个过载的概念：

（1）需用过载是指导弹按照给定弹道飞行或者达到某种技术指标时所需要的过载。在设计时希望需用过载在满足导弹战术指标的前提下越小越好，常用 n_R 表示

（2）极限过载是指导弹攻角或侧滑角达到临界值时所对应的过载。其反映了导弹在极限情况（临界不稳定）下所可能提供的最大过载能力，通常这个过载是不允许达到的，常用 n_L 表示

（3）可用过载是指导弹操纵机构偏转到最大时，处于平衡状态下的导弹所能产生的过载，其表征了导弹产生法向控制力的实际能力，通常用 n_p 表示。

在一般情况下，需用过载、可用过载和极限过载的关系满足如下不等式

$$n_R < n_p < n_L \quad (1-38)$$

1.5 导弹制导控制系统设计的思路

导弹的制导和控制系统是导弹设计中的关键系统之一，但是这两个系统对于导弹攻击目标过程的作用和功能却不相同，因此在传统的设计过程中的先后顺序和步骤也不同。下面主要针对制导系统和控制系统在传统设计方法中的一般思路进行简要的介绍。

（1）导弹制导系统的设计思路

导弹的制导系统通过测量目标的运动状态信息，控制导弹的飞行方向。因此对于制导系统来说其重点研究的是导弹的运动学关系，而不关心导弹的姿态变化和动力学关系。所以在进行导弹制导系统设计时通常将导弹作为一个质点研究，只考虑其在运动学中的速度、加速度和速度变化等因素。

由于制导系统设计决定了导弹在三维空间中的弹道，通过仿真可以确定导弹的脱靶量、机动能力和飞行轨迹等，因此对于制导系统的设计和仿真通常都是导弹制导控制系统设计的前一步骤。通过制导系统的设计达到了导弹设计的战术指标后，才考虑如何控制导弹使其实现制导系统所需要的过载。

（2）导弹控制系统的设计思路

当导弹的制导系统设计和仿真完成后，导弹的在飞行弹道中的瞬时过载全部是已知的，那么如何使得导弹在每一个时刻都能够产生所需要的瞬时过载就成为控制系统的任务。从飞行力学中我们知道导弹的法向过载和导弹的攻角具有一定的函数关系，因此对于导弹法向过载的控制实际上就是对导弹攻角或者姿态角的控制（攻角与姿态角总是存在着一定的关系）。所以当导弹的制导系统设计和仿真完成后，就要对导弹的姿态控制系统设计，而设计的原则就是使得导弹在任意时刻能够精确实现能产生所需法向过载的攻角或者姿态角。

当然对于攻角的控制不仅仅是对于导弹俯仰角或者偏航角的控制，对于不同的导弹外形和控制方式，姿态控制可能还会包括对滚转角度的控制，如倾斜转弯（BTT）控制。此外，考虑到许多导弹对于导引头视场和攻击效果的要求，会对导弹的姿态角提出众多的要求，因此即时在姿态系统单独设计完成并仿真之后，仍然需要带回入导弹的制导系统中进行所谓的“六自由度”制导控制系统仿真。

导弹的“六自由度”制导控制系统仿真实际上就在一定程度上再现了导弹在实际飞行中的运动状态，通过制导和控制系统的联合仿真可以模拟导弹在飞行过程中的可能出现的状态。如果这些状态参数全部达到了战术指标和约束，那么这个制导控制系统就是可用的；如果不能完全达到指标和约束，此时就需要对制导系统和控制系统进行适当的修改，然后再通过仿真考核其性能是否达标。

第二章 导弹的制导系统

导弹的制导系统就是导弹获得目标信息，并按照特定规律产生法向过载的系统，也就是使得导弹按照某种弹道飞行最终击中目标的控制系统。而姿态控制系统正是根据制导系统产生的过载指令，控制导弹的姿态产生所需要的气动力，同时保证导弹的姿态稳定的系统。更本质的说，导弹的制导和控制系统就是控制导弹受到的力和力矩的过程。对于设计导弹时，人们首先不考虑导弹姿态的变化，而将导弹看作一个单纯质点的运动，通过研究质点接近目标时的运动轨迹，从而提出对过载和姿态的要求。因此对于导弹的制导和控制系统设计首先就要对导弹的制导系统进行设计。

导弹的制导系统通过对目标某种运动特性的测量，并根据一定的制导规律设计出制导律，从而控制导弹的质心飞行目标。制导律根据对目标运动特性测量手段的不同分为自动寻的和遥控制导两种基本方式。

（1）自动寻的制导

自动寻的制导是利用导弹上安装的探测器测量目标的运动信息，从而形成制导指令，控制导弹飞向目标。自动寻的制导系统的特点是探测系统装在导弹上，随着飞行时间的增加，导弹离目标越来越近，探测的线性偏差减小，误差是收敛的，制导精度高。自动寻的制导分为主动寻的、半主动寻的和被动寻的三种方式。按照测量装置是否与弹体固定可分为弹体坐标寻的系统和非弹体坐标系寻的系统两类。

主动寻的系统是在导弹上装有照射源照射目标，并由弹上接收系统接收目标反射的回波信号产生控制指令。这种制导方式具有完全的“发射后不管”能力。这种制导方式常用于主动雷达制导的远程空对空导弹和反舰导弹中。



图 2-1 雷达主动制导的俄罗斯“R-27”空空导弹

半主动寻的系统是在导弹上不装照射源只装有接收装置，由其他载体对目标照射，而导弹接收目标反射的辐射进行制导。这种制导方式是导弹上设备相对简单，并且载体的照射功

率大、作用处离远。主要缺点是不能打了不管，制导站必须全程照射目标，制导站容易暴露。这种制导方式的典型代表是我国的“红旗 2A”地空导弹和美国的“宝石路”激光半主动制导炸弹。

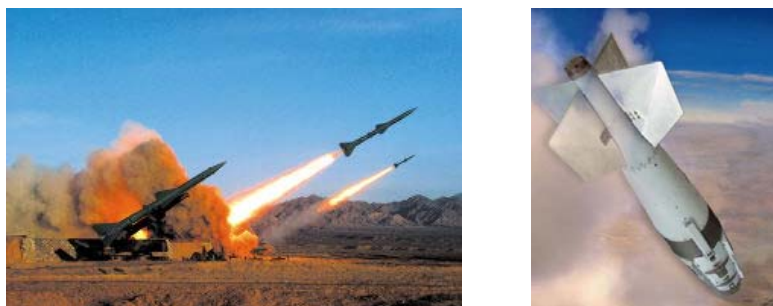


图 2-2 雷达半主动制导的“红旗 2A”和激光半主动制导的“铺路石”导弹

被动寻的制导导弹上只装有接收器接收外来信号，而这些信号必须是目标自身所自有的。例如目标在自然界所必需的可见光、红外和毫米波辐射信号，或者目标发射的雷达信号等。被动制导方式由于完全依赖于目标的辐射信号，因此其可实现高隐蔽性和“发射后不管”的能力。这种制导方式被广泛的应用于可见光和红外制导中，以及被动毫米波成像和反辐射制导导弹中。



图 2-3 红外被动制导的“响尾蛇”空空导弹

(2) 遥控制导

遥控制导是由制导站的测量装置和制导计算机装置测量导弹相对目标的位置或速度，并按照一定规律处理形成制导指令发给导弹，导弹接收指令飞向目标。遥控制导通常是探测系统对目标和导弹以行测量，提供目标和导弹的坐标信息，根据导引规律形成相应指令。测量系统和指令形成装置一般不在弹上，而是在地面或在其它载体上，指令通过无线或有线传到弹上实用闭环控制。遥控制导精度随距离增加而变坏。遥控制导可以分为视线遥控、非视线遥控和驾束制导三类。它们都需要诸如雷达、激光、电视、红外和可见光仪器一类的设备、有的是自动的，有的则还需要人工参与。

视线遥控制导是制导站视线瞄准目标，同时测量导弹的位置，通过指令控制导弹按照制

导站的视线飞行。视线遥控制导的特点是导弹一定要沿着制导站的视线飞行，因此这种制导方式导弹的飞行方式相对固定。非视线遥控制导不要求导弹沿着制导站的视线飞行，因此导弹飞行方式比较灵活，导弹可以采用多条飞行路线。两个跟踪器分别用于导弹和目标，它们将导弹和目标的信息连续进到制导计算机，然后制导计算机发射连续的指令，并通过导弹跟踪器返回到导弹上，直到两条飞行路线相遇使导弹命中目标为止。

驾束制导是目标探测和跟踪系统对目标实现瞄准跟踪照射，并且形成指向目标的等强或等值的能量束，飞行能量波束中的导弹尾部接收装置敏感出偏差等值线的大小和方位，并形成控制指令，控制导弹沿着能量束的中心线飞行。这种方式与视线遥控制导方式很相似，但是其与视线遥控制导不同的是控制指令在导弹上形成，因此不需要制导站和导弹之间的指令传输信道。

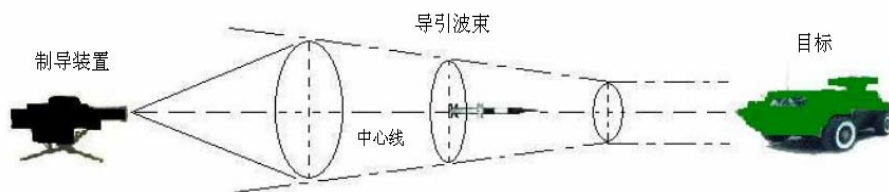


图 2-4 驾束制导的原理示意图

遥控制导中都要求制导站能够瞄准并跟踪目标，而这个瞄准跟踪过程可以由人工参与或计算机自动完成，因此遥控制导可以分为人工、半自动和自动三种方式。人工方式是指由射手控制制导站瞄准和跟踪目标，同时射手目视测量导弹与瞄准线偏差，从而控制导弹飞向目标。这种方式由于对射手要求很高，且射手负担沉重，因此目前已被淘汰，其典型代表是我国的“红箭 73”反坦克导弹。半自动视线遥控制导通常其利用导弹尾部安装的红外信标实现了对导弹的自动测量和跟踪，从而控制导弹飞行瞄准线，但需要射手控制制导站视线对目标的瞄准与跟踪，这种制导方式的典型代表是我国“红箭 8”和欧洲的“米兰”反坦克导弹。自动视线遥控制导对目标的跟踪和对导弹的控制全部由计算机完成，发射后不需要射手操作。这种导弹发射前由射手用跟踪器锁定目标，一旦锁定后导弹即可发射。在飞行过程中，制导站自动跟踪和瞄准锁定目标，同时自动测量导弹当前位置从而控制导弹飞向目标。这种遥控制导方式对射手来说是“发射后不管”，因此导弹命中精度与射手无关，其典型代表是美国的超高速反坦克导弹（HVM）。



图 2-5 我国的“红箭 73”（左）和“红箭 8”（右）反坦克导弹

2.1 导弹制导律的相对运动方程

导弹的一般运动由其质心的运动和绕其质心的转动所组成，由于导弹制导系统研究的主要是导弹质心的运动规律，因此，为了简捷地得到导弹的飞行弹道，可将导弹当作一个可操纵质点，这种假设并不影响对于制导规律的研究结果。相对运动方程正是指描述导弹、目标及制导站之间相对运动关系的方程。建立相对运动方程是导引弹道运动学分析法的基础。对导引弹道的研究是以经典力学定律为基础的，通常建立在极坐标系中。在导弹和制导系统初步设计阶段，为了简化研究，通常采用运动学分析法，其是基于以下假设基础：

- (1) 导弹、目标和制导站的运动视为质点运动，即导弹绕弹体轴的转动是无惯性的；
- (2) 制导控制系统的工作是理想的；
- (3) 导弹速度是时间的已知函数；
- (4) 目标和制导站的运动规律是已知的；
- (5) 略去导弹飞行中的随机干扰作用对法向力的影响。

前两点假设，即为“瞬时平衡”假设，其实质是认为导弹在整个有控飞行期间的任一瞬时都处于平衡状态，也就是说，当操纵机构偏转时，攻角 α 和侧滑角 β 都瞬时到达平衡值。最后一点假设是略去导弹真实飞行中的随机干扰造成的导弹绕质心的随机振荡，这种振荡会引起气动法向力 Y 和 Z 的随机增量。

当把导弹当作一个“可控质点”时，导弹弹体绕质心旋转的三个动力学方程和三个运动学方程不再存在，又由于对于质点也无所谓滚动之分，所以三个几何关系方程也可舍去，又由于被动段导弹的质量不再变化，质量方程也不存在，因此，在导弹被动飞行段，其质心(可操纵质点)的运动实质上已退化为三自由度运动，在纵向通道和侧向通道的运动也相应退化为二自由度运动。

同时为了简化研究起见，假设导弹、目标和制导站始终在同一平面内运动。该平面通常被称为攻击平面，攻击平面可能是铅垂面，也可能是水平面或倾斜平面。

2.2 自动寻的制导的相对运动方程

自动寻的制导由于导弹可以自行完成探测目标和产生控制指令的功能，因此自动寻的制导的相对运动方程实际上描述的是导弹与目标之间的相对运动关系方程。假设某一时刻，目标位于 T 点，导弹位于 M 点，连线 MT 称为目标瞄准线（简称弹目视线）。选取参考基准线 MX 作为角度参考零位，这个参考线可任意选取不影响相对关系，通常可以选取水平线或发射坐标系的一个轴等。根据上述假设，自动寻的制导的相对运动关系可如下图所示表示：

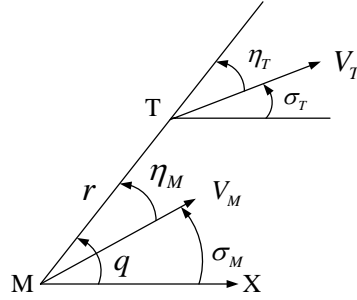


图 2-6 自动寻的制导的相对运动关系

其中 r 为导弹与目标相对距离， q 为目标方位角， σ_M 、 σ_T 分别为导弹弹道角和目标航向角， η_M 、 η_T 分别为导弹、目标速度矢量前置角， V_T 、 V_M 分别为导弹、目标的速度。自动寻的制导通常为了研究方便期间，将导弹和目标的运动分解到弹目视线方向和其法线两个方向，因此其相对运动方程可以写为：

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dr}{dt} = V_T \cos \eta_T - V_M \cos \eta_M \\ r \frac{dq}{dt} = V_M \sin \eta_M - V_T \sin \eta_T \\ q = \sigma_M + \eta_M \\ q = \sigma_T + \eta_T \\ \varepsilon_1 = 0 \end{array} \right. \quad (2-1)$$

其中 $\varepsilon_1 = 0$ 为描述导引方法的导引关系方程。根据导引关系方程形式的不同，自动寻的制导中常见的方法有：

- (1) 追踪法： $\eta = 0$ ，即 $\varepsilon_1 = \eta = 0$
- (2) 平行接近法 $q = q_0 = \text{Constant}$ ，即 $\varepsilon_1 = \frac{dq}{dt} = 0$
- (3) 比例导引法 $\dot{\sigma} = K\dot{q}$ ，即 $\varepsilon_1 = \dot{\sigma} - K\dot{q} = 0$

在方程 (2-1) 中，有 5 个方程和 5 个未知量，因此方程是封闭的，可以求出确定的解。

根据方程可以获得导弹相对与目标的位置关系 $q(t), r(t)$ ，即导弹相对与目标的弹道。由于仿真中目标的运动轨迹是已知的，因此可以将导弹与目标的相对位置关系转化到地面坐标系或惯性坐标系下，即得到导弹的绝对弹道。下面将对追踪法、平行接近法和比例导引法进行简要介绍。

2.2.1 追踪法制导的相对运动方程

追踪法是一种最早应用的制导方法，其思想是使指导弹在攻击目标的导引过程中，导弹的速度矢量始终指向目标的导引方法，即导引关系方程为 $\varepsilon_1 = \eta_M = 0$ 。其相对方程组可以写为

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = V_T \cos \eta_T - V_M \cos \eta_M \\ r \frac{dq}{dt} = V_M \sin \eta_M - V_T \sin \eta_T \\ q = \sigma_M + \eta_M \\ q = \sigma_T + \eta_T \\ \eta_M = 0 \end{cases} \quad (2-2)$$

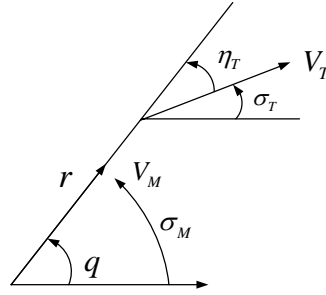


图 2-7 追踪制导的相对运动关系

通常为了简化研究，我们通常假设目标做匀速直线运动，导弹也可近似做等速运动，并且取基准线平行于目标的运动轨迹，即 $\sigma_T = 0$ ， $q = \eta_T$ 则运动关系方程为

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = V_T \cos q - V_M \\ r \frac{dq}{dt} = -V_T \sin q \end{cases} \quad (2-3)$$

令 $p = \frac{V_M}{V_T}$ ，称为速度比； (r_0, q_0) 为开始导引时导弹与目标的相对位置。那么导弹的法

向过载可以推导得到为

$$n = \frac{4V_M V_T}{gr_0} \left| \frac{\tan^p \frac{q_0}{2}}{\sin q_0} \cos^{(p+2)} \frac{q}{2} \sin^{(2-p)} \frac{q}{2} \right| \quad (2-4)$$

追踪法在技术上实现简单，因此在早期的导弹和一些低成本炸弹上获得广泛应用，例如美国“宝石路”激光半主动制导的航空炸弹。“宝石路”炸弹在弹体头部安装了一个风标，导引头与风标处于联动状态，即导引头光轴与风标轴线始终重合。在飞行中由于风标轴线始终指向气流来流方向（即空速方向），因此可以近似认为导引头的光轴始终指向导弹的速度方向。那么只要目标偏离了导引头光轴，也就认为导弹速度方向没有对准目标，此时制导系统形成控制指令控制导弹将速度重新指向目标。



图 2-8 “宝石路”制导炸弹头部的风标

但追踪制导方法在弹道特性上存在着严重的缺点，因为导弹的绝对速度总是指向目标，因此相对速度总是落后于弹目视线。所及导弹总是要绕到目标的后方尾追攻击，这就造成了导弹的弹道比较弯曲，即需用的方向过载较大。特别是在某些弹目相对关系下，导弹在命中点附近的法向过载极大，从而造成了采用追踪制导法的导弹不具备全向攻击的能力。

2.2.2 平行接近制导的相对运动方程

平行接近制导是指在整个制导过程中，目标瞄准线在空间保持平行移动的一种导引方法，其导引方程为 $\varepsilon_1 = \frac{dq}{dt} = 0$ 或 $\varepsilon_1 = q - q_0 = 0$ ，其中 q_0 为开始平行接近法导引瞬间的目标视线角。

那么平行接近法的相对运动方程为：

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dr}{dt} = V_T \cos \eta_T - V_M \cos \eta_M \\ r \frac{dq}{dt} = V_M \sin \eta_M - V_T \sin \eta_T \\ q = \sigma_M + \eta_M \\ q = \sigma_T + \eta_T \\ \varepsilon_1 = \frac{dq}{dt} = 0 \end{array} \right. \quad (2-5)$$

可以导出 $V_M \sin \eta_M = V_T \sin \eta_T$ 运动关系。

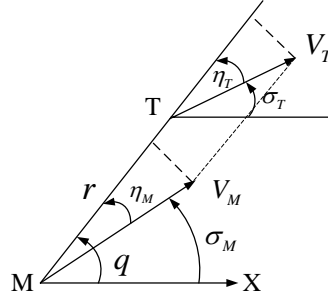


图 2-9 平行接近制导的相对运动关系

可以证明：不论目标作何种机动，采用平行接近法的导弹的需用法向过载总是小于目标的法向过载或者说导弹弹道的弯曲程度比目标航迹弯曲程度小，对导弹机动性的要求就可以小于目标的机动性。然而，平行接近法则要求制导系统在每一瞬时都要准确的测量目标及导弹的速度和前置角，并严格保持平行接近法的导引关系。这种导引方法对制导系统提出了很高的要求，工程实现难度较大。

2.2.3 比例制导的相对运动方程

比例导引法是指在攻击目标的导引过程中，导弹速度矢量的旋转角速度与目标视线的旋转角速度成比例的一种导引方法，其导引关系为 $\varepsilon_1 = \frac{d\sigma_M}{dt} - K \frac{dq}{dt} = 0$ ，其中 K 为比例系数，通常取 2~6 之间。实际上追踪制导和平行接近制导是比例制导的两种特殊情况，当 $K = 0$ 且 $\eta_M = 0$ 时，就是追踪制导；当 $K \rightarrow \infty$ 时，则 $\frac{dq}{dt} \rightarrow 0$ 成为平行接近制导。因此可以说比例制导是介于追踪制导和平行接近制导两种方法之间的一种制导方法，其弹道特性也介于两者之间。比例制导的相对运动方程可以写成：

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dr}{dt} = V_T \cos \eta_T - V_M \cos \eta_M \\ r \frac{dq}{dt} = V_M \sin \eta_M - V_T \sin \eta_T \\ q = \sigma_M + \eta_M \\ q = \sigma_T + \eta_T \\ \frac{d\sigma_M}{dt} = K \frac{dq}{dt} \end{array} \right. \quad (2-6)$$

通常为了简化研究，我们通常假设目标作等速直线飞行，导弹作等速飞行。可以推导出平行接近制导的法向过载为

$$n \propto \frac{\dot{V}_M \sin \eta_M - \dot{V}_T \sin \eta_T + V_T \dot{\sigma}_T \cos \eta_T}{KV_M \cos \eta_M + 2\dot{r}} \quad (2-7)$$

为了使得在导弹在接近过程中的视线角速度收敛，因此对于 K 的选择有下限要求，即 $K > \frac{2|\dot{r}|}{V \cos \eta}$ ；另一方面由于比例系数 K 的上限与导弹的法向过载成正比，因此 K 的上限值受到导弹可用法向过载的限制。

2.2.4 广义比例制导的相对运动方程

根据比例导引法，导弹速度的转动角速度与视线转动角速度成正比，即

$$\frac{d\sigma_M}{dt} = K \frac{dq}{dt} \quad (2-8)$$

式中， K 为比例系数，通常取 2~6。

广义比例导引法的导引关系为需用法向过载与目标线旋转角速度成比例，即

$$n = K_1 \frac{dq}{dt} \quad (2-9)$$

式中， K_1 为比例系数。如果考虑相对速度的影响，则

$$n = K_2 \left| \frac{dr}{dt} \right| \frac{dq}{dt} = K_2 |\dot{r}| \dot{q} \quad (2-10)$$

式中， K_2 为比例系数。

2.2.5 修正比例制导的相对运动方程

由于比例制导律的弹道需用过载受到导弹切向加速度、目标切向加速度、目标机动以及重力等的影响，因此现在许多自动寻的导弹都采用修正比例制导律。修正比例制导律的设计思想是：对引起目标线转动的几个因素进行补偿，使得由它们产生的弹道需用法向过载在命

中点附近尽量小。例如在铅垂平面内，考虑对导弹切向加速度和重力作用进行补偿的情况，由此建立的导引关系方程如下：

$$n = K_2 |\dot{r}| \dot{q} + \frac{N \dot{V}_m}{2g} \tan(\sigma_M - q) + \frac{N}{2} \cos \sigma_M \quad (2-11)$$

式中， N 为有效导航比，通常取为 3~5 之间； σ_M 和 q 分别为导弹的弹道倾角和弹目视线角。式(2-10)中右端第二项为导弹切向加速度补偿项，第三项为重力补偿项。

2.3 遥控制导的相对运动方程

遥控制导的导弹受到制导站的照射与控制，因此遥控制导时的导弹运动特性不仅与目标的运动状态有关，同时也与制导站的运动状态有关。由于制导站可能是固定的（如地空导弹的制导站为地面雷达），也有可能是活动的（如某些雷达制导空空导弹的制导站为载机或者预警机），因此在建立遥控制导的相对运动方程时还要考虑制导站的运动状态。通常为了研究简单，将制导站看作质点运动且运动的轨迹是完全已知的，此外还认为导弹、制导站和目标的运动始终在同一平面内或者可以分解到同一攻击平面内。

现在假设某一时刻，目标位于 T 点，导弹位于 M 点，制导站处于 C 点，则有如下图所示位置关系：

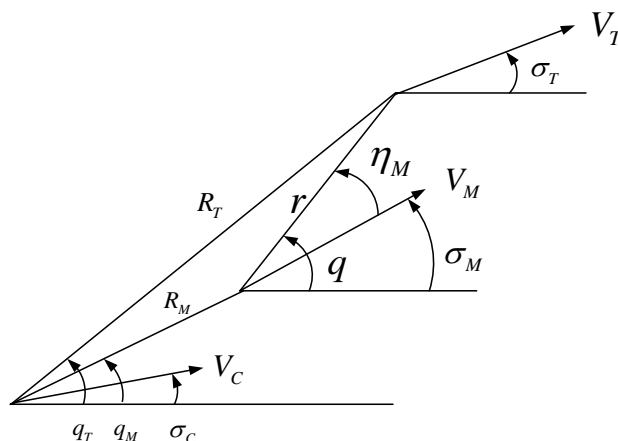


图 2-10 遥控制导的相对运动关系

其中 R_T 、 R_M 为目标、导弹距制导站的相对距离， q_T 、 q_M 分别为制导站—目标和制导站—导弹连线与基准线之间的夹角， σ_C 为制导站速度与基准线之间的夹角。其相对运动方程为

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dR_M}{dt} = V_M \cos(q_M - \sigma_M) - V_C \cos(q_M - \sigma_C) \\ R_M \frac{dq_M}{dt} = -V_M \sin(q_T - \sigma_T) + V_C \sin(q_T - \sigma_C) \\ \frac{dR_T}{dt} = V_T \cos(q_M - \sigma_M) - V_C \cos(q_M - \sigma_C) \\ R_T \frac{dq_M}{dt} = -V_T \sin(q_T - \sigma_T) + V_C \sin(q_T - \sigma_C) \\ \varepsilon_1 = 0 \end{array} \right. \quad (2-12)$$

在遥控制导中常见的导引方法有：

- (1) 三点法： $q_M = q_T$
- (2) 前置角法： $q_M - q_T = C_q(R_T - R_M)$

2.3.1 三点法制导的相对运动方程

三点法制导是指导弹在攻击目标的制导过程中，导弹始终处于制导站与目标的连线上，如果观察者从制导站上观察目标，则导弹的影像恰好与目标的影像相互重合，因此三点法导引也称为目标覆盖法或者重合法。

假设导弹、目标和制导站在同一平面内，目标位于 T 点，导弹位于 M 点，制导站位于 O 点且是静止的，则有如下位置关系：

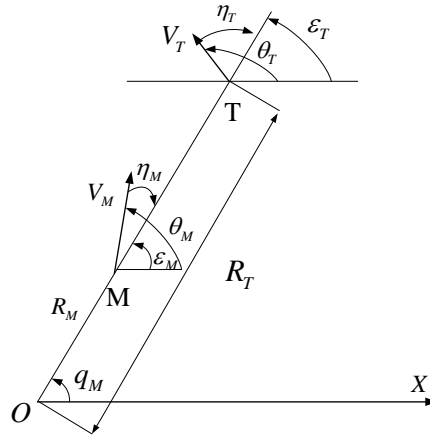


图 2-11 三点法制导的相对运动关系

那么运动学方程为

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dR_M}{dt} = V_M \cos \eta_M \\ R_M \frac{d\varepsilon_M}{dt} = -V_M \sin \eta_M \\ \frac{dR_T}{dt} = V_T \cos \eta_T \\ R_T \frac{d\varepsilon_T}{dt} = -V_T \sin \eta_T \\ \varepsilon_M = \theta_M + \eta_M \\ \varepsilon_T = \theta_T + \eta_T \\ \varepsilon_M = \varepsilon_T \end{array} \right. \quad (2-13)$$

三点法制导由于技术实施简单、抗干扰能力强，因此常常被用于攻击低速运动目标、高空俯冲目标和目标具有强烈干扰不能获得目标距离信息时的情况。常见使用三点法制导的导弹有反坦克导弹和地空导弹等。但是三点法也存在着明显的缺点：首先是弹道弯曲，特别是接近目标时弯曲程度越大，因此受到可用过载的限制。其次是制导系统的动态误差难以补偿，特别是当目标机动性很高时，由于跟踪系统的延迟会引起很大的制导偏差；最后三点法在攻击近距离目标和在超低空掠地飞行时，容易出现可用过载不足和撞地的危险。

2.3.2 前置角法制导的相对运动方程

为了改善三点法制导中弹道弯曲和命中点过载较大的缺点，可以将目标飞行的方向提前目标飞行方向一个角度，这种方法就是通常所说的“打提前量”，受到这种启发人们提出了前置角法制导。前置角法制导是指导弹在整个制导过程中，导弹和制导站连线始终超前于目标和制导站的连线，而这两条连线的夹角是按照某种规律变化。

假设导弹、目标和制导站在同一平面内，目标位于 T 点，导弹位于 M 点，制导站位于 O 点且是静止的，则有如下位置关系：

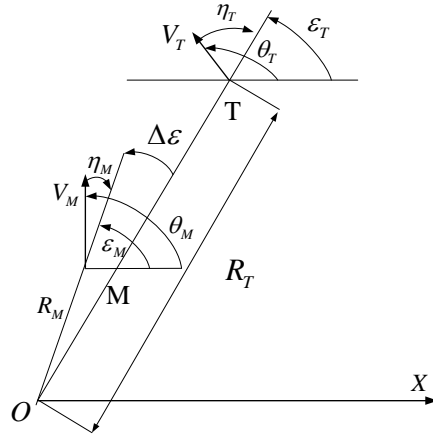


图 2-12 前置角法制导的相对运动关系

导引方程为 $\varepsilon_M = \varepsilon_T + \Delta\varepsilon$ ， $\Delta\varepsilon$ 为前置角。为了保证弹道的平直，一般要求导弹在接近目标时 $\dot{\varepsilon}_M$ 趋于零，因此导引方程可以写为

$$\varepsilon_M = \varepsilon_T - \frac{\dot{\varepsilon}_T}{\Delta\dot{R}} \Delta R \quad (2-14)$$

那么采用半前置角法的相对运动方程为

$$\begin{cases} \frac{dR_M}{dt} = V_M \cos \eta_M \\ R_M \frac{d\varepsilon_M}{dt} = -V_M \sin \eta_M \\ \frac{dR_T}{dt} = V_T \cos \eta_T \\ R_T \frac{d\varepsilon_T}{dt} = -V_T \sin \eta_T \\ \varepsilon_M = \theta_M + \eta_M \\ \varepsilon_T = \theta_T + \eta_T \\ \varepsilon_M = \varepsilon_T - \frac{1}{2} \frac{\dot{\varepsilon}_T}{\Delta\dot{R}} \Delta R \\ \Delta R = R_T - R_M \\ \Delta\dot{R} = \dot{R}_T - \dot{R}_M \end{cases} \quad (2-15)$$

有时为了使得在命中点导弹过载不受目标机动的影响，也可采用半前置角法，则导引方程为

$$\varepsilon_M = \varepsilon_T - \frac{1}{2} \frac{\dot{\varepsilon}_T}{\Delta\dot{R}} \Delta R \quad (2-16)$$

尽管（半）前置角法在命中点的过载不受目标机动影响，但是在实现制导的过程中要不断测量导弹和目标的相对距离和高低角等参数，这就使得制导系统的结构比较复杂，技术实施比较困难。特别是当目标进行主动干扰时会出现很大的起伏误差。

2.4 导弹制导系统的建模原则

对于导弹制导系统的设计是基于导弹、目标和制导站之间的相对运动方程进行的。但是如何将一个实际应用问题转换为质点的运动方程关系，就必须依照一定的原则进行建模。

由于运动方程是建立在一定的坐标系和攻击平面上的，因此要将一个实际问题转换为运动方程就必须建立适当的坐标系和研究平面。通常对于地面固定装置发射的导弹在不考虑地球自转影响情况下，多采用地面固定坐标系或者制导站坐标系；如果对于动载体发射的自动寻的制导导弹，坐标系原点可以选在导弹发射的瞬时点或者导弹的启控点；如果对于动载体发射的遥控制导导弹，则需要选取一个惯性坐标系（如地面固定坐标系）研究导弹、目标和制导站的相对运动关系。

通常对于制导律的研究总是假设在一个攻击平面内，例如反坦克导弹在水平攻击目标过程中在垂直方向运动较小，那么攻击平面就可选择水平面。但是对于绝大多数导弹和目标都是在三维空间内飞行，因此人们常常将导弹的三维运动分解到两个垂直平面内的运动，通常选取的平面是水平面和速度矢量所在的铅垂面。这样可以在水平面和铅垂面内分别设计制导律，通过在两个平面的轨迹可以构建出三维的导弹和目标运动轨迹。

第三章 导弹的制导系统设计与仿真

3.1 导弹制导律的设计方法和步骤

导弹的制导律设计主要针对导弹和目标作为质点运动的情况，由于在设计制导律时是不考虑导弹的姿态和气动力矩的，所以对于导弹制导律设计主要考虑的是导弹受到的力。对于考虑成质点运动的导弹，主要考虑重力 G 、发动机推力 P 和气动力的作用。如图 3-1 所示，在地面坐标系为参考系的情况下，其中重力 G 始终指向铅垂方向或者地心；发动机推力 P 一般沿着弹轴方向向前，但通常导弹的攻角比较小（ $\leq 5^\circ \sim 10^\circ$ ），可以认为推力 P 沿着速度方向向前。

由于气动力是控制导弹在三维空间中飞行的主要力，因此为了控制导弹在三维空间中的飞行，需要将三维空间的制导问题分解到两个相互垂直平面内的制导律设计。这样在两个平面内分别设计制导律即可得到在两个平面内的所需要的控制力。将这两个控制分力合成就得到了控制导弹飞行的合控制力。

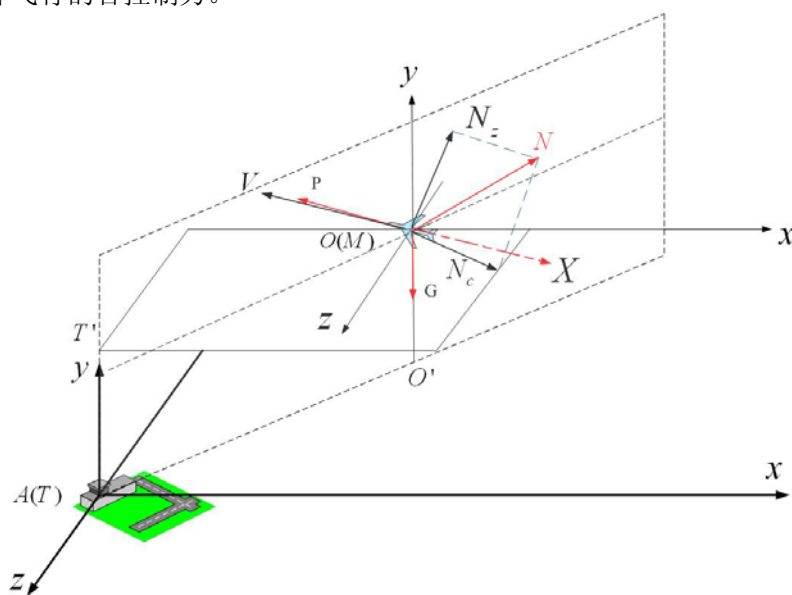


图 3-1 制导律设计中导弹的坐标系与受力分析

如图 3-1 所示，在近地战术导弹的制导律设计中，导弹受到的力常常被分解到相互垂直的纵向攻击平面和侧向攻击平面内，其中侧向攻击平面通常选取过包含导弹质心 $O(M)$ 或目标点 $A(T)$ 的水平面，纵向攻击平面通常选取重力矢量 \vec{G} 和目标点 T 构成的铅垂面。那么导弹在轴向受到的发动机推力 P 与阻力 X 的合力将直接影响导弹的速度；而导弹在法向受到

的气动力合力被称为法向过载 N ，通常将其分解到在纵向和侧向攻击平面内，为了区别这两个法向力，将纵向平面的法向力称为纵向过载 N_z ，将侧向平面的法向力称为侧向过载 N_c 。

制导律的设计过程就是将导弹受到的力分解到纵向和侧向攻击平面内，分别在两个平面内设计制导律。通过在两个平面内的二维位置解算，最终可以构成在制导律控制下的导弹在三维空间中的运动轨迹。因此一般说来，三维空间的制导律步骤可以分为以下几步：

- 1) 分析导弹作战场景，选取合适的公共参考坐标系和两个攻击平面；
- 2) 分析导弹受到的力，将导弹的受力和速度矢量分解到两个攻击平面；
- 3) 在攻击平面内，分析弹目相对运动关系，建立运动方程，设计攻击平面内的制导律；
- 4) 在各自平面内按照运动方程搭建 Simulink 仿真框图；
- 5) 合理设置仿真参数，进行数字仿真，注意观测仿真结果，检查模块中的错误；
- 6) 输出各攻击平面内的仿真结果和关键数据，并将各自平面内的仿真结果按照空间关系合成到三维空间中，最终形成三维空间上的弹目飞行轨迹和实际过载；
- 7) 分析导弹飞行过程中的过载和脱靶量等指标，并对制导律进行评价。

3.2 导弹制导律的 Matlab 编程和仿真

本节将以反坦克导弹攻击运动中的坦克或低空直升机为作战场景，按照三点法制导律设计导弹的制导律和仿真，在设计和仿真的过程中将介绍 Matlab Simlink 的使用。

例 3-1：已知在某平原上，一辆美制 M1A2 主战坦克正在自东向西作水平匀速直线运动， $V_T = 15m/s$ ，我方反坦克步兵使用固定式“红箭-8”反坦克导弹按照三点法进行导引攻击，假设导弹速度飞行中近似不变， $V_M = 200m/s$ ，开始引导瞬间发射点距离目标 $R_{T0} = 4000m$ ，导弹距离发射点正前方 $R_{M0} = 50m$ ，此时导弹、目标与制导站三点成为一线，且 $q_{M0} = q_{T0} = 80^\circ$ ，试对该导弹的攻击过程进行分析建模，搭建仿真框图并进行仿真，并绘制弹道曲线和导弹的法向过载曲线。

解：

- 1) 第一步：选取坐标系和攻击平面

通常步兵使用反坦克导弹攻击坦克时，发射点和坦克基本在同一水平面，并且采用三点法制导的导弹整个飞行过程也几乎在这个水平面内，因此攻击平面主要考虑为发射点和坦克所在的水平面，而导弹在纵向铅垂平面的运动可以近似认为是等高度水平飞行。另一方面，步兵使用的反坦克导弹射程一般不超过 5km，因此可以认为地面是水平大地且不考虑地球自转等影响。因此可以选取地面坐标系 $Axyz$ ，原点 A 与制导站（发射点）重合， Az 轴平行与

目标运动方向且指向正东， A_z 轴指向正北， A_y 指向天向，攻击平面为 Axz 平面（如图 3-2 所示）。

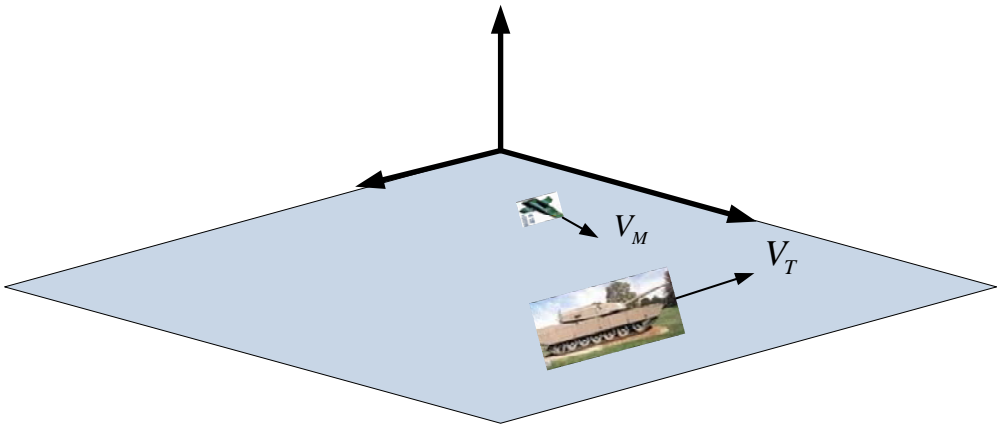


图 3-2 反坦克导弹攻击坦克时的坐标系和攻击平面选取

2) 第二步：导弹的受力分析和矢量分解

现在分析导弹的受力情况，通常导弹会受到重力、气动力（升力、侧向力和阻力）、发动机推力的作用。对于本例题来说，由于反坦克导弹攻击坦克主要在攻击水平面内，因此可以近似认为在铅垂方向上，重力和升力相互平衡，因此不再考虑；而对于阻力，通常其与速度方向相反，会减小导弹的速度，在本例题中为了简单期间，暂时不考虑阻力的影响；对于发动机推力，由于反坦克导弹的发动机通常在发射初期就已经燃烧完毕，因此仿真阶段为无动力的自由飞行阶段，发动机推力为零。由于导弹主要在水平面内飞行，因此可以认为导弹的速度也在水平面内，所以重力不会影响到导弹的速度。另一方面假设导弹的阻力和推力为零时，因此可以认为导弹在攻击过程中的速度恒定不变。

那么可以看到，在攻击水平平面内导弹只受到气动侧向力的作用，气动侧向力是垂直速度方向的气动力，实际上这个水平气动侧向力正是改变导弹飞行轨迹的控制力。制导律的设计正是设计出导弹在飞行过程中的控制力变化，从而验证导弹攻击目标的精度并对导弹的总体设计进行指导。

3) 第三步：分析弹目运动关系，建立运动方程

在水平攻击平面内，以 Axz 为直角坐标系， M 表示导弹当前所在的位置， T 表示目标当前位置。 θ_M 为导弹速度方向与基准线 A_z 的夹角，通常称为弹道偏角或者航迹偏角。 q_M 为制导站观测导弹的视线角， q_T 为制导站观测坦克目标的视线角，而三点法制导的关键就是要求保证在飞行的过程中 q_M 和 q_T 始终相等。导弹与目标的相对运动关系如图 3-3 所示。

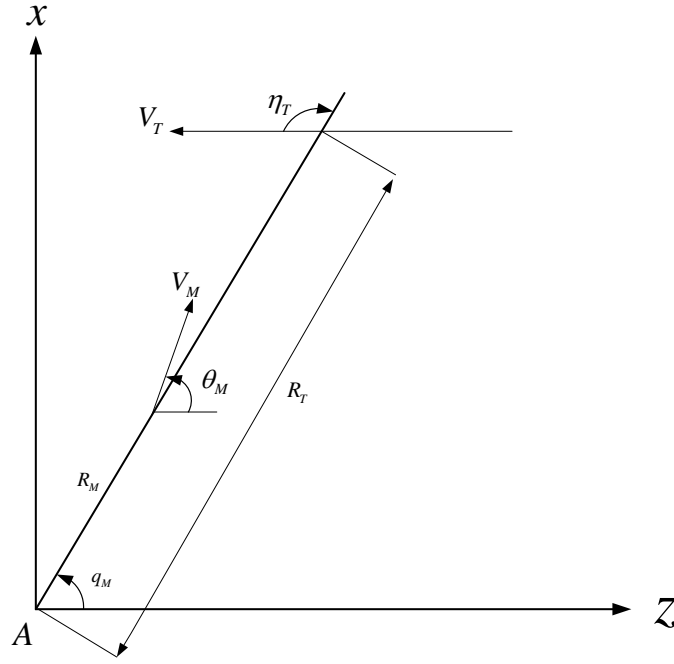


图 3-3 反坦克导弹攻击坦克时的三点法相对运动关系图

则由飞行力学知识可以建立弹目之间的相对运动方程为：

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dR_M}{dt} = V_M \cos(q_M - \theta_M) \\ R_M \frac{dq_M}{dt} = -V_M \sin(q_M - \theta_M) \\ \frac{dR_T}{dt} = -V_T \cos q_T \\ R_T \frac{dq_T}{dt} = V_T \sin q_T \\ q_M = q_T \end{array} \right. \quad (3-1)$$

利用 $q_M = q_T$ 的关系可以将方程组改写并拆分为：

$$\frac{dR_M}{dt} = V_M \cos(q_M - \theta_M) \quad (3-2)$$

$$\frac{dq_M}{dt} = -\frac{V_M}{R_M} \sin(q_M - \theta_M) \quad (3-3)$$

$$\theta_M = q_M + \arcsin\left(\frac{V_T R_M}{V_M R_T} \sin q_M\right) \quad (3-4)$$

$$\frac{dR_T}{dt} = -V_T \cos q_T \quad (3-5)$$

$$\frac{dq_T}{dt} = \frac{V_T}{R_T} \sin q_T \quad (3-6)$$

其中公式(3-2)~(3-4)描述的是导弹的运动关系，公式(3-5)和(3-6)描述的是目标的运动关系，公式(3-4)中包含了导弹满足三点法制导律时的控制关系。

4) 第四步：按照运动学关系使用 Simulink 搭建仿真框图

利用 Simulink 搭建仿真框图时是依据运动学关系进行搭建的，如上面所述，公式(3-2)~(3-4)是描述导弹的运动学关系的，因此可以将其封装在一个关于导弹的功能仿真模块中；而公式(3-5)和(3-6)描述的是目标的运动学关系的，因此可以封装在关于坦克目标的模块中。

对于坦克目标仿真模块，由于目标的运动是由目标相对制导站的初始位置和初始视线角以及目标的运动速度所决定，因此可以将这三个参数作为独立参数设置单元放置目标模块之外方便调试使用。当然目标运动在本例题中除了这几个参数确定外，其他无任何输入，因此目标模块只有动态的输出，而无动态的输入。而导弹的运动受到导弹初始位置、导弹速度和目标运动的影响，因此是一个多输入参数和动态数据输入的仿真模块。当然，为了方便我们对仿真结果和关键数据的观察，我们也会将导弹和坦克目标的部分输出引出。整个导弹和目标的仿真框图可以搭建成下图所示。

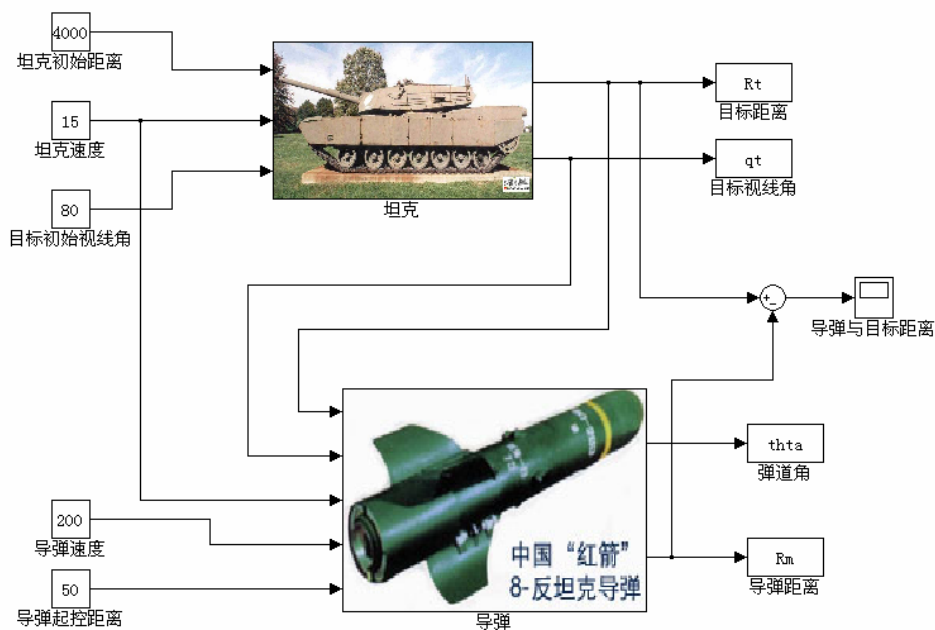


图 3-4 反坦克导弹攻击坦克时的三点法制导回路仿真框图

对于坦克目标的仿真模块，其利用公式(3-5)和(3-6)的具体搭建模块构成如下图所示。其中“arc to degree”和“degree to arc”分别是将弧度转换为角度和将角度转换为弧度的自编数学函数模块。 $d(R_t)$ 的自编函数模块是依照公式(3-5)编写的计算 dR_t / dt 的模块， $d(q_t)$ 的自编函数模块是依照公式(3-6)编写的计算 dq_t / dt 的模块。

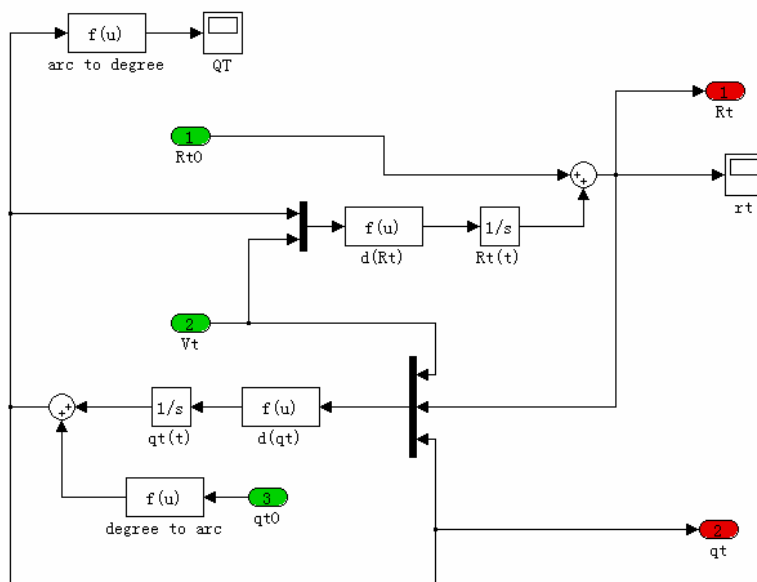


图 3-5 坦克目标模块的具体仿真框图

需要说明的是，在编写较复杂的函数模块时，如果参数变量较多，可以使用 Simulink 中 Single Routing 类中 Mux 模块将多路信号合并成一路复合信号 u （实际上是一个一维数组），这样在函数编写时可以使用 $u(1), u(2)$ 名称来替代输入变量名。例如在计算 $d(R_t)$ 的公式中需要计算 $-V_T \cos q_T$ 。在使用时我们将 q_T 和 V_T 作为输入复合信号 u ，则 $u(1) = q_T$ ， $u(2) = V_T$ ，那么函数模块可以写成下图所示。

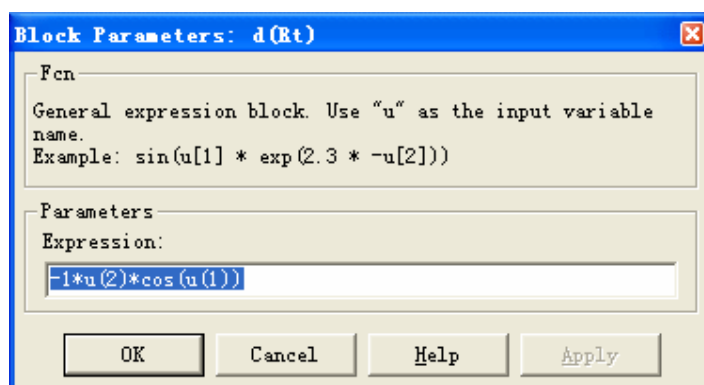


图 3-6 自编函数表达式仿真框图

同理可以按照公式(3-2)~(3-4)编写导弹仿真模块，如下图所示。

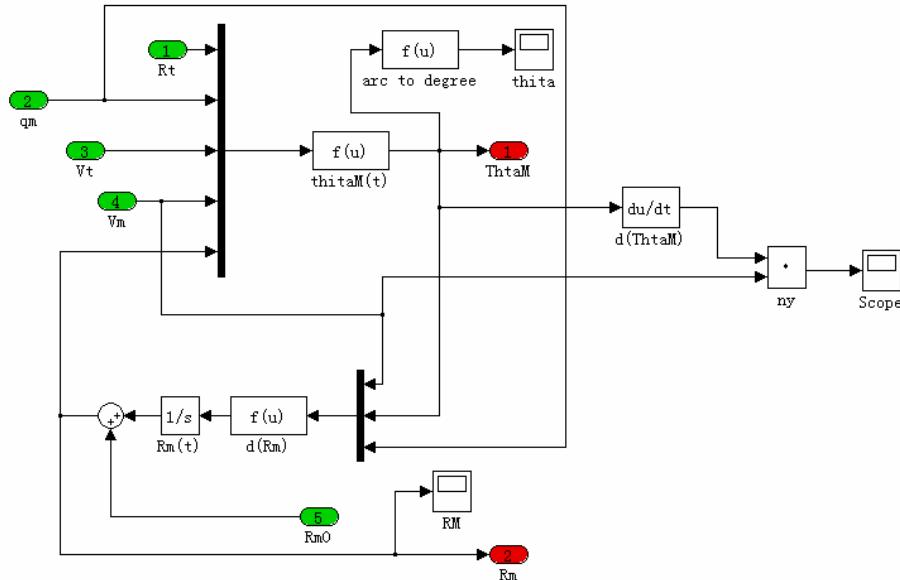


图 3-7 反坦克导弹模块的具体仿真框图

5) 第五步：合理设置仿真参数进行数字仿真

在进行数字仿真之前，需要对 Simulink 的仿真环境进行设置，在设置界面中通常需要设置仿真起止时间和仿真步长。仿真的起始时间通常从 0 开始，结束时间最好以导弹击中目标的时刻为结束时间。但是对于导弹击中目标的时间并不事先知道，通常可以根据弹目距离和速度进行大致估算，并将估算的时间适当放长后作为仿真结束时间。

仿真步长对于导弹数字仿真是一个非常重要的参数设置。我们都知道，导弹的飞行是连续的飞行，但是计算机的数字仿真是离散分步进行的，因此仿真步长就是将仿真过程离散化的设置参数。仿真步长从理论上说是越小越好，但是过小的仿真步长会增加仿真的计算量，使计算时间过长；而过大的仿真步长会使得离散误差增大，影响仿真结果的精度。那么如何选择合适的步长呢？Matlab Simulink 为我们提供了两种途径：变步长和定步长仿真。

定步长仿真是仿真过程中按照固定的步长进行仿真，其设置界面如图 3-8 所示。选择仿真解算类型“定步长”（Fixed step），在下面对话框中可以设定定步长值（Fixed step size），一般对导弹仿真的步长可以设置在 0.001~0.1 之间。当然还可以选择定步长离散时，按照几阶精度进行，如一阶（ode1）和二阶（ode2）展开。定步长的优点在于 Simulink 的每一步时间推进都是严格按照设定的时间步长进行，因此在分析仿真数据和误差时比较方便，所以通常情况下我们都会选择定步长仿真。

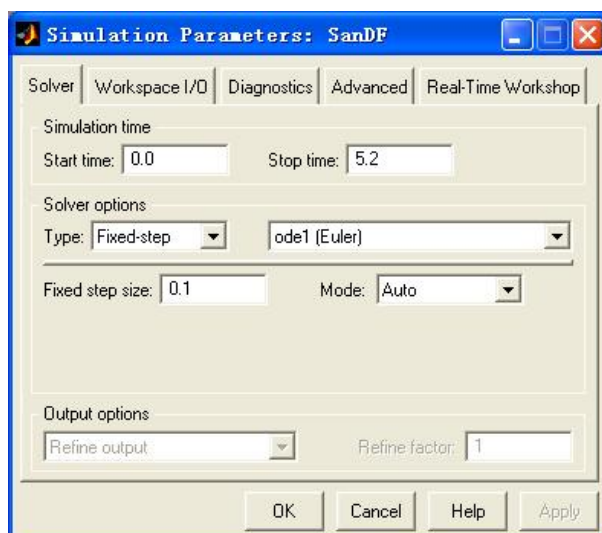


图 3-8 定步长仿真参数设置图

当然定步长仿真也有自身的不足，例如对于一些动态频率变化很大的导弹，在飞行平缓段设定的大步长能够满足精度和时间的要求，而在某些高频变化段设定的步长则无法满足精度要求。对于这种情况时，可以选择变步长（Variable step）仿真参数设置，如图 3-8 所示。变步长设置时只需要设置最大步长值（Max step size）即可，此时 Simulink 在信号变化缓慢时采用最大步长仿真，在信号变化剧烈时自动减小步长，以确保仿真精度。

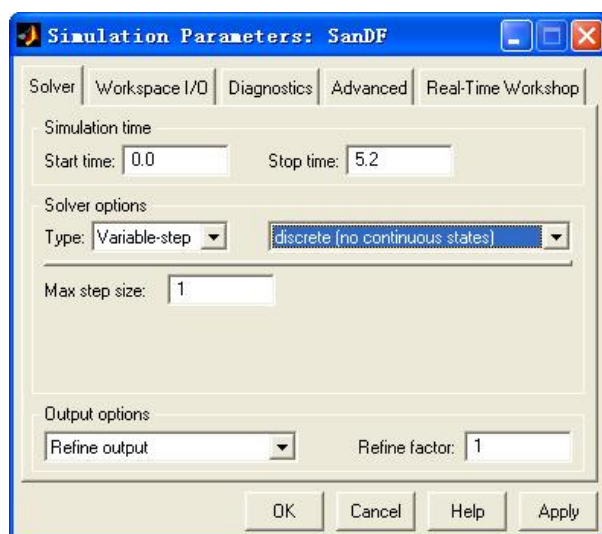


图 3-9 变步长仿真参数设置图

6) 第六步：输出仿真结果，合成飞行轨迹

由于本例题中，导弹是在水平面内飞行，而在高度方向上是认为等高度飞行的，因此这

里仅输出在水平面内的仿真结果和关键数据曲线。

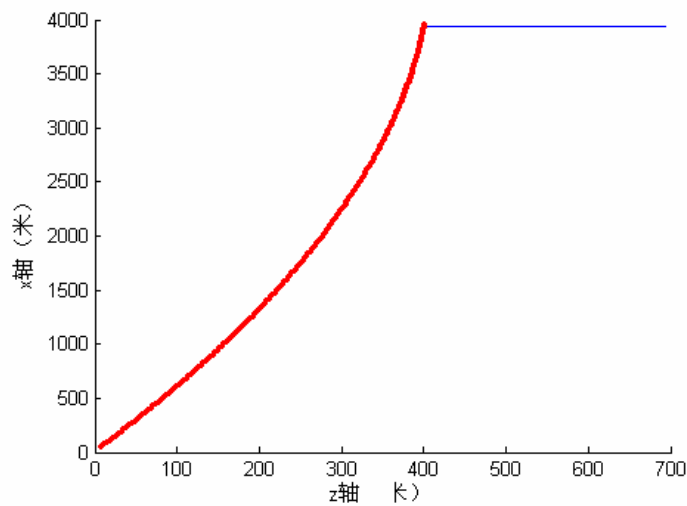


图 3-10 反坦克导弹弹道和坦克目标运动轨迹的仿真曲线
(粗线为导弹弹道，细线为坦克目标运动轨迹)

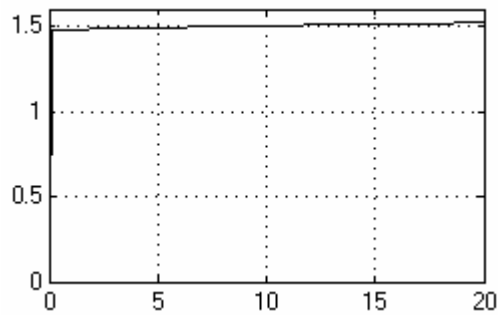


图 3-11 反坦克导弹攻击坦克目标的三点法制导过程中的侧向过载曲线
(横坐标为时间轴 (秒)，纵轴为侧向过载 (米/秒²))

7) 第七步：分析仿真结果

从仿真曲线中可以看到，由于导弹飞行速度较高，而坦克的速度较小，同时导弹相对于目标的距离较远，导弹具有足够的时间和机动性攻击慢速的坦克目标，因而导弹击中了目标，并且飞行轨迹比较平滑，导弹在攻击过程中的需用过载较小。当然，本例题的仿真是在攻击条件较好且不考虑观测噪声和控制能力影响的条件下得到的理想结果。

例 3-2：反坦克导弹在使用中往往不限于攻击低速的装甲目标，对于诸如美制“海尔法”和俄制“菊花”的高性能反坦克导弹往往可以攻击低空飞行的直升机和低速固定翼飞机。在本例题中，如果反坦克导弹由我方悬停的武装直升机携带攻击的攻击处于同一水平面的敌方直升机，导弹起控时 $R_{T0}=1000m$ ，敌方直升机仍做由东向西的水平飞行，目标飞行速度

$V_T = 100m/s$ ，其他条件和原题一致，试对这种作战情况进行仿真，并给出导弹和法向过载曲线。

解：

仿真模块仍然使用例 1 的仿真程序，现将目标的运动参数和距离更改为直升机的参数，仿真后得到弹目轨迹和导弹轨迹曲线如下：

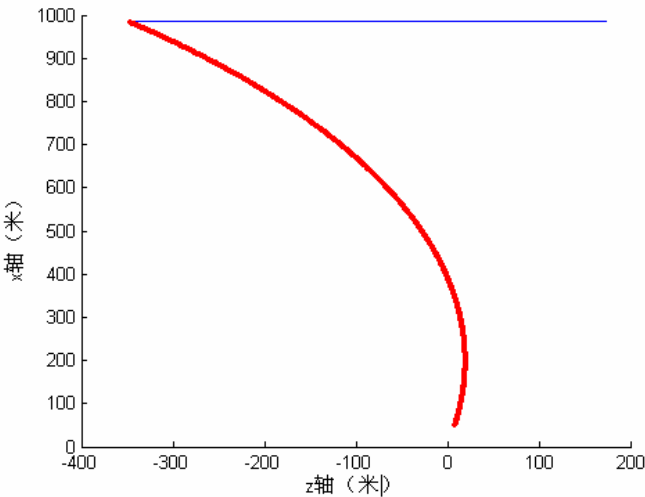


图 3-12 反坦克导弹弹道和直升机目标运动轨迹的仿真曲线
(粗线为导弹弹道，细线为目标运动轨迹)

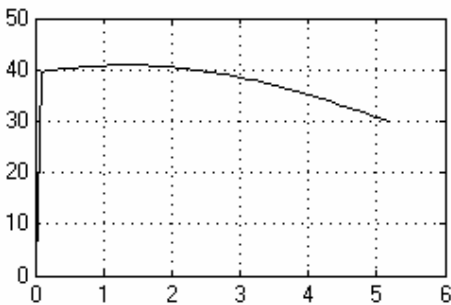


图 3-13 反坦克导弹攻击直升机目标的三点法制导过程中的侧向过载曲线
(横坐标为时间轴 (秒)，纵轴为侧向过载 (米/秒²))

从仿真曲线中可以看到，由于敌方直升机的飞行速度较快，且导弹与目标的距离较近，因此导弹攻击直升机目标的弹道轨迹比较弯曲，导弹的需用过载较大，这对导弹的转弯能力提出了苛刻的要求。实际上由《飞行力学》课程的知识可以知道，弹目的速度比 $p = V_M / V_T$ 和距离比 $k = R_T / R_M$ 对导弹的弹道曲线和法向过载有很大的影响。而对于每种导弹都是有最大可用过载的，因此同一种导弹在不同战况下攻击不同目标时就可能出现不同的脱靶量。

3.3 导弹制导律仿真中的现实问题

在上节的导弹制导律仿真中我们仅仅考虑了导弹作为理想质点在二维平面内的运动仿真。在实际的制导律仿真过程中，除了导弹会在三维空间内运动之外，导弹在攻击过程中还要不断的测量目标的信息，并且控制自身的机动。那么在这里就出现了两个实际问题：一个是测量问题，一个是控制能力问题。

测量问题是指在导弹或制导站需要测量目标位置、速度等运动信息后才能控制导弹飞向目标。但是在导弹或制导站测量目标运动信息时，由于测量设备或者仪器精度或测量方法所带来的误差和偏差。例如在三点法中，需要准确测量 q_T 和 q_M ，但无论是光学测量或者雷达测量都会存在着测量误差。这写误差中包括仪器设备噪声引起的随机误差，也包括测量方法或者操作者引入的特定偏差（例如射手瞄准跟踪目标过程中，瞄准线通常总会略微落后于目标的运动）。

控制能力问题是指导弹在飞向目标的过程中需要控制导弹的转弯，但是对于任何导弹来说都存在着最大转弯能力，也就是我们说的最大可用过载。因此对于某些导弹在攻击某些高机动目标时，就可能存在导弹需要大转弯时导弹的转弯能力不够。在这种情况下，导弹不能按照制导律所理想的弹道飞行，而只能按照自身的最大机动过载所能提供的轨迹飞行。

正是由于测量问题和控制能力问题的存在，使得导弹在攻击目标的过程中不可能每次都能恰好精确得与目标物理碰撞，所以就存在着导弹偏离目标最小量得问题，这就是我们说得脱靶量问题。脱靶量是指在整个攻击的过程中，在同一瞬间导弹与目标（瞄准点）的最小距离值。脱靶量是导弹制导系统设计和仿真中的一个重要指标，我们很希望脱靶量为零，但这在实际中是不可能每次都能实现的，因此我们对不同导弹的脱靶量就有不同的要求。例如，击毁坦克或者装甲车辆等硬目标需要导弹直接命中目标，当然这些目标也有自身的尺寸（坦克约为 5~7 米长，2~3 米高），因此如果我们瞄准坦克的中心，那么反坦克导弹偏离开目标瞄准点 1~2 米都可击中目标。而对于飞机等高机动性目标，导弹很难直接击中目标，所幸的是飞机属于较脆弱的软目标，因此空空导弹和防空导弹的战斗部起爆后可以形成一定范围的杀伤半径。那么飞机只要在这个杀伤半径内就可被击毁或击伤，这时对空空导弹或者防空导弹的脱靶量就可以要求在 5~10 米之内。

当然，导弹在飞行过程中还会受到空气阻力和发动机推力的作用，它们也会影响到导弹的飞行轨迹和脱靶量，因此在现实中也考虑，下面我们就以俄制“萨姆 2”型防空导弹攻击美制“U-2”高空侦察机为例，介绍在三维空间中的实际制导律设计建模和仿真方法。

例 3-3：“萨姆 2”型防空导弹属于原苏联 60 年代研制的第一代中高空全天候防空导弹。

其采用雷达指令制导方式，即地面防空雷达瞄准跟踪敌机测量 q_T ，同时测量己方发射导弹的视线角 q_M ，地面站通过无线电指令控制导弹使得导弹按照一定规律飞向目标。在本例中我们不妨设“萨姆 2”型防空导弹采用三点法制导，那么无线电控制指令就要求导弹飞行过程始终保证 $q_M = q_T$ 。

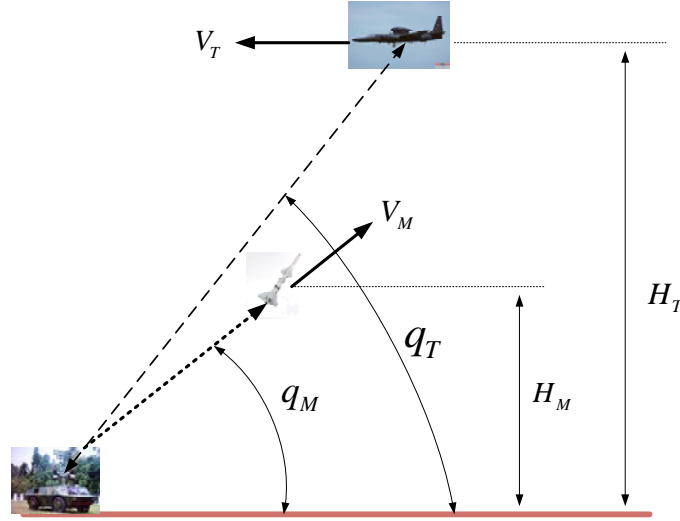


图 3-14 萨姆 2 防空导弹攻击 U2 高空侦察机的示意图

现在描述作战环境：以地面部署的“萨姆 2”型防空导弹单元为原点，美制“U-2”高空侦察机距离原点北向距离 30000m，飞行高度 20000m，飞机自东向西水平飞行，水平飞行速度为 600m/s。当我方导弹发射后，敌方飞行员为躲避导弹攻击驾驶飞机以频率 0.01Hz，振幅为 100m 的正弦在高度上做起伏机动，此时飞机水平航向和水平飞行速度保持不变。已知我方防空导弹起控位置距离发射原点东向水平距离 500m，高度 500m，方位角东偏北 45° ，此时防空导弹发动机工作完毕，速度大小为 1200m/s ，速度方向与原点 and 导弹当前位置连线同向，此时敌机位置为机动正弦的波峰处，即高度 20200m，目标方位角东偏北 45° 。

导弹飞行过程中，受到重力、推力、空气阻力和气动控制力的作用。其中重力加速度全高度范围内认为是常值，取 $g = 10\text{m/s}^2$ ，假设导弹的质量恒定为 $m = 1500\text{kg}$ ；对于要拦截高空高速目标的导弹，通常要求导弹相对于目标有较高的速度，因此往往采用多级液体发动机为导弹提供连续推力，在本例中假设发动机推力在全程恒定为 $P = 50000\text{N}$ 空气阻力通常与速度的平方成正比且随高度增加而下降，不妨将空气阻力的表达式写为 $f = k_f V_M^2$ (N)，其中 $k_f = 0.0001\exp(-0.00002H_M)$ ；气动控制力是导弹操纵舵面改变导弹姿态而引起的侧向力变化，通常气动控制力上限（即可用过载）随着高度增加、空气密度的减小是下降的。对于“萨姆 2”型防空导弹属于轴对称非滚转导弹，俯仰和偏航通道为独立控制，因此不妨设两个攻击平面方向的最大可用过载均为 $n_p = 300\text{m/s}^2$ （也就是 $30g$ ）。此外由于雷达对目

标和导弹的测量均有误差，不妨设雷达的测量误差是无偏的随机误差，那么可以假设 q_T 的噪声为 $\sigma_T = 2mrad$ 的高斯白噪声， q_M 的噪声为 $\sigma_T = 1mrad$ 的高斯白噪声。那么试对该作战场景建模、设计制导律、搭建仿真模块并仿真分析。

解：

1) 第一步：选取参考坐标系和划分攻击平面

由于“萨姆2”型防空导弹的作战半径不超过 50km，高度不超过 30km，且飞行时间较短，因此可以认为大地是平面大地，且不考虑地球自转。故可以设定参考坐标系为地面坐标系 $Axyz$ ，其中原点 A 位于地面的雷达制导站上， Az 轴水平指向正东， Ax 轴水平指向正北， Ay 轴铅垂指向天向。此时由于目标和导弹在三维空间上的机动，因此需要将运动分解到两个相互垂直的攻击平面。对于本题德情况，侧向攻击平面可以选择 Axz 水平面；对于纵向攻击平面考虑到三点法制导的特点，可以选择制导站和目标所在的铅垂平面 ATT' ，其中 T' 为飞机在水平面 Axz 上的投影点（如图 3-15 所示）。

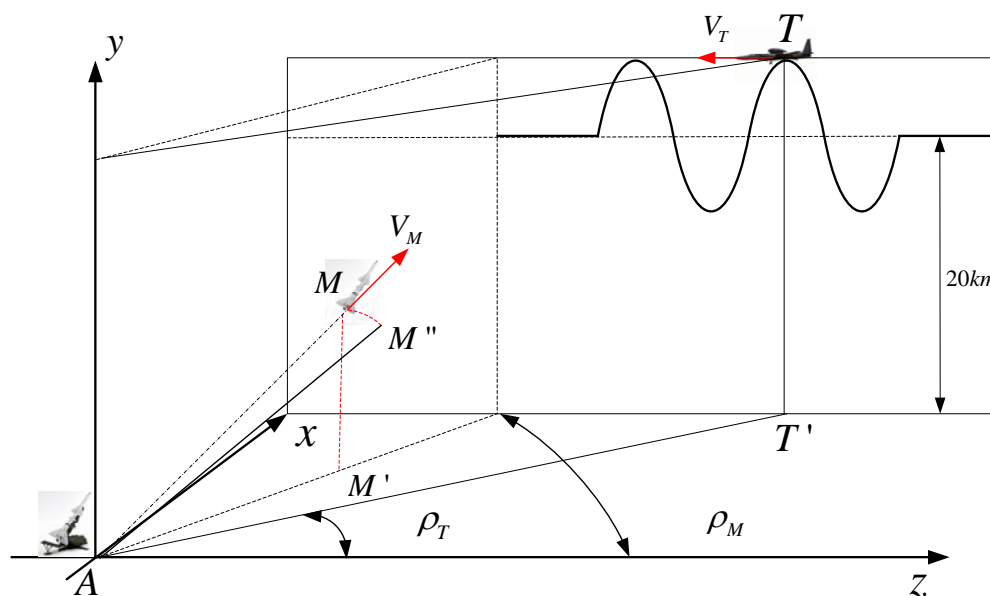


图 3-15 参考坐标系定义和攻击平面的划分

2) 第二步：导弹的受力分析并进行两个平面内的矢量分解

从题目分析可以知道导弹飞行过程中受到重力、气动阻力和控制力的作用，为了研究方便起见，我们将导弹的受力分解到两个相互垂直的攻击平面内，其中重力、气动阻力和纵向控制力的力在纵向攻击平面内，气动阻力的水平分量和侧向力在侧向（水平）攻击平面内。现在我们分别在两个攻击平面内进行制导律设计和仿真。

对于纵向攻击平面 ATT' 内，地面雷达制导站和目标在该平面内，但导弹并不一定总在

该平面内。严格意义上说应当将导弹的受力和速度投影到纵向攻击平面上，但是三点法制导过程中导弹一般不会偏离纵向攻击平面太远，因此可以近似得将导弹的受力和速度在纵向攻击平面 ATT' 内分析，其受力和速度分析如图 3-16 所示。

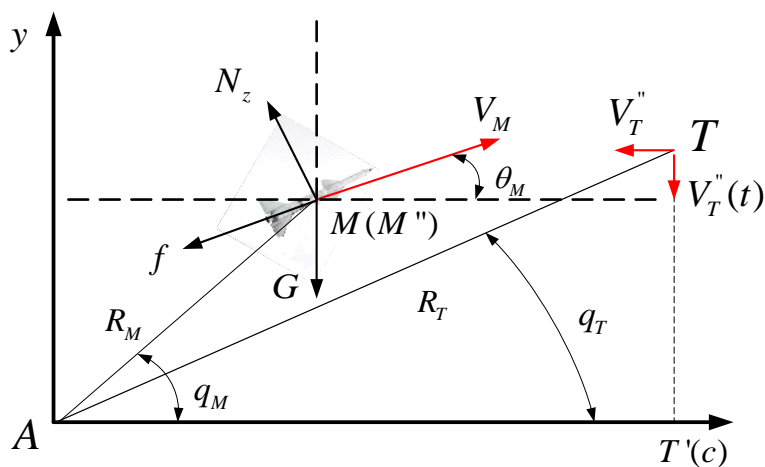


图 3-16 纵向攻击平面内的受力和速度分析

在侧向攻击平面 Axz 内，导弹和目标的运动关系主要表现为其投影点 M' 和 T' 的相对运动关系。由于侧向攻击平面主要研究导弹侧向机动关系，因此在进行力的分解时主要考虑侧向控制力 N_c 的影响。当然空气阻力、纵向控制力主要表现在对导弹速度和弹道倾角的影响，在侧向攻击平面内均表现为导弹速度在水平面分量 V_M' 的变化，其关系如下图所示。

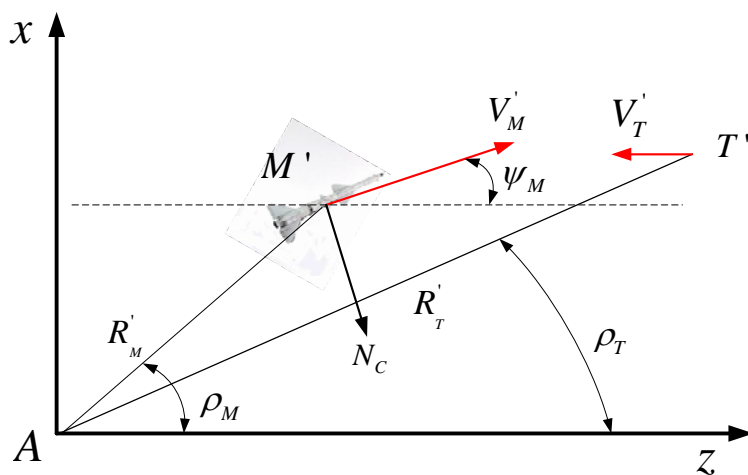


图 3-17 侧向攻击平面内的受力和速度分析

3) 第三步：在攻击平面内分析弹目运动关系，建立相对运动方程

在纵向攻击平面内，以 AyT' 为直角坐标系，规定 AT' 轴为 c 轴，则可以将导弹的受力、

速度和运动正交分解到 y 轴和 c 轴上。在本例题中，考虑到导弹制导律中的现实问题，不可能保证导弹的视线角 q_M 和目标的视线角 q_M 始终与相等，因此如例 3-1 中所使用的三点法制导理想方程组已不再适合，故需要使用《飞行力学》中的导弹运动方程组建立相对运动关系。在纵向攻击平面中 y 轴和 c 轴构成的直角坐标系上，可以列写导弹运动方程组：

$$\begin{cases} m \frac{dV_M}{dt} = P - f - mg \sin \theta_M \\ mV_M \frac{d\theta_M}{dt} = N_z - mg \cos \theta_M \\ \frac{d(c_M)}{dt} = V_M \cos \theta_M \\ \frac{d(y_M)}{dt} = V_M \sin \theta_M \end{cases} \quad (3-7)$$

方程组中 $f = k_f V_M^2$ ， $k_f = 0.0003 \exp(-0.00002y)$ ，可以看出导弹在纵向平面内的运动主要由纵向控制力，气动阻力和重力的共同作用确定。下面写出飞机目标在纵向平面内的运动方程组：

$$\begin{cases} c_T(t) = c_T(0) - V_T \cos[\rho_T(t)] \\ y_T(t) = 20000 + 200 \times \cos(2\pi \times 0.02t) \end{cases} \quad (3-8)$$

方程组 (3-8) 由飞机目标自身的飞行轨迹确定，因此在仿真中已经是确定性函数。方程组 (3-7) 中存在着导弹侧向控制力 N_z ，而这个力恰恰是由制导律所给出的。如果规定 N_z 向上为正，则由制导律确定控制力的公式为：

$$N_z = K_z(q_T - q_M) \quad (3-9)$$

其中系数 K_z 表征了导弹制导指令与实际产生的纵向控制力能力的关系，通常这个系数由姿态控制系统、舵执行机构系统和弹体气动特性决定。在本例题中，我们不妨设 $K_z = 100 \sim 200$ (N/degree)，但应考虑到过载限制 $N_z = 300m/s^2$ 应设置饱和限幅。

在侧向攻击平面 Axz ，同理利用 x 轴和 z 轴两个正交轴进行分解计算。对于导弹受到的空气阻力和纵向气动控制力主要影响导弹速度水平分量 V_M' 的大小，而这个分量可以由纵向平面给出 $V_M' = V_M \cos \theta_M$ ，因此在侧向平面的受力分析中不再分析空气阻力和纵向控制力的大小，而综合体现为导弹速度水平分量的变化，所以侧向平面的导弹运动方程组为：

$$\begin{cases} -mV_M' \frac{d\psi_M}{dt} = N_c \\ \frac{d(x_M)}{dt} = V_M' \sin \psi_M \\ \frac{d(z_M)}{dt} = V_M' \cos \psi_M \end{cases} \quad (3-10)$$

侧向攻击平面内的目标投影点运动方程：

$$\begin{cases} z_T(t) = z_T(0) - V_T t \\ x_T(t) = 10000 \end{cases} \quad (3-11)$$

侧向平面中的控制力 N_C 与制导指令的关系表达式为

$$N_C = K_C(\rho_M - \rho_T) \quad (3-12)$$

其中系数 K_C 表征了导弹制导指令与实际产生的侧向控制力能力的关系，由于导弹为轴对称外形，因此设 $K_C = 100 \sim 200$ (N/degree)，设置饱和限幅 $N_C = 300m/s^2$ 。

4) 第四步：按照运动学关系使用 Simulink 搭建仿真框图

在纵向攻击平面和侧向攻击平面内，分别利用 Simulink 搭建弹目的运动学关系框图。需要说明的是在搭建框图时要考虑阻力变化和最大可用过载的影响。

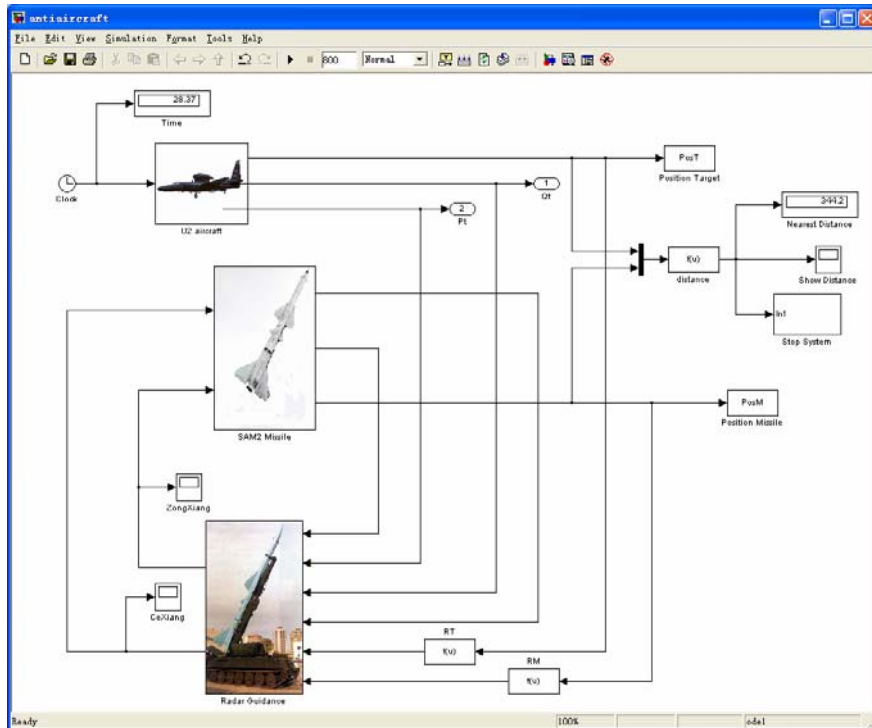
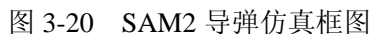


图 3-18 导弹攻击过程中的制导仿真总框图

(1) U2 飞机目标仿真模块



(2) SAM2 导弹仿真模块



SAM2 导弹仿真框图主要模拟导弹接收制导指令后的飞行轨迹。在框图左侧分别为制导站传来的纵向平面制导过载指令 (N_z) 和侧向平面制导过载指令 (N_c)，然后分别在纵向平面制导模块和侧向平面制导模块中按照方程产生轨迹。

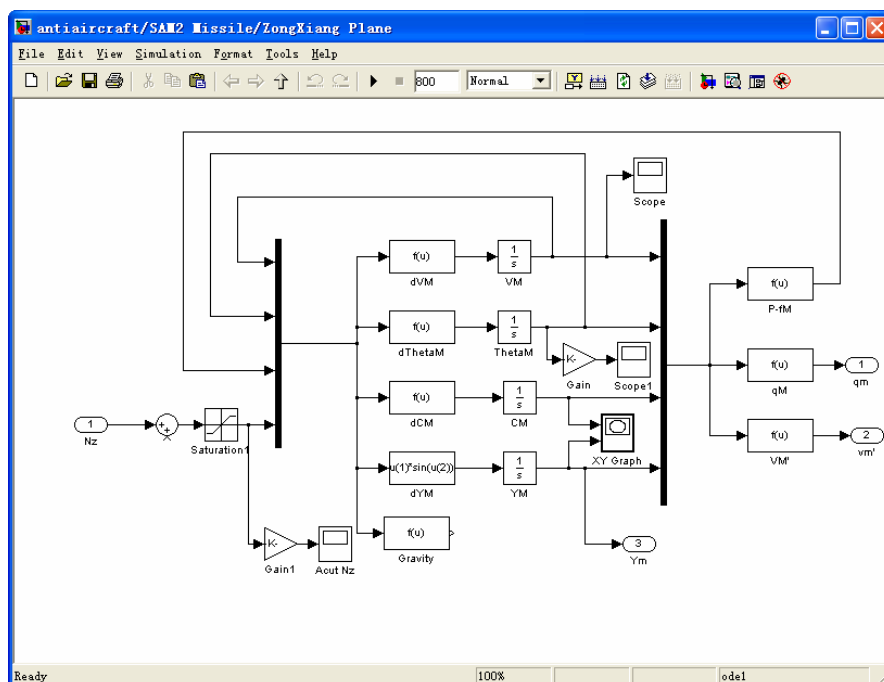


图 3-21 纵向平面制导模块仿真框图

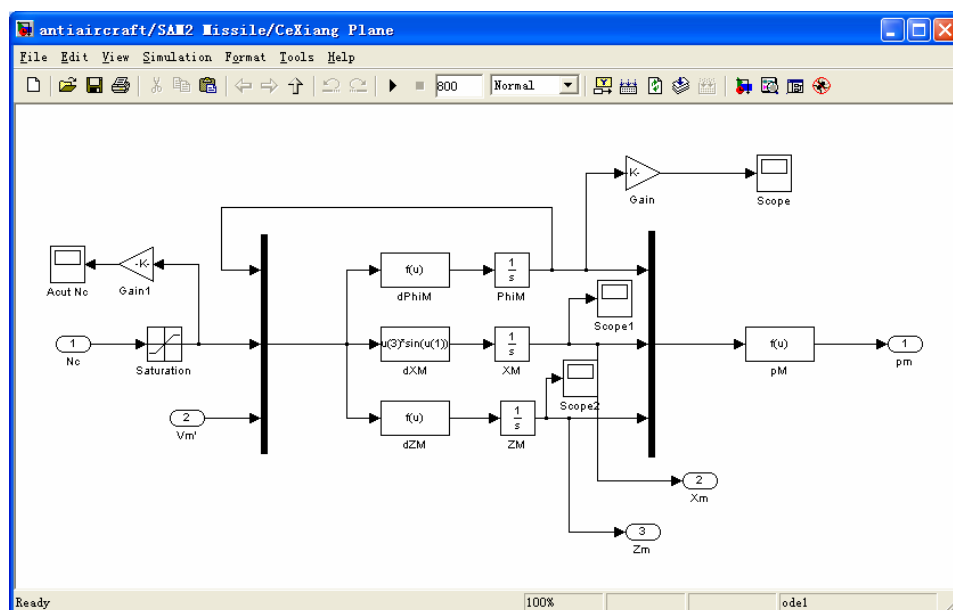


图 3-22 侧向平面制导模块仿真框图

在两个平面的制导模块中，由于多个方程需要用到相同的变量，为了方便书写和调用起

见，在模块编写时采用了 MUX 模块，即将常用的多个变量整合为一个向量 u ，这样在调用变量时即可使用 $u(1), u(2), \dots$ 等变量名代替。导弹的位置坐标、姿态角度和速度初值由于微分方程的存在，通常在积分模块的初值中定义。

(3) 雷达制导站仿真模块

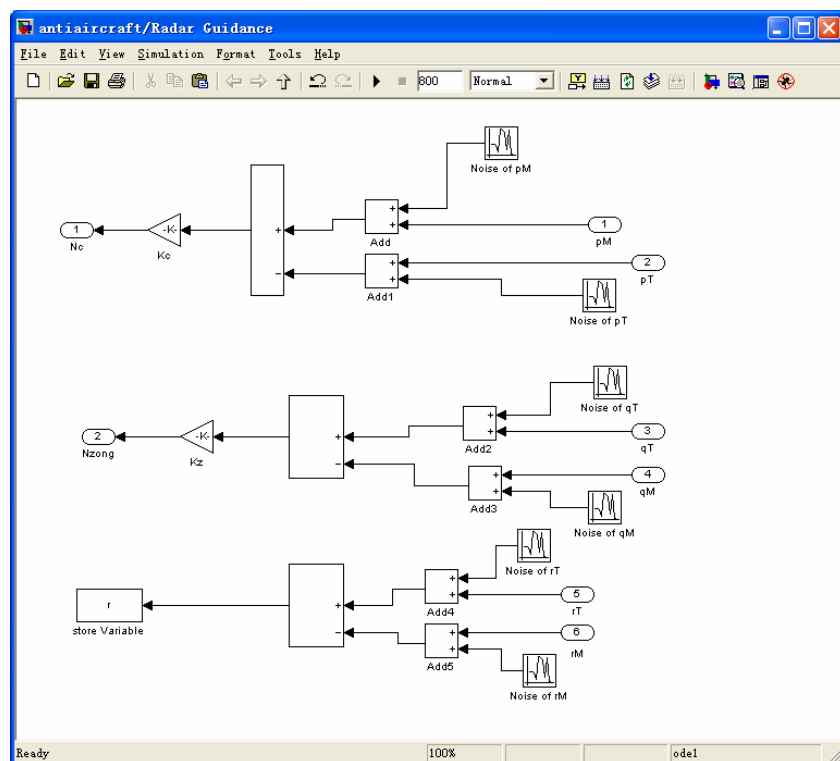


图 3-23 雷达制导站仿真框图

雷达制导站的主要功能是对敌方飞机和己方发射的导弹的位置进行实时确定。对于雷达制导系统来说，其对目标位置的测量通常用极坐标系来表示，即以雷达站为原点，测量目标的方位角 ρ 和高低角 q ，以及雷达站与目标的距离 r 。当然雷达在测量这些量时都不可避免的存在着测量误差和噪声。例如在本例题中，假设雷达对物体的角度测量误差近似服从均值为零的白噪声，噪声标准差为 0.01° ，对物体测量的距离误差也近似服从均值为零的白噪声，噪声标准差为 $10m$ 。那么在仿真时利用 Simulink 工具箱的“Random Number”模块即可模拟测量噪声。对于测量噪声通常所遇到的都是加性噪声或者线性噪声，因此只要在实际值上加入白噪声，即可将结果作为实际测量输出。

(4) 存储显示与控制模块

在实际仿真中，我们可以将所需要观察的数据通过工具箱中的“Scope”和“XY Graph”模块显示出来。但有时需要将观测数据保存在内存或者文件中，以方便其他程序使用这些仿

真数据，这时就需要用到工具箱中的“**To Workspace**”和“**To File**”两个控件模块。这些模块的使用可以参考帮助说明学习。

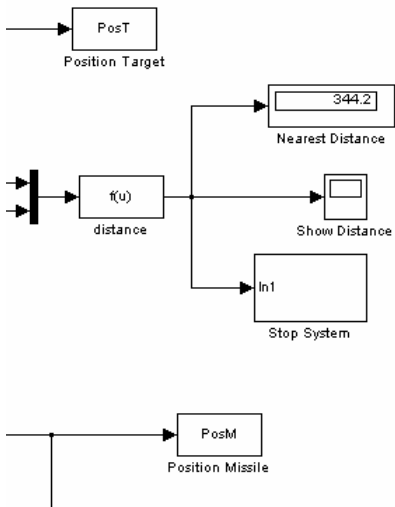


图 3-24 显示存储和控制模块框图

但是在仿真中常常需要确定何时中止仿真，过去的做法是设置适当的仿真时间，当仿真时间到达后仿真自然中止。但是这种方法主要用于仿真次数少、仿真时间大致可以推算出来的情况，而对于更一般和更方便的做法是编写仿真控制模块。考虑到在导弹攻击目标的过程中，导弹和目标的距离绝大多数都是越来越小的；当弹目之间的距离达到最小时刻时，我们把这时的相遇点称为“命中点”或“碰撞点”，此时导弹和目标的距离称为“脱靶量”。受到这点启发，我们可以编写逻辑判断模块，即当弹目距离的一阶导由负转正时，即认为导弹已达到命中点，即可中止仿真。其控制仿真框图可以用工具箱中的“**Ports & Subsystems**”类中的控件模块搭建。

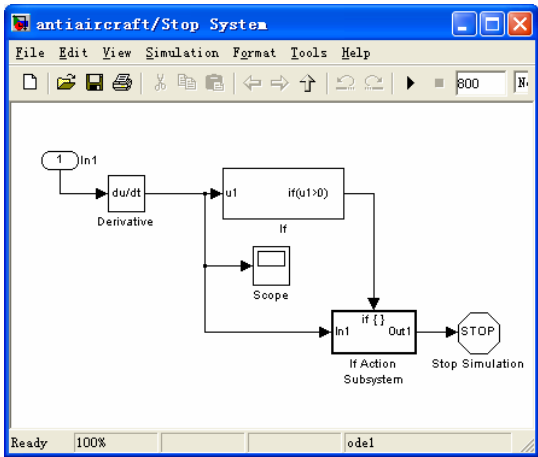


图 3-25 中止控制模块框图

5) 第五步：合理设置仿真参数进行数字仿真

参数设置按照题目设定的仿真条件合理设置，要明确各个参数的物理意义，其中对两个平面的比例制导系数设定为 $K_z = K_c = 200$ 。需要特别说明的是由于仿真模块中增加了自动中止控制模块，因此在设定仿真环境的总仿真时间时应当设置成远大于导弹命中的仿真步长，这样就可以保证仿真程序的停止由控制模块执行，从而能够得到正确的脱靶量。

6) 第六步：输出仿真结果，输出飞行轨迹

在本例题的仿真中，显示模块除了使用“Scope”和“XY Graph”两个控件外，我们还

将导弹和目标的位置存储在内存空间数组中，然后使用“plot3”命令画出导弹和目标在三维空间中的飞行轨迹。

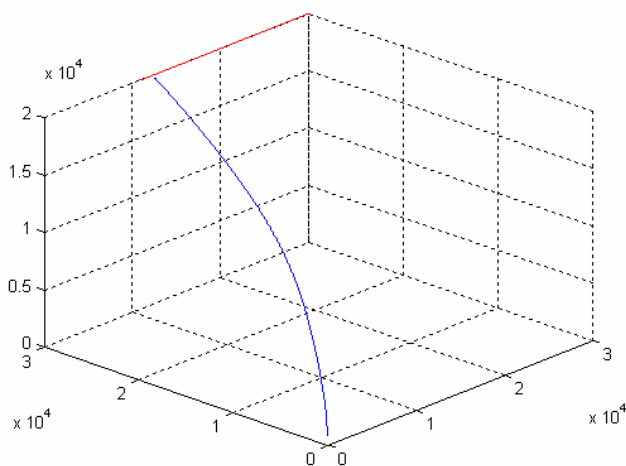


图 3-26 导弹与目标的三维飞行轨迹

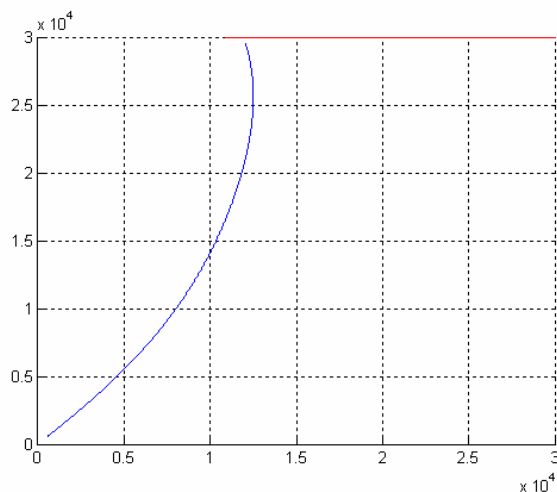


图 3-27 导弹与目标在侧向平面内的轨迹

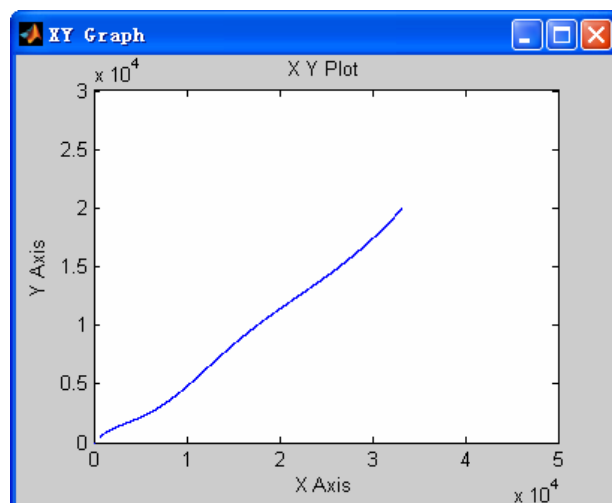


图 3-28 导弹在纵向平面内的轨迹

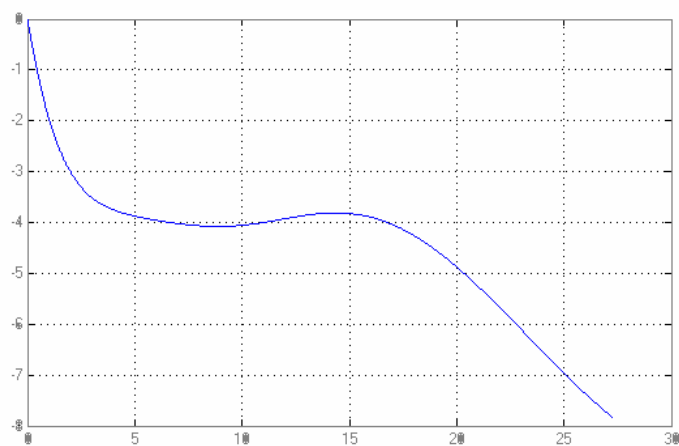


图 3-29 导弹在侧向平面内的实际过载 (g)

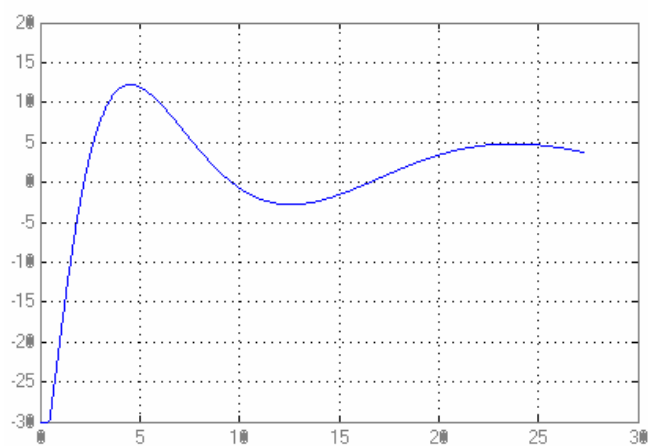


图 3-30 导弹在纵向平面内的实际过载 (g)

7) 第七步：分析仿真结果

从仿真结果中可以看出，本次仿真的脱靶量为 1251 米，这显然是没有打中目标。现在我们开始分析原因：如果将导弹的末端轨迹放大，并且参考图 3-29 中的侧向过载，可以看到导弹在接近目标的过程中侧向过载并不大。侧向过载不大的原因正是在于三点法在远程制导时，即时导弹和目标的侧向偏差较大，但是由于距离较远反映到制导站测量出的角偏差很小，因此对于比例系数确定的制导律在临近目标时的侧向过载并不大。

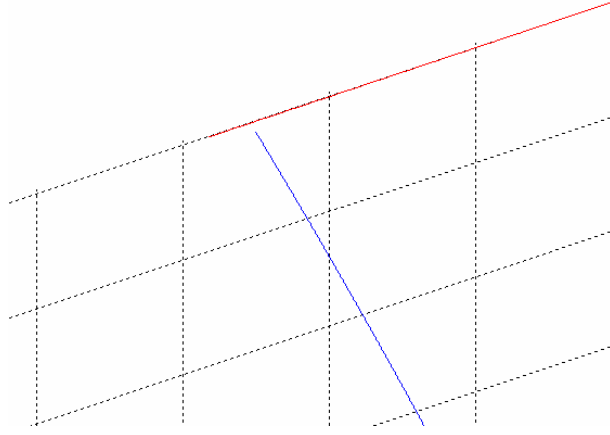


图 3-31 导弹和目标在末端的相对轨迹

8) 第六步：改进制导算法，重新仿真

然而对于萨姆导弹来说，其侧向机动能力可以达到 30g，上面的制导律显然没有充分利用导弹的机动能力。如果仅仅是增大比例制导的系数来改进制导律，虽然可以一定程度上增加末端的侧向机动指令，但是也会使导弹在初段和中段的制导指令过大，引起导弹轨迹的摆动。所以在改进制导律时需要使得比例制导系数能够随着弹目距离的变化而增加。

幸运的是对于雷达制导站来说，由于导弹和目标相对于制导站的距离可以测量出，因此可以考虑在制导律中加入距离信息，因此改进制导律可以写成：

$$N_C = K'_C (\rho_M - \rho_T) / |R_M - R_T| \quad (3-12)$$

该制导律的意义在于随着导弹和目标距离的接近，其所需要的过载指令逐渐增大。这种制导指令很符合导弹和目标接近时需要过载的增大的要求。当然为了保证制导前段和中段也有足够的过载，通常需要将比例制导系数增大为 K'_C 。当然公式 (3-12) 只是改进比例制导律的一种形式，有时也可写成与 $(R_M - R_T)^2$ 成反比的形式。在本例中，我们按照公式 (3-12) 制导律的形式，同时为了保证在初段和中段的制导指令过载，可以设置为 $K'_C = 2 \times 10^6$ 。需要说明的是比例制导系数不能无限增大，否则会使得导弹的侧向过载发生严重的振荡。本次设计的仿真结果如下图所示：

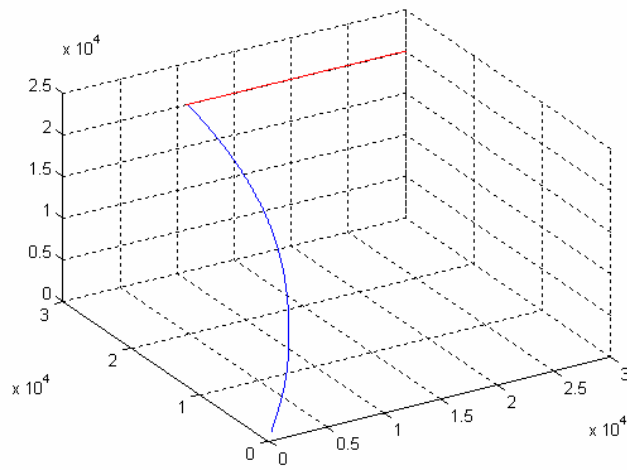


图 3-32 导弹与目标的三维飞行轨迹

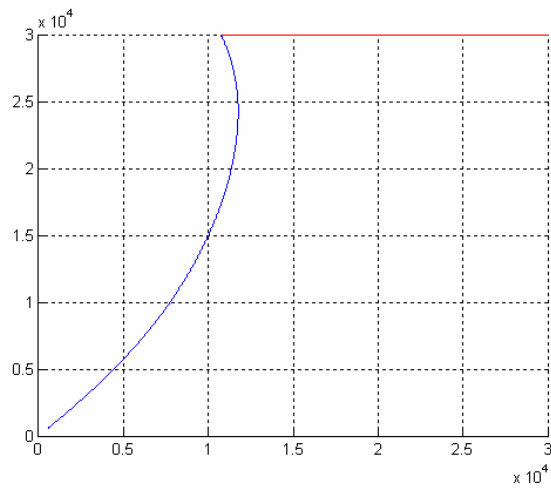


图 3-33 导弹与目标在侧向平面内的轨迹

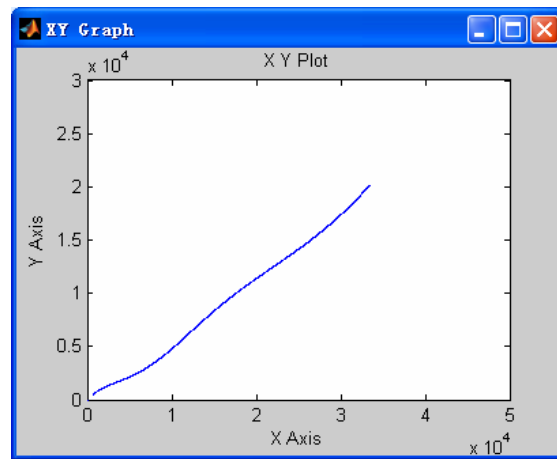


图 3-34 导弹在纵向平面内的轨迹

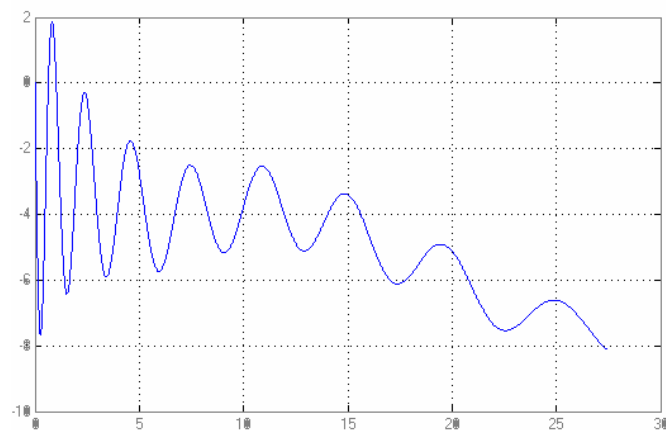


图 3-35 导弹在侧向平面内的实际过载 (g)

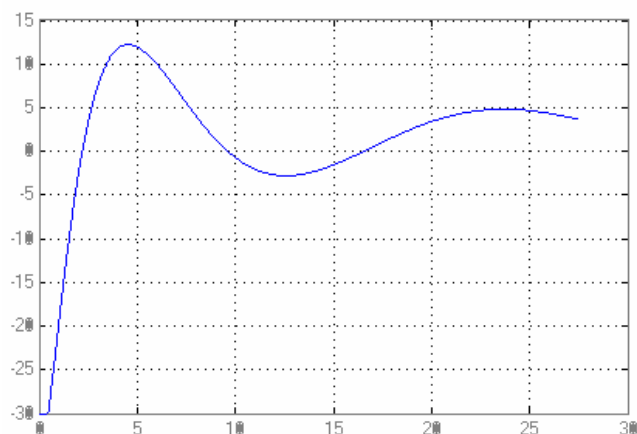


图 3-36 导弹在纵向平面内的实际过载 (g)

仿真结果给出，最终导弹的脱靶量为 164 米，相比原始的比例制导精度大大提高。当然我们从图 3-35 可以看出，尽管导弹的可用过载达到 $30g$ ，但是在末端却仅仅使用了不到 $10g$ 的过载。追究其原因在于三点法制导随着距离增大而使得精度下降，其次例题所示的攻击状态恰好是目标相对于导弹侧向机动最大的时刻。所以说要想精确命中目标就需要选择合适的导引形式、制导律和恰当的作战模式。当然例题的制导律仍然有改进的余地，有兴趣的读者可以尝试使用不同的导引方式和制导律进行仿真。

3.4 导弹制导律仿真习题

为了使得读者学习制导律的设计方法后能够熟练掌握制导律设计的基本方法和仿真分析手段，本节将按照难度设置不同的习题供读者联系使用。

一. 追踪法制导

(1) 敌方坦克正在自东向西作水平匀速直线运动, $V_T = 15m/s$, 我方反坦克步兵使用反坦克导弹进行反击, 假设导弹速度飞行中近似不变, $V_M = 250m/s$, 开始引导瞬间发射点距离目标 $R_{T0} = 2000m$, 导弹距离发射点 $R_{M0} = 20m$, 且 $q_{M0} = q_{T0} = 80^\circ$, 试利用追踪法对该导弹的攻击过程进行仿真, 并绘制弹道曲线和导弹的法向过载曲线。

(2) 其他条件如 (1) 题所述, 但导弹和目标飞行速度为变速飞行, 飞行速度分别满足 $V_M = V_{M0} - at$, $V_T = V_{T0} + V_\Delta \sin t$, 其中 $V_{M0} = 300m/s$, $a = 5m/s^2$, $V_{T0} = 20m/s$, $V_\Delta = 10m/s$, 试利用追踪法对该导弹的攻击过程进行仿真, 并绘制弹道曲线和导弹的法向过载曲线。

(3) 敌我两架武装直升机迎面对抗, 攻击平面为水平面内, 我方直升机悬停, 对方直升机向我方直升机飞来, 并做“S”形机动, 如图 14 所示。假设敌方直升机飞行轨迹, 迎面为匀速直线飞行, 飞行速度 $V_{Tv} = 50m/s$, 水平方向机动位移满足为 $X_T = 200\sin(0.5t)$ 函数, 我方直升机发射空空导弹拦截, 开始引导瞬间发射点距离目标 $R_{T0} = 4000m$, 导弹距离发射点 $R_{M0} = 20m$, 导弹速度近似不变 $V_M = 250m/s$, 且 $q_{M0} = q_{T0} = 90^\circ$, 试利用追踪法对该导弹的攻击过程进行仿真, 并绘制弹道曲线和导弹的法向过载曲线。

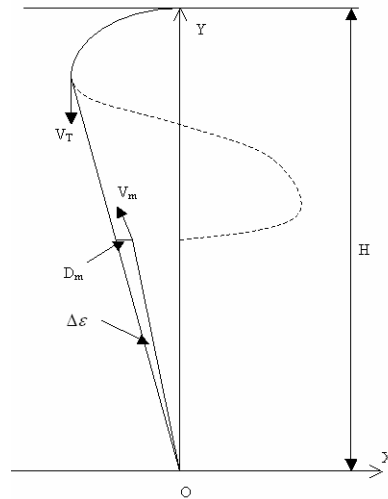


图 3-37 直升机对抗导引关系图

(4) 某型防空导弹迎面拦截来袭敌机, 攻击平面为铅垂面。敌机作水平匀速直线运动, $V_T = 600m/s$, 我方使用地空导弹进行拦截, 假设导弹速度飞行中近似不变, $V_M = 800m/s$, 开始引导瞬间发射点距离目标 $R_{T0} = 10000m$, 导弹距离发射点 $R_{M0} = 100m$, 且 $q_{M0} = q_{T0} = 70^\circ$, 试利用追踪法对该导弹的攻击过程进行仿真, 并绘制弹道曲线和导弹的法向过载曲线。

二. 平行接近法制导

- (5) 条件如题 (1), 采用平行接近法进行仿真;
- (6) 条件如题 (2), 采用平行接近法进行仿真;
- (7) 条件如题 (3), 采用平行接近法进行仿真;
- (8) 条件如题 (4), 采用平行接近法进行仿真;

三 比例导引法制导

(9) 敌方坦克在正前方 2000 米处为圆心做匀速圆周运动机动, 圆周运动线速度 $V_T = 15m/s$, 圆周运动半径 200 米, 我方反坦克步兵使用反坦克导弹进行反击, 假设导弹速度飞行中近似不变, $V_M = 250m/s$, 开始引导瞬间发射点距离目标 $R_{T0} = 2200m$, 导弹距离发射点 $R_{M0} = 20m$, 且 $q_{M0} = q_{T0} = 90^\circ$, 试利用比例导引法对该导弹的攻击过程进行仿真, 并绘制弹道曲线和导弹的法向过载曲线;

(10) 某型防空导弹迎面拦截来袭敌机, 攻击平面为铅垂面。敌机在防空导弹正上方 10000 米为圆心作匀速圆周运动的“筋斗”规避, 圆周运动线速度 $V_T = 600m/s$, 圆周运动半径 1000 米我方使用地空导弹进行拦截, 假设导弹速度飞行中近似不变, $V_M = 800m/s$, 开始引导瞬间发射点距离目标 $R_{T0} = 11000m$, 导弹距离发射点 $R_{M0} = 100m$, 且 $q_{M0} = q_{T0} = 90^\circ$, 试利用比例导引法对该导弹的攻击过程进行仿真, 并绘制弹道曲线和导弹的法向过载曲线;

- (11) 条件如题 (1), 采用比例导引法进行仿真;
- (12) 条件如题 (2), 采用比例导引法进行仿真;
- (13) 条件如题 (3), 采用比例导引法进行仿真;

(14) 其他条件如 (4) 题所述, 但导弹和目标飞行速度为变速飞行, 飞行速度分别满足 $V_M = V_{M0} - a_1 t - a_2 t^2$, $V_T = V_{T0} + V_\Delta \sin \omega t$, 其中 $V_{M0} = 900m/s$, $a_1 = 10$, $a_2 = 1$, $V_{T0} = 400m/s$, $V_\Delta = 200m/s$, $\omega = 0.2$ 试利用比例导引法对该导弹的攻击过程进行仿真, 并绘制弹道曲线和导弹的法向过载曲线。

四. 三点法制导

- (15) 条件如题 (1), 采用三点法进行仿真;
- (16) 条件如题 (2), 采用三点法进行仿真;
- (17) 条件如题 (3), 采用三点法进行仿真;
- (18) 条件如题 (4), 采用三点法进行仿真;
- (19) 条件如题 (9), 采用三点法进行仿真;

(20) 对于例题 3-3, 实际的现代远程防空导弹除了接收在雷达制导站的制导指令外, 还在导弹头部装有被动雷达导引头, 在近距离可以测量雷达站照射到目标上的反射波, 从而测

量目标的方位角或者视线角速度。假设远程防空导弹在距离目标 5000 米处被动导引头工作，导弹可以获得目标的视线角速度 \dot{q} ，测量精度为 $0.5^\circ/s$ ，此时导弹从三点法转入比例导引律，试对这种远程防空导弹攻击 U2 侦察机的情况进行仿真。

需要说明的是在以上的 20 道题目中凡是通过测量获得的变量都可能存在误差和噪声，如导引头测量的视线角速度和距离、制导站测量的目标方位和距离等。此外还要注意任何导弹都有最大可用过载的限制，并且可用过载因导弹不同而不同，通常反坦克导弹过载较小，空空导弹和防空导弹的过载较大。

第四章 导弹的控制系统

导弹的制导系统负责探测和跟踪目标，并且根据所获取到的目标信息生成制导指令，控制导弹的飞行轨迹。然而在将导弹的制导指令转换为导弹的轨迹变化或者过载时，需要改变导弹的姿态从而产生侧向力，而改变导弹的姿态则需要控制系统来完成。

控制系统就是根据导弹制导指令通过控制单体姿态的变化从而改变侧向气动力，达到改变导弹轨迹的目的。对于带有控制系统的导弹，如果控制系统的工作正常，实际飞行的弹道总是与理想弹道相当接近的，实际飞行的运动参数也总是在理想弹道运动参数附近变化的。也就是说，导弹受到控制和干扰作用而产生的扰动，可以认为是一种小扰动。根据已有的经验，小扰动的说法虽然无严格的理论证明，但与实际情况能很好的相符。

为了研究导弹的动态特性，首先要在小扰动的前提下，推导出导弹的线性扰动运动方程组，并采用系数“冻结”法，在弹道某些特征点附近，给出导弹的常系数线性微分方程组，解算出导弹的动力系数、传递函数和频域特性等。

4.1 导弹控制系统的小扰动假设和线性化运动方程

在飞行力学中已经学过用导弹刚体动力学模型（即第一章中的 20 个导弹运动方程组）来描述导弹的运动和姿态，然而严格意义的按照动力学模型来设计导弹的控制系统往往是不方便的。人们为了在设计期间方便，通常是对该方程进行简化后先对控制系统进行设计，在设计好控制系统后在返回原始的动力学模型进行校验和调整。因此在使用动力学模型时首先要做如下假设和简化：

- （1）采用固化原则：即取弹道上某一时刻 t 飞行速度 V_M 、飞行高度 H 、发动机推力 P 、导弹质量 m 和转动惯量 J 不变；
- （2）导弹采用轴对称布局形式；
- （3）导弹在受到控制或干扰作用时，导弹的参数变化不太大，且导弹的使用攻角较小；
- （4）控制系统保证实现滚转角稳定，并保证足够的快速性。

在进行了上述简化和近似的方法后，可以把纵向扰动运动和侧向扰动运动分开研究，并以两组相互独立的扰动运动方程组来描述，需要满足一定的假设条件：

- （1）在未扰动飞行中，侧向运动参数 β 、 γ 、 γ_v 、 ω_z 、 ω_y 及舵偏角 δ_x 、 δ_y 都比较小，这样就可以令 $\cos \beta \approx \cos \gamma \approx \cos \gamma_v \approx 1$ ，且略去小量的乘积 $\sin \beta \sin \gamma_v$ 、 $\omega_x \omega_y$ 、 \dots 以及

参数 β 、 δ_x 、 δ_y 对阻力 X 的影响；

(2) 导弹基本上在某个铅垂面内飞行，即其弹道与铅垂面弹道差别不大，则 $\cos \psi_v = 1$ ；

(3) 俯仰操纵机构的偏转仅取决于纵向运动参数，而偏航、滚转操纵机构的偏转又仅取决于侧向运动参数。

下面分别针对三个通道列些小扰动情况下的线性化运动方程组：

(一) 纵向扰动运动方程组

经过简化和引入动力学系数，导弹的一种标准形式的纵向扰动运动模型表示如下：

$$\begin{cases} \Delta \dot{V} + a_{11}\Delta V + a_{14}\Delta \alpha + a_{13}\Delta \theta = F_{xd} \\ \Delta \ddot{\theta} + a_{21}\Delta V + a_{22}\Delta \dot{\theta} + a_{24}\Delta \alpha = -a_{25}\Delta \delta_z - a'_{25}\Delta \dot{\delta}_z + M_{zd} \\ \Delta \dot{\theta} + a_{31}\Delta V + a_{33}\Delta \theta - a_{34}\Delta \alpha = a_{35}\Delta \delta_z + F_{yd} \\ \Delta \theta = \Delta \theta + \Delta \alpha \end{cases} \quad (4-1)$$

式中系数 a_{11} 、 a_{13} 、 \dots 、 a_{35} 称为动力学系数，表征导弹的动力学特性。

因为控制飞行必须控制法向力，而控制法向力是通过改变攻角和侧滑角来实现，攻角实际上仅在短周期阶段内变化。所以，为了简化控制系统的分析，主要研究导弹在这一阶段内对操纵机构偏转的反应，即只讨论速度偏差量 ΔV 可以忽略的短周期扰动运动，亦即把速度看作时间的已知函数 $V(t) = V_0(t)$ 。同时如果忽略一些次要条件，如下洗延迟等，那么可以得到纵向扰动运动的方程组简化形式：

$$\begin{cases} \Delta \ddot{\theta} - a_{22}\Delta \dot{\theta} - a_{24}\Delta \alpha = a_{25}\Delta \delta_z \\ \Delta \dot{\theta} - a_{34}\Delta \alpha = a_{35}\Delta \delta_z \\ \Delta \theta - \Delta \theta - \Delta \alpha = 0 \end{cases} \quad (4-2)$$

(二) 侧向扰动运动方程组

导弹侧向扰动的线性化方程组一般形式为：

$$\begin{cases} \Delta \dot{\omega}_x = b_{11}\Delta \omega_x + b_{12}\Delta \omega_y + b_{14}\Delta \beta + b_{15}\Delta \delta_y + b_{17}\Delta \delta_x + b_{18}M_{gx} \\ \Delta \dot{\omega}_y = b_{21}\Delta \omega_x + b_{22}\Delta \omega_y + b_{24}\Delta \beta + b'_{24}\Delta \dot{\beta} + b_{25}\Delta \delta_{yx} + b_{28}M_{gx} \\ \Delta \dot{\beta} + b_{34}\Delta \beta + b_{36}\Delta \omega_y + b_{35}\Delta \gamma + a_{33}\Delta \beta = -b_{37}\Delta \delta_y + F_{zd} \\ \Delta \psi_v = \Delta \psi - b_{44}\Delta \beta + b_{45}\Delta \gamma \\ \Delta \dot{\gamma} = \Delta \omega_x + b_{56}\Delta \omega_y \\ \Delta \dot{\psi} = b_{61}\Delta \omega_y \\ \Delta \gamma_v = b_{71}\Delta \beta + b_{72}\Delta \gamma \\ \Delta \dot{z} = b_{81}\Delta \psi_v \end{cases} \quad (4-3)$$

式中系数 b_{11} 、 b_{13} 、 \dots 、 b_{81} 称为动力学系数，表征导弹的动力学特性。

如果末制导导弹在自动驾驶仪偏转副翼的作用下，具有良好的倾斜特性，能够使倾斜角很小，就可以略去重力的侧向分量。此时，侧向扰动运动方程组可以分为侧向扰动运动方程组和倾斜扰动运动方程。

侧向扰动运动方程组为：

$$\begin{cases} \Delta\ddot{\psi} - b_{22}\Delta\dot{\psi} - b_{24}\Delta\beta = b_{25}\Delta\delta_y \\ \Delta\dot{\psi}_v - b_{34}\Delta\beta = b_{35}\Delta\delta_y \\ \Delta\psi - \Delta\psi_v - \Delta\beta = 0 \end{cases} \quad (4-4)$$

可见，侧向扰动运动方程组与纵向短周期运动方程组具有基本相同形式，因而具有基本相同形式的传递函数。只要把相应的动力系数代入即可。

（三）倾斜扰动运动方程

倾斜扰动运动方程为：

$$\Delta\ddot{\gamma} - c_{11}\Delta\dot{\gamma} = c_{16}\Delta\delta_x \quad (4-5)$$

4.2 导弹弹体的传递函数

为了使弹体作为一个环节进行动态特性分析，要求出以操纵机构偏转（气动舵面偏转）为输入、姿态运动参数为输出的传递函数。

（1）弹体纵向运动传递函数

根据已提供的数据，弹体纵向运动动力学模型

$$\begin{cases} \ddot{\mathcal{G}} + a_{22}\dot{\mathcal{G}} + a_{24}\alpha = -a_{25}\delta_z \\ \dot{\theta} - a_{34}\alpha = a_{35}\delta_z \\ \mathcal{G} - \theta - \alpha = 0 \end{cases} \quad (4-6)$$

式中：

a_{ij} ——俯仰运动动力系数；

$\mathcal{G}, \theta, \alpha$ ——分别为俯仰角、弹道倾角和攻角，单位 rad 。

对上式进行拉氏变换可得传递函数表示为：

$$\begin{aligned}
\frac{\mathcal{G}(s)}{\delta_z(s)} &= \frac{-a_{25}s + a_{24}a_{35} - a_{25}a_{34}}{s(s^2 + (a_{22} + a_{34})s + a_{22}a_{34} + a_{24})} \\
\frac{\theta(s)}{\delta_z(s)} &= \frac{a_{35}s^2 + a_{35}a_{22}s + a_{24}a_{35} - a_{25}a_{34}}{s(s^2 + (a_{22} + a_{34})s + a_{22}a_{34} + a_{24})} \\
\frac{\alpha(s)}{\delta_z(s)} &= \frac{-a_{35}s - a_{22}a_{35} - a_{25}}{s^2 + (a_{22} + a_{34})s + a_{22}a_{34} + a_{24}}
\end{aligned} \tag{4-7}$$

(2) 弹体侧向运动传递函数

根据已提供的数据，弹体侧向运动动力学模型

$$\begin{cases} \ddot{\psi} + b_{22}\dot{\psi} + b_{24}\beta = -b_{25}\delta_y \\ \dot{\psi}_c - b_{34}\beta = b_{35}\delta_y \\ \psi - \psi_c - \beta = 0 \end{cases} \tag{4-8}$$

式中：

b_{ij} ——偏航运动动力系数；

ψ, ψ_c, β ——分别为偏航角、弹道偏角和侧滑角， rad 。

传递函数表示为：

$$\begin{aligned}
\frac{\psi(s)}{\delta_y(s)} &= \frac{-b_{25}s + b_{24}b_{35} - b_{25}b_{34}}{s(s^2 + (b_{22} + b_{34})s + b_{22}b_{34} + b_{24})} \\
\frac{\psi_c(s)}{\delta_y(s)} &= \frac{b_{35}s^2 + b_{35}b_{22}s + b_{24}b_{35} - b_{25}b_{34}}{s(s^2 + (b_{22} + b_{34})s + b_{22}b_{34} + b_{24})}
\end{aligned} \tag{4-9}$$

(3) 弹体倾斜运动传递函数

根据已提供的数据，弹体倾斜运动动力学模型

$$\ddot{\gamma} + c_{11}\dot{\gamma} = -c_{16}\delta_x \tag{4-10}$$

式中：

c_{ij} ——倾斜运动动力系数；

γ ——滚转角， rad ；

δ_x ——副翼偏转角， rad 。

传递函数表示为：

$$\frac{\gamma(s)}{\delta_x(s)} = \frac{-c_{16}}{s^2 + c_{11}s} \tag{4-11}$$

4.3 导弹控制律的常用设计方法

如前节所述，导弹的控制系统主要完成导弹飞行过程中的姿态控制，在小扰动线性化假设的情况下导弹的姿态控制可以简化为对导弹三通道的独立控制。尽管导弹的三通道姿态运动方程是比较复杂的，但是我们在设计时常常使用弹体的传递函数进行设计。在将控制器设计好后，在将控制器带入三通道姿态运动方程进行调整和验证。因此对于设计人员来说，将主要针对弹体的传递函数进行控制器设计，这时就与《自动控制原理》课程中所讲的控制器设计方法完全一样了。在本节我们只是简单介绍几种常用的设计方法。

（一）PID 控制

在控制工程界使用最广泛和最成熟的控制器就是 PID 控制器，其分别由比例、积分和微分三项反馈构成，其传递函数通常可以写为：

$$G_c(s) = K_p + \frac{K_I}{s} + K_D s \quad (4-12)$$

对于微分项通常使用一个时间常数很小的一阶惯性环节来代替：

$$G_D(s) = \frac{K_D s}{\tau_D s + 1} \quad (4-13)$$

其中 τ_D 为远小于受控对象的常数，常常可以忽略不计。

PID 控制器在工程上受到了广泛的应用，这一方面是由于 PID 控制器能在不同的工作条件下保持较好的工作性能。一般说来当受控对象 $G(s)$ 只有 1 个或者 2 个极点（或可作 2 阶近似）时，PID 控制器对减小系统的稳态误差和改善系统瞬态性能效果明显。另一方面，PID 控制器功能简单明了，非常便于使用。

在实际设计中，PID 控制器需要确定 3 个参数，即比例系数 K_p 、积分系数 K_I 和微分系数 K_D 。常用的设计方法有：（1）临界比例度法；（2）响应曲线法；（3）PID 归一参数整定法；（4）根轨迹法；（5）ITAE 设计法。

（二）极点配置

一个控制系统的性能与其极点位置密切相关，因此采用极点配置设计控制系统的方法在工程上也被广泛的应用。其基本思路是引入状态反馈矩阵使得系统的特征多项式与理想系统的特征多项式相等，即把系统的极点配置在理想的位置。

极点可配置的条件是受控系统的状态方程是完全能控的。极点配置的方法有状态方程空间极点配置和传递函数阵的极点配置。下面就以二阶系统为例介绍传递函数阵的极点配置方法。

对于某二阶系统，其系统传递函数为

$$G(s) = g(s)/d(s)$$

其中

$$g(s) = \left[\frac{l_{11}s + l_{12}}{l_{21}s + l_{22}} \right]$$

$$d(s) = s^2 + d_1s + d_2$$

系统理想指标为 ξ_d' 和 ω_d' ，试确定反馈增益阵 K ，使系统的性能指标满足理想指标。

(1) 第一步：计算理想特征多项式

$$\lambda^*(s) = s^2 + 2\xi_d'\omega_d's + \omega_d'^2$$

(2) 第二步：令 $K = [k_1 \quad k_2]^T$ ，计算受控系统的特征多项式

$$\lambda(s) = d(s) + K^T g(s)$$

(3) 第三步：根据极点配置方程，令

$$\lambda(s) = \lambda^*(s)$$

即

$$\begin{bmatrix} l_{11} & l_{21} \\ l_{12} & l_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\xi_d'\omega_d' - d_1 \\ \omega_d'^2 - d_2 \end{bmatrix}$$

则可由该式计算出反馈增益阵 K 。

第五章 导弹的控制系统设计与仿真

导弹的控制系统设计是导弹设计研制中的一项重要工作。由于导弹控制系统设计涉及到导弹的弹体建模和气动参数确定，同时要考虑到舵机等执行机构的特性，因此导弹的控制系统设计通常要比导弹的制导系统设计要复杂和困难。在本章，我们主要针对轴对称导弹的三通道独立设计解说，使得读者学会控制系统设计的一般步骤。

5.1 导弹控制系统设计的一般步骤和考核指标

导弹的控制系统设计正如前面所说，如果将导弹的弹体运动学模型使用状态方程或者传递函数来描述后，对其控制系统的设计方法与普通控制对象的设计的方法是几乎相同的。因此对导弹控制系统的设计可以简述为以下几步：

- (1) 建立导弹弹体的动力学运动方程或者小扰动线性化方程，确定方程中的气动参数；
- (2) 分离各通道简化方程，构建三通道弹体运动传递函数；
- (3) 针对弹体的传递函数设计控制器，并对其进行初步仿真；
- (4) 搭建导弹未简化弹体动力学方程的仿真模块，将初步设计好的控制器带入仿真模块，经过仿真后调整控制器参数，最终使得控制系统达到设计要求。

设计好的导弹控制系统设计通常会用一些指标来衡量，如动态过程中的上升时间、调节时间和超调量等。这些常用的指标主要描述了导弹在过渡过程中的品质。但是对于导弹来说其在空中飞行环境变化较大，因此我们在设计时的气动参数可能不太准确；另一方面，导弹在空中会受到各种不可确定的干扰，所以对于导弹控制系统的另一个要求就是系统的稳定性。在考核导弹控制系统稳定性的方法中除了我们常用波特图确定幅值裕度和相位裕度外，在工程中还常常使用拉偏对整个控制系统进行考核。也就是说将建模中的气动参数有意变化一定的范围，再通过仿真考核系统的稳定性。下面我们将结合一个控制系统设计实例对设计方法进行说明。

5.2 导弹控制系统的设计与 Matlab 仿真

某型导弹为轴对称低速导弹，其滚转通道要求保持姿态稳定，其弹体运动学小扰动线性化方程如下所示。现在要求分别设计导弹的三通道控制系统，俯仰/偏航通道的设计技术指标为：10%的调节时间为 0.5 秒。滚动通道的设计技术指标为：10%的调节时间为 0.2 秒。

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\omega}_{x1} = -c_1 \omega_{x1} - c_3 \delta_a - c_{11} - c_{10}(\alpha \omega_{y1} - \beta \omega_{z1}) \\ \dot{\omega}_{y1} = -a_1 \omega_{y1} - a_2 \beta + b_{21} \alpha - a_{11} \dot{\beta} - a_3 \delta_y + a_{10} \omega_{x1} \omega_{z1} + b_{10} \omega_{x1} \alpha \\ \dot{\omega}_{z1} = -a_1 \omega_{z1} - a_2 \alpha - b_{21} \beta - a_{11} \dot{\alpha} - a_3 \delta_p - a_{10} \omega_{x1} \omega_{y1} - b_{10} \omega_{x1} \beta \\ \dot{\alpha} = \omega_{z1} - (\omega_{x1} \cos \alpha \sin \beta - \omega_{y1} \sin \alpha \sin \beta - \dot{\psi}_v \cos \theta \sin \gamma_v + \dot{\theta} \cos \gamma_v) / \cos \beta \\ \dot{\beta} = \omega_{y1} \cos \alpha + \omega_{x1} \sin \alpha - \dot{\psi}_v \cos \theta \sin \gamma_v - \dot{\theta} \sin \gamma_v \\ \dot{\theta} = a_4 \alpha + b_{41} \beta + a_5 \delta_p \\ \dot{\gamma}_v = \omega_{x1} \cos \alpha \cos \beta - \omega_{y1} \sin \alpha \cos \beta + (\omega_{z1} - \alpha) \sin \beta - \dot{\psi}_v \sin \theta \\ \dot{\psi}_v = (a_4 \beta - b_{41} \alpha + a_5 \delta_y) / \cos \theta \end{array} \right. \quad (5-1)$$

其中 α 为攻角， β 为侧滑角， θ 为弹道倾角， γ_v 为速度倾斜角， ψ_v 为弹道偏角，其他参数均为动力学系数，具体取值见本书附录 1。

5.2.1 导弹的三通道传递函数

由于导弹为轴对称布局，因此忽略俯仰和滚动耦合参数后，偏航通道和俯仰通道的传递函数模型是相同的。如果忽略舵机和速率陀螺动态特性，导弹弹体动力学模型为：

$$G(s) = \frac{\mathcal{G}(s)}{\delta_p(s)} = \frac{-K_d(T_{1d}s+1)}{s(|T_d|T_d s^2 + 2\xi_d T_d s + 1)} \quad (5-2)$$

式中，各项系数与动力学系数关系如下：

$$\begin{aligned} K_d &= \frac{a_3 a_4 - a_2 a_5}{a_1 a_4 + a_2} \\ T_d &= \begin{cases} \frac{-1}{\sqrt{|a_1 a_4 + a_2|}} & a_1 a_4 + a_2 < 0 \\ \frac{1}{\sqrt{|a_1 a_4 + a_2|}} & a_1 a_4 + a_2 > 0 \end{cases} \\ \xi_d &= (a_1 + a_{11} + a_4) \times \left| \frac{T_d}{2} \right| \\ T_{1d} &= \frac{a_3 - a_{11} a_5}{a_3 a_4 - a_2 a_5} \end{aligned}$$

滚转通道动力学模型为：

$$G(s) = \frac{\gamma(s)}{\delta_x(s)} = \frac{K_{dx}}{s(T_{dx}s + 1)} \quad (5-3)$$

式中，各项系数与动力学系数关系如下：

$$K_{dx} = -\frac{c_3}{c_1}$$

$$T_{dx} = \frac{1}{c_1}$$

导弹三通道的传递函数的参数具体见本书附录 2。

5.2.2 导弹的三通道控制系统设计

(1) 俯仰和偏航通道

由俯仰通道传递函数可知，导弹纵向姿态稳定回路为具有一个零点的三阶系统。由于弹体存在静不稳定的情况，零点对系统的稳定性及动态性能影响较大，故在舵机前加入一个滤波器将零点滤除，滤波器为： $1/(T_0s + 1)$ 。取 T_0 为 T_{1d} 的平均值，形成偶极子将零点滤除。

则控制对象的模型变为：

$$G(s) = \frac{\mathcal{G}(s)}{\delta(s)} = \frac{-K_d}{s(|T_d|T_d s^2 + 2\xi_d T_d s + 1)} \quad (5-4)$$

如果采用状态全反馈，反馈通道的传递函数为：

$$H(s) = k_I + k_P s + k_D s^2 \quad (5-5)$$

系统闭环传递函数为：

$$\phi(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} = \frac{1/k_I}{A_3 s^3 + A_2 s^2 + A_1 s + 1} \quad (5-6)$$

式中：

$$A_3 = -|T_d|T_d / K_d k_I$$

$$A_2 = (-2\xi_d T_d + K_d k_D) / K_d k_I$$

$$A_1 = (-1 + K_d k_P) / K_d k_I$$

写出理想闭环系统特征方程：

$$(T_a s + 1)(T_d'^2 s^2 + 2\xi_d' T_d' + 1) = 0$$

由性能指标可知：

$$T_a = 0.15s, \quad T_d' = 0.1s, \quad \xi_d' = 0.7s$$

因此有：

$$(T_a s + 1)(T_d'^2 s^2 + 2\xi_d' T_d' + 1) = A_3 s^3 + A_2 s^2 + A_1 s + 1$$

经过运算得到：

$$A_3 = T_a T_d'^2$$

$$A_2 = 2T_a \xi_d' T_d' + T_d'^2$$

$$A_1 = T_a + 2T_d' \xi_d'$$

最终得到 k_I , k_P , k_D 的计算公式

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & -A_3 K_d \\ K_d & 0 & -A_2 K_d \\ 0 & K_d & -A_1 K_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_D \\ k_P \\ k_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_d' T_d' \\ 2\xi_d' T_d' \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5-7)$$

求解该代数方程组，即可得到 k_I , k_P , k_D 的值。

当忽略俯仰和滚动耦合参数后，导弹偏航通道参数同俯仰通道控制系数相同。

(2) 滚转通道

导弹的滚动姿态稳定回路为二阶系统，如果采用全状态反馈，反馈通道传递函数为：

$$H(s) = K_P + K_D s \quad (5-8)$$

系统的闭环传递函数为：

$$\phi(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} = \frac{K_{dx}'}{T_{dx}' s^2 + 2T_{dx}' \xi_{dx}' s + 1} \quad (5-9)$$

式中

$$K_{dx}' = \frac{1}{K_P}$$

$$T_{dx}' = \sqrt{\frac{T_{dx}}{K_{dx} K_P}}$$

$$\xi'_{dx} = (1 + K_{dx} K_D) / (2T_{dx} K_{dx} K_P)$$

由理想的闭环系统特征方程为：

$$T_{dx}'^2 s^2 + 2\xi'_{dx} T_{dx}' s + 1 = 0$$

由性能指标可知：

$$T_{dx}' = 0.05s, \quad \xi'_{dx} = 0.7s$$

最终得到 K_P 和 K_D 的计算公式：

$$K_P = \frac{T_{dx}}{(K_{dx} T_{dx}'^2)} \quad (5-10)$$

$$K_D = \frac{2T_{dx} \xi'_{dx} - T_{dx}'}{T_{dx}' K_{dx}} \quad (5-11)$$

5.2.3 导弹控制系统的编程与仿真

例 5-1：某型防空导弹气动与传函模型参数如附录 1 和附录 2，现在发射后 $t = 0.5s$ 时，攻角 $\alpha = 1^\circ$ 试设计其滚转通道控制律。

解：假设防空导弹在攻击平面为铅垂面，即侧滑角 $\beta = 0$ ，且 $\omega_y = 0$ 。由于攻角 $\alpha = 1^\circ$ 固定，因此 $\omega_z = 0$ 。查表得到 $K_{dx} = 1021.63$ ， $T_{dx} = 13.215$ ，那么滚转通道的传递函数可以写为

$$G(s) = \frac{\gamma(s)}{\delta_x(s)} = \frac{1021.63}{s(13.21s + 1)}$$

那么利用全状态反馈控制设计得到 $K_P = 5.1741$ ， $K_D = 0.3612$ 。反馈控制器的传递函数为 $H(s) = 0.3612s + 5.1741$ 。

在搭建控制器框图时，考虑到微分环节通常用 $K_D s / (\tau s + 1)$ 来代替，其中 τ 为一个小数。另一方面为了保证闭环传递函数的增益为 1，因此需要在前向回路中增加一个比例系数，可以计算获知增益调整系数为 5.1。则导弹滚转通道的控制系统仿真框图如下所示：

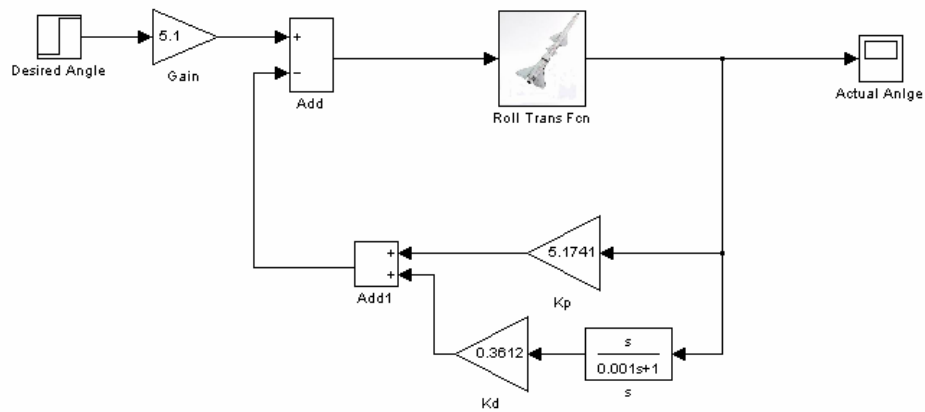


图 5-1 滚转通道的控制框图

假设滚转角的控制信号为标准阶跃信号，那么可以得到闭环系统的响应曲线：

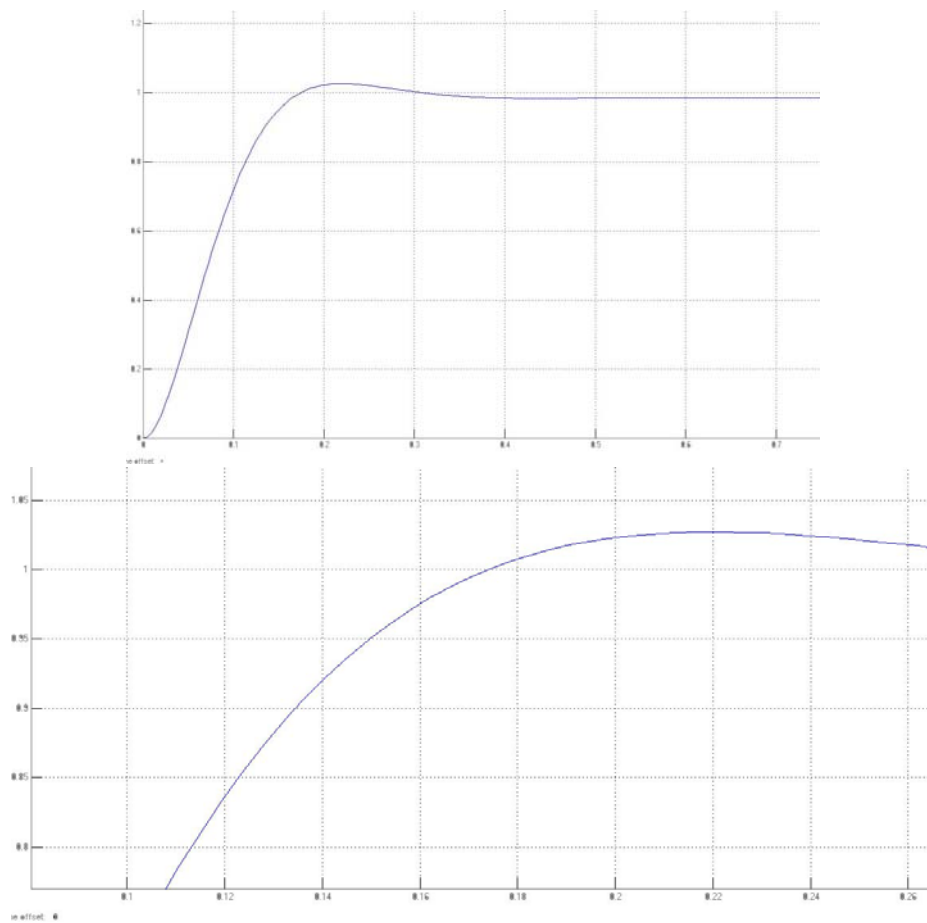


图 5-2 滚转通道的控制仿真曲线和其局部放大图

从仿真图 5-2 中可以看出系统的调节时间和超调量均达到了设计指标，但是采用这种反馈控制器设计的控制系统是存在静差的。

但是这种验证只是在定常简化系统中的设计，至于设计的结果必须放到完整的弹体动力学方程组中仿真验证才能反映真实的情况。因此查附录 1 可得该时刻的气动参数：

$t = 0.5s$, $\alpha = 1^\circ$ 时, $a_1 = 0.173$, $a_2 = -0.388$, $a_3 = 25.956$, $a_4 = 2.278$, $a_5 = 0.344$,
 $a_{11} = 0.029$, $c_1 = 0.076$, $c_3 = 0.076$, $b_{41} = -0.004$, $b_{42} = -0.004$, $b_{21} = -0.034$,
 $b_{22} = -0.034$, $b_{10} = 0.000$, $a_{10} = -0.017$, $c_{10} = -0.003$, $c_{11} = 0.000$

按照公式 (5-1) 搭建全系统仿真框图如下：

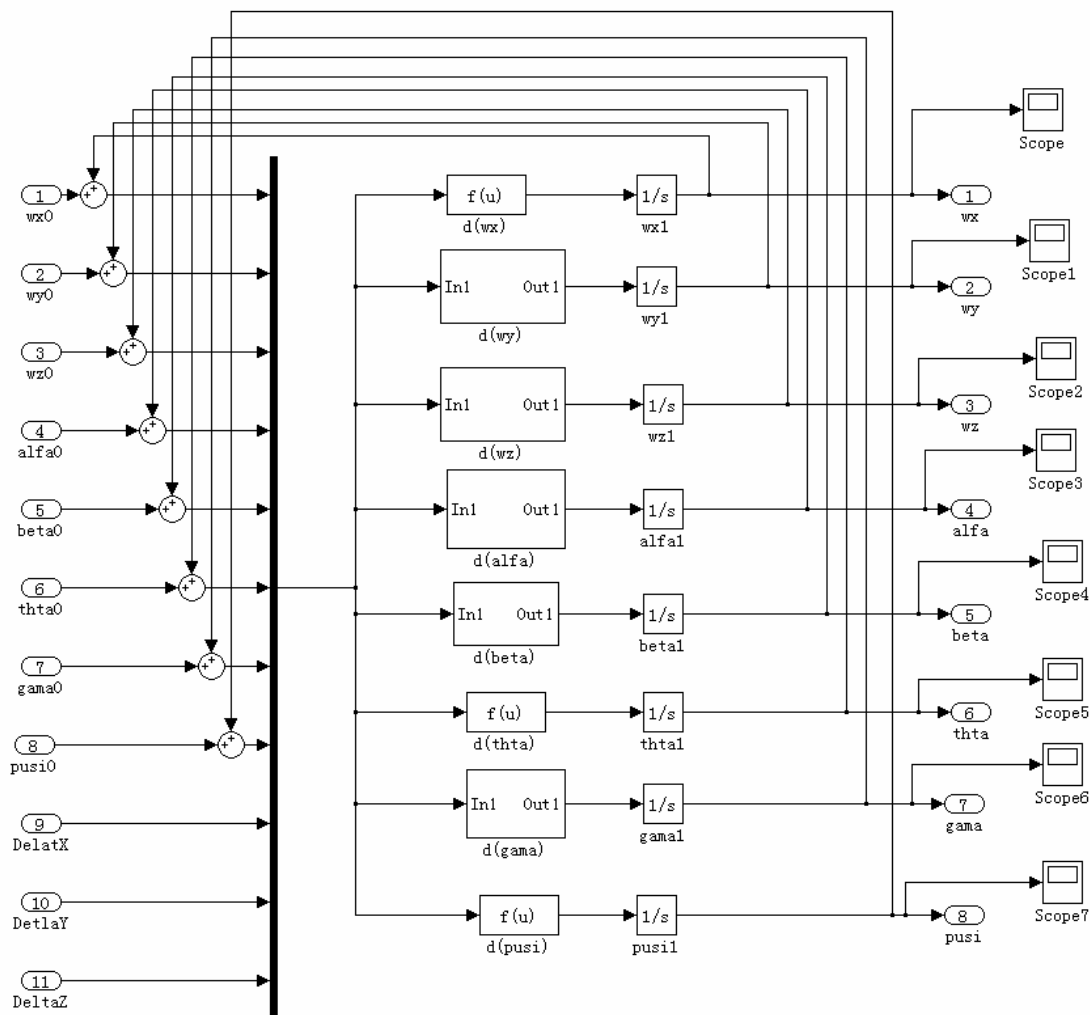


图 5-3 导弹弹体系统仿真框图

其中 DeltaX, DeltaY, DeltaZ 分别为导弹 X, Y, Z 三个轴向上的控制舵面偏转角度。

那么仅对滚转通道控制的导弹仿真框图如下：

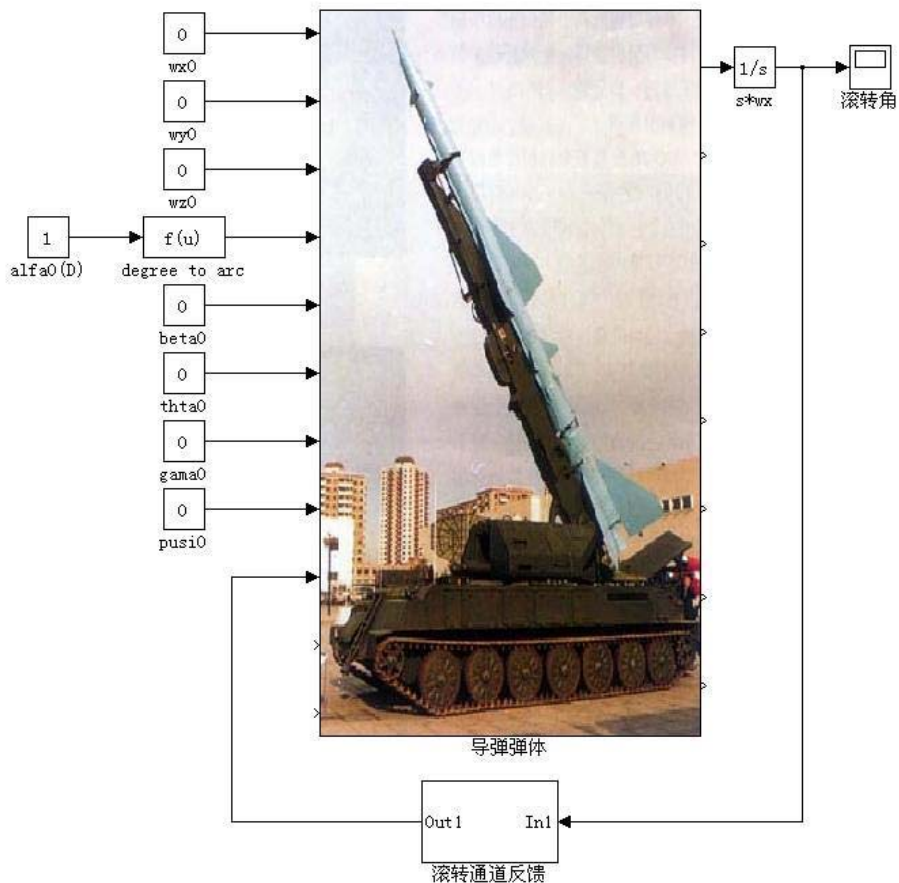


图 5-4 滚转通道的控制的实际弹体仿真框图

假设初始滚转角为 1，系统具有迅速稳定滚转角的能力，可以得到仿真曲线：

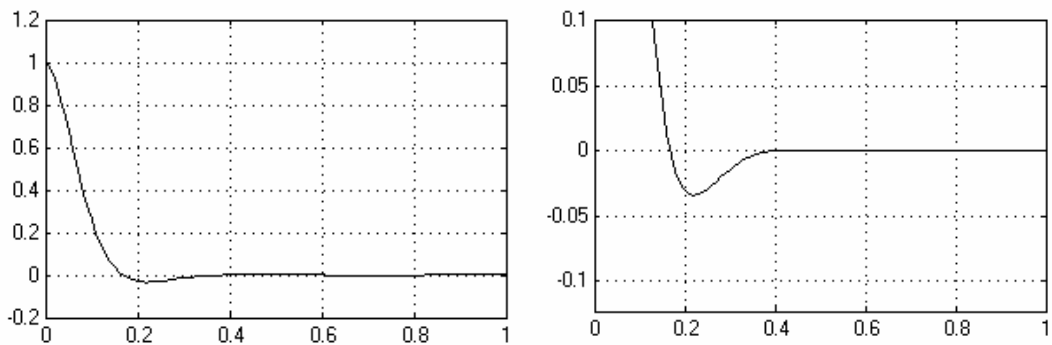


图 5-5 滚转通道的控制的实际弹体仿真曲线及其局部放大图

可以看出实际弹体响应与传递函数响应略有不同，因此设计必须在实际弹体模型中检验。有兴趣的同学可以将导弹俯仰和偏航通道的控制器进行设计。

5.3 导弹控制系统的仿真习题

仍然以例题 5-1 为背景，所有气动和模型参数见附录 1 和附录 2，要求分别按照如下要求设计各通道控制器。

- (1) 选择 $t = 0.5s$ 时， $\alpha = 1^\circ, \beta = 1^\circ$ 进行三通道控制设计与仿真；
- (2) 选择 $t = 0.5s$ 时， $\alpha = 4^\circ, \beta = 4^\circ$ 进行三通道控制设计与仿真；
- (3) 选择 $t = 0.5s$ 时， $\alpha = 10^\circ, \beta = 10^\circ$ 进行三通道控制设计与仿真；
- (4) 选择 $t = 0.5s$ 时， $\alpha = 18^\circ, \beta = 18^\circ$ 进行三通道控制设计与仿真；
- (5) 选择 $t = 1.0s$ 时， $\alpha = 1^\circ, \beta = 1^\circ$ 进行三通道控制设计与仿真；
- (6) 选择 $t = 1.0s$ 时， $\alpha = 4^\circ, \beta = 4^\circ$ 进行三通道控制设计与仿真；
- (7) 选择 $t = 1.0s$ 时， $\alpha = 15^\circ, \beta = 15^\circ$ 进行三通道控制设计与仿真；
- (8) 选择 $t = 1.0s$ 时， $\alpha = 20^\circ, \beta = 20^\circ$ 进行三通道控制设计与仿真；
- (9) 选择 $t = 1.5s$ 时， $\alpha = 1^\circ, \beta = 1^\circ$ 进行三通道控制设计与仿真；
- (10) 选择 $t = 1.5s$ 时， $\alpha = 15^\circ, \beta = 15^\circ$ 进行三通道控制设计与仿真；
- (11) 选择 $t = 1.5s$ 时， $\alpha = 20^\circ, \beta = 20^\circ$ 进行三通道控制设计与仿真；
- (12) 选择 $t = 2.5s$ 时， $\alpha = 4^\circ, \beta = 4^\circ$ 进行三通道控制设计与仿真；
- (13) 选择 $t = 2.5s$ 时， $\alpha = 10^\circ, \beta = 10^\circ$ 进行三通道控制设计与仿真；
- (14) 选择 $t = 2.5s$ 时， $\alpha = 18^\circ, \beta = 18^\circ$ 进行三通道控制设计与仿真；
- (15) 选择 $t = 4.0s$ 时， $\alpha = 4^\circ, \beta = 4^\circ$ 进行三通道控制设计与仿真；
- (16) 选择 $t = 4.0s$ 时， $\alpha = 15^\circ, \beta = 15^\circ$ 进行三通道控制设计与仿真；
- (17) 选择 $t = 4.0s$ 时， $\alpha = 20^\circ, \beta = 20^\circ$ 进行三通道控制设计与仿真；
- (18) 选择 $t = 8.0s$ 时， $\alpha = 18^\circ, \beta = 18^\circ$ 进行三通道控制设计与仿真；
- (19) 选择 $t = 8.0s$ 时， $\alpha = 25^\circ, \beta = 25^\circ$ 进行三通道控制设计与仿真；
- (20) 选择 $t = 8.0s$ 时， $\alpha = 18^\circ, \beta = 4^\circ$ 进行三通道控制设计与仿真；

第六章 导弹的制导控制系统综合设计与仿真

通过前面章节的学习，我们已经初步掌握了导弹制导和控制系统的基本设计方法。但是对于实际的导弹制导控制系统来说，往往是根据作战任务和总体要求对导弹的制导控制系统进行设计。那么这个时候就需要根据实际要求和约束对导弹的制导和控制系统进行综合的设计和仿真。在本章我们将以某型空地导弹攻击地面目标为作战要求，设计空地导弹的制导和控制系统，并搭建仿真模型进行数字仿真。

6.1 导弹制导控制系统综合设计的一般方法

对于实际的导弹由于外形设计和作战要求的不同，导弹在制导控制律的设计方面除了要求保证命中目标的精度和机动过载之外，往往还对其他方面有着不同约束。例如导弹的大功角约束、攻击地面目标的着地角约束、导弹的视场角约束以及导弹的速度约束等多种约束。因此在导弹设计时就要充分考虑这些约束给制导律和控制律设计所带来的要求。通常导弹制导控制系统的一体化设计方法步骤为：

- (1) 分析导弹作战使用要求和设计方案，确定导弹制导和控制系统中各种约束条件；
- (2) 根据导弹气动参数和制导方式建立导弹的六自由度全模型；
- (3) 根据导弹制导律约束要求，设计恰当的制导律，并以质点对象进行制导仿真；
- (4) 根据导弹控制律约束要求，设计恰当的控制律，并对控制系统进行仿真；
- (5) 搭建导弹六自由度模型，将制导律和控制律带入仿真，并对参数进行调整；

(6) 改变导弹参数和干扰，对导弹制导控制系统的稳定性进行考核，并通过多次不同初始条件的打靶仿真确定导弹的制导精度等指标。

以上几步只是导弹制导控制系统设计的粗略步骤，在思路上看根据作战任务设计设计出导弹的制导律仿真获得导弹的弹道轨迹和指令过载是前期容易完成的。但是制导律决定了导弹为了打击目标在飞行中所需要的机动过载，而要使导弹具有这样的过载就成为导弹控制系统的重要任务。导弹的控制系统主要是通过改变导弹舵面从而改变导弹姿态，当导弹的姿态发生变化时气动攻角也随之发生相应的变化，从而引起导弹的侧向气动力发生变化，达到了改变导弹侧向过载的目的。

对于一般的舵面控制导弹中，为了设计的简化期间，在一个攻击平面内，可利用平面内侧向加速度 a_n 与平面导弹速度方向的变化率 $\dot{\theta}$ 建立关系，例如在纵向平面内有这样关系：

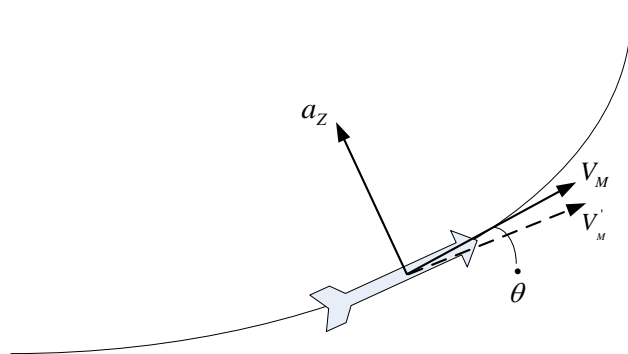


图 6-1 导弹侧向过载与速度矢量变化率的关系

$$a_z = n_z g = V_M \dot{\theta} \quad (6-1)$$

这样就将纵向平面的过载指令转换到弹道倾角的变化，从而为控制系统提供了所需要跟踪的变量。通常基于过载控制的导弹正是基于这一公式实现对弹体的姿态控制。

6.2 导弹制导控制系统综合设计与 Matlab 仿真

本节以某型空地导弹攻击地面目标为例，讲述导弹制导控制系统综合设计的一般方法。某型远程空地导弹由载机携带发射后中制导为惯性导航，导弹在距离目标 5km 处转为末制导，此时导弹飞行高度 3000 米，速度 230 米/秒；末制导采用雷达主动制导，导引头视场角最大为 $\pm 25^\circ$ 。末制导后导弹处于无动力飞行阶段，速度近似保持不变。由于导弹攻击的为地面坚固目标，因此采用顶部贯穿攻击，即要求导弹的着地角（弹道倾角） $\leq -45^\circ$ ，着地时攻角不超过 5° 。

此外导弹为了增加其飞行距离，因此采用了主升力面的面对称外形。对于采用面对称外形的飞航式导弹多采用 BTT 控制方式，即倾斜转弯方式，近几年来，倾斜转弯(BTT)技术用于自动寻的导弹的控制受到了人们的重视。使用该技术导引导弹的特点是，在导弹拦截过程中，随时控制导弹绕纵轴转动，使其理想的法向过载矢量总是落在导弹的对称面上。现在，大多数战术导弹与 BTT 控制不同，导弹在寻的过程中，保持弹体相对纵轴稳定不动，控制导弹在俯仰与偏航两个平面上产生相应的法向过载，其合成法向力指向控制规律所要求的方向，这种控制技术称为侧滑转弯(STT)技术。对 STT 导弹，所要求的法向过载矢量相对导弹弹体而言，其空间位置是任意的。而 BTT 导弹则由于滚转控制的结果，所需要的法向过载最终总落在导弹的有效升力面或主升力面上。BTT 技术的出现和发展与改善战术导弹的机动性、

准确性、速度、射程等性能指标紧密相关。

根据导弹气动外形及配置的动力装置不同, BTT 控制可以是“BTT-45”、“BTT-90”、“BTT-180”。它们的区别是在制导过程中, 控制导弹可能滚转的角度范围不同, 即 45° 、 90° 和 180° 。其中 BTT-45 控制型适用于轴对称型的十字型弹翼的导弹。BTT 系统控制导弹滚动, 从而使需要的法向过载落在它的有效升力面上, 由于轴对称导弹有两个互相垂直的对称面, 所以在制导过程的任一瞬间, 只要控制导弹滚动小于或等于 45° , 即可实现所需要的法向过载落在它的有效升力面上。BTT-90 和 BTT-180 控制型适合于面对称型的飞航式导弹, 由于其进气道发动机的要求, 有些导弹只能采取 90° 控制方式, 而有些则可以采用 180° 控制方式。

6.2.1 导弹的约束条件分析与指标要求

如前所述某型空弹在距离目标 5000 米处转入红外成像制导, 导弹此时高度为 1000 米, 速度为 230 米/秒; 下面明确导弹在制导和控制系统方面的约束条件:

(一) 制导系统的约束

- (1) 末制导过程中导弹的主升力面为了保证攻角约束限制过载在 $\pm 2g$ 范围内;
- (2) 导弹的导引头最大视线角不能超出 $\pm 25^\circ$;
- (3) 着地时弹道倾角 $\leq -45^\circ$ 。

(二) 控制系统的约束

- (1) 导弹采用 BTT-90 控制;
- (2) 着地时攻角不能超出 $\pm 5^\circ$ 。

当然为了仿真的简便起见, 我们也对仿真做了如下假设:

- (1) 导弹导引头对目标角速度和距离测量存在高斯白噪声误差;
- (2) 导弹速度近似保持不变;
- (3) 导弹为三通道独立控制, 假设侧滑角总是为零。这也就是说只需要对导弹滚转通道和俯仰通道控制系统进行设计。

下面我们将分别对导弹的制导和控制系统建模和设计仿真。

6.2.2 导弹的制导系统建模

导弹的一般运动由其质心的运动和绕其质心的转动所组成, 由于制导主要研究导弹质心的运动规律, 为了简捷地得到导弹的飞行弹道, 可将导弹当作一个可操纵质点, 这种假设并不影响对于导引规律的研究结果。把导弹作为一个“可控质点”, 主要基于以下假设:

- 1) 导弹绕弹体轴的转动是无惯性的, 即 $J_x = J_y = J_z = 0$ 。
- 2) 导弹的控制系统理想工作。

3) 略去导弹飞行中的随机干扰作用对法向力的影响。

前两点假设,即为“瞬时平衡”假设,其实质是认为导弹在整个有控飞行期间的任一瞬时都处于平衡状态,也就是说,当操纵机构偏转时,攻角 α 和侧滑角 β 都瞬时到达平衡值。后一点假设,是略去导弹真实飞行中的随机干扰造成的导弹绕质心的随机振荡,这种振荡会引起气动法向力 Y 和 Z 的随机增量。

当把导弹当作一个“可控质点”时,导弹弹体绕质心旋转的三个动力学方程和三个运动学方程不再存在,又由于对于质点也无所谓滚动之分,所以三个几何关系方程也可舍去,又由于被动段导弹的质量不再变化,质量方程也不存在,因此,在导弹被动飞行段,其质心(可操纵质点)的运动实质上已退化为三自由度运动,在纵向通道和侧向通道的运动也相应退化为二自由度运动。

为了简化,以目标和飞行器质心为基准,将运动分解为纵向平面和侧向平面内的运动,如图 6-2 所示。其中纵向平面定义为飞行器质心 M 和目标 T 及地心 O 所确定的平面 MOT 。其侧向平面定义为过目标和飞行器质心而垂直于俯冲平面的平面。侧向平面内的运动可视为小量。

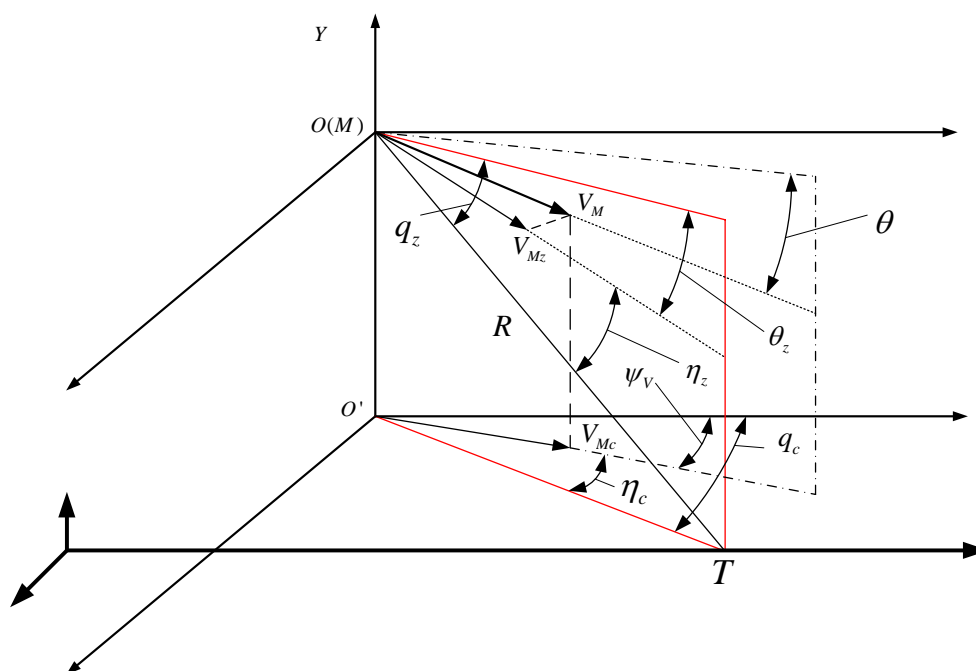


图 6-2 导弹末制导时的坐标定义与关系

在图中, V 为再入飞行器的速度矢量, R 为导弹和固定目标的相对距离, 平面 MOT 称为纵向平面, 对应的平面 oxz 为侧向平面, V_y 为速度矢量 V 在纵向平面的投影, θ_y 为 V_y 与 oxz 侧向平面的夹角, η_y 为 V_y 与相对距离 R 的夹角, q_y 和 q_y 分别为纵向平面和侧向平面内

的视线角。 θ 和 ψ_V 分别是当地弹道倾角和弹道偏角。 η_z 速度 V 在侧向平面投影 oxz 与纵向平面 MOT 的夹角。 θ_y 、 η_y 、 q_y 、 q_y 、 θ 、 ψ_V 和 η_z 都是负值。

基于飞行器运动和控制的特点，导弹的侧向运动参数都比较小，导弹基本在纵向平面上运动，因此，为便于研究导弹的质心运动规律，可将导弹的一般运动分解为纵向运动和侧向运动，分别在纵向平面和侧向平面建立制导系统数学模型。

(1) 纵向制导模型

纵向制导系统数学模型描述主要由目标运动学、导弹运动学、导弹—目标相对运动学、导弹动力学、自动驾驶仪等效模型、制导算法等组成，模型考虑了自动驾驶仪的动态特性、重力加速度的变化及地球曲率的影响等因素。

1) 目标运动学模型：

目标的运动状态取固定模式。目标中心点作为坐标原点，故目标的位置坐标为(0, 0)。

2) 导弹运动学模型：

$$\begin{aligned}\dot{x}_m &= V \cos \theta \\ \dot{y}_m &= V \sin \theta\end{aligned}\tag{6-2}$$

3) 导弹—目标相对运动学模型：

$$\begin{aligned}r_x &= x_T - x_m \\ r_y &= y_T - y_m \\ r &= \sqrt{r_x^2 + r_y^2} \\ q &= a \tan \frac{r_y}{r_x}\end{aligned}\tag{6-3}$$

式中， x_T 、 y_T 分别为目标的位置坐标；

x_m 、 y_m 分别为导弹的位置坐标；

r_x 、 r_y 分别为相对距离 r 在 x 、 y 向的分量。

4) 导弹动力学模型：

系统采用过载反馈自动驾驶仪

$$\begin{aligned}m\dot{V} &= -X - mg \sin \theta \\ \dot{\theta} &= \frac{gn_y}{V} - \frac{g \cos \theta}{V}\end{aligned}\tag{6-4}$$

其中空气阻力 $X = C_x \frac{1}{2} \rho V^2 S$ ，在本例题中可以假设为零。

5) 过载反馈自动驾驶仪等效模型

制导系统数学仿真应考虑自动驾驶仪的动态特性，可近似为一阶惯性系统

$$\frac{n_m(s)}{n_c(s)} = \frac{1}{1+Ts} \quad (6-5)$$

其中： n_c 为制导系统发出过载或加速度指令， n_m 为航弹的实际过载或加速度。法向过载范围 $\pm 2g$ ，时间常数 $T = 2s$ 。

(2) 侧向制导模型

由于侧向运动不能独立解算，其速度特性、动压特性等必须由纵向运动获得，在侧向偏差较小的情况下，由侧滑角引起的速度变化较小，可由纵向速度(大小)来近似。

1) 目标运动学模型：

目标的运动状态取固定模式。目标中心点作为坐标原点，故目标的位置坐标为 $(0, 0)$ 。

2) 导弹运动学模型：

$$\begin{aligned} \dot{z}_m &= -V \sin \psi_V \\ \dot{x}_m &= V \cos \psi_V \end{aligned} \quad (6-6)$$

3) 导弹—目标相对运动学模型：

$$\begin{aligned} r_x &= x_T - x_m \\ r_z &= z_T - z_m \\ r &= \sqrt{r_x^2 + r_z^2} \\ q_z &= -a \tan \frac{r_z}{r_x} \end{aligned} \quad (6-7)$$

式中， x_T 、 z_T 分别为目标的位置坐标；

x_m 、 z_m 分别为导弹的位置坐标；

r_x 、 r_z 分别为相对距离 r 在 x 、 z 向的分量。

4) 导弹动力学模型：

系统采用过载反馈自动驾驶仪

$$\begin{aligned} V &= V(t) \\ \dot{\psi}_V &= -\frac{g}{V} n_z \end{aligned} \quad (6-8)$$

式中， $V(t)$ 为纵向速度特性。

5) 过载反馈自动驾驶仪等效模型

同纵向系统一样，侧向制导系统自动驾驶仪的动态特性，也可近似为一阶惯性系统：

$$\frac{n_z(s)}{n_{zc}(s)} = \frac{1}{1+2s} \quad (6-9)$$

6.2.3 导弹的制导系统制导律设计

在末制导段，远程精确对地攻击导弹一般还处于无动力飞行状态，由于飞行高度较低，重力对弹道形态影响较大，合理设计末制导弹道和制导算法非常重要。由于本对地攻击导弹在末制导段的可用法向过载较小，转弯速率十分有限，制导系统设计不但要考虑命中姿态角要求，还要考虑末制导高度限制、命中速度和脱靶量要求，以保证战斗部效能达到最大。

针对某型空地导弹，由于其法向过载范围($\pm 2g$)很小，下面给出一种基于基准弹道摄动控制原理的具有命中点姿态角约束的制导方案，以弹道跟踪误差和控制能量最小为优化指标，设计出性能良好的姿态约束末制导律，克服了法向过载较小的困难。

不考虑弹体动力学延迟、无动力飞行导弹在垂直面内对地面固定目标的运动方程满足

$$\begin{cases} R\dot{q} = V \sin(q - \theta) \\ \dot{R} = -V \cos(q - \theta) \\ V\dot{\theta} = a_c - g \cos \theta \\ m\dot{V} = -X - mg \sin \theta \end{cases} \quad (6-10)$$

式中： R 表示弹目相对距离； q 表示弹目视线角； θ 表示导弹弹道倾角； a_c 表示导弹法向加速度指令； V 表示导弹速度； X 表示导弹阻力； m 表示导弹质量； g 为重力加速度。

基准弹道是指按照既定的制导策略期望实现的理想弹道。这里所谓的基准弹道指能够满足命中点姿态角 $\theta(t_f)$ 和命中速度要求的弹道。对地面固定目标，直线基准弹道是最容易实现的弹道，也是比例导引的理想弹道。因此制导律的设计就是使得导弹能够沿着基准直线弹道飞行。沿直线基准弹道，弹道参数满足 $\dot{q}_d = 0$ 、 $\dot{\theta}_d = 0$ 、 $\dot{R}_d = 0$ 和 $q_d = \theta_d$ 的条件。基准弹道需要的重力补偿量 $a_{cd} = g \cos \theta_d$ 。

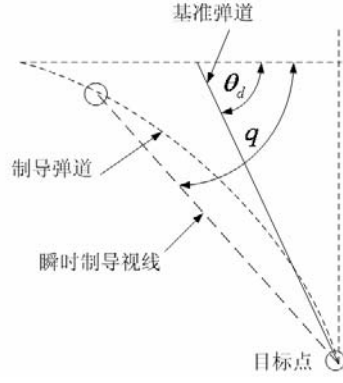


图 6-3 基准弹道示意图

设沿基准弹道视线角和导弹航迹角的摄动量分别为 $\Delta\theta = \theta - \theta_d$ 和 $\Delta q = q - q_d$ ，法向加速度指令摄动量为 $\Delta a_c = a_c - a_{cd}$ ，导弹速度仍维持基准弹道速度 V_d ，则由 (6-9) 式得摄动方程

$$\begin{cases} R_d \Delta \dot{q} = V_d \Delta q - V_d \Delta \theta \\ V_d \Delta \dot{\theta} = g \sin \theta_d \Delta \theta + \Delta a_c \\ \Delta \dot{R} = 0 \end{cases} \quad (6-11)$$

由于 $\Delta \dot{R} = 0$ ，因此摄动弹道的相对速度 V_c 等于基准弹道的导弹速度 V_d ，剩余飞行时间 t_{go} 可采 $t_{go} = R_d / V_d$ 用近似计算。

在制导律实现中，为方便通常采用实际弹道参数而不是基准弹道参数，即用导弹的实际速度 V 取代基准弹道速度 V_d ，实际相对距离 R 取代基准弹道相对距离 R_d ， t_{go} 的计算关系变为 $t_{go} = R / V$ ，这样经过最优制导律的推导可以得到制导律为

$$a_c = -\frac{V^2}{R} [p_{12}(q - \theta_d) + p_{22}(\theta - \theta_d)] + g \cos \theta_d \quad (6-12)$$

式中：隐含参数 $c = -\frac{Rg \sin \theta_d}{V^2}$ 。

实际应用中，取 $p_{12} = -15$ ， $p_{22} = 7$ ，则制导律为：

$$a_c = \frac{15V^2}{R}(q - \theta_d) - \frac{7V^2}{R}(\theta - \theta_d) + g \cos \theta_d \quad (6-13)$$

不妨设初始条件为：目标固定初始位置为 $(0,0,0)$ ；导弹速度取为标准弹道速度，初始倾角为 -0.3 ，初始偏角为 0 。初始位置为 $(-5000m, 3000m, 1000m)$ 。基准落地倾角定为： $\theta_{DF} = -\pi/3$ 。纵向制导律选取式 (3-45)，侧向制导律选择比例导引律，导引系数为 -4 。系统仿真图如下：

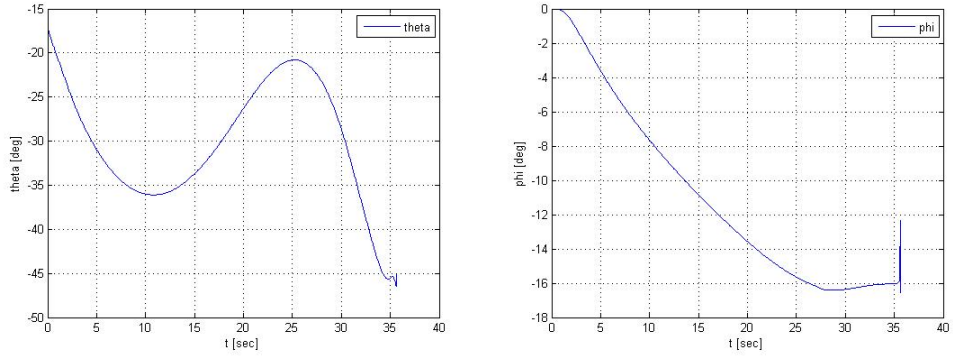


图 6-4 导弹弹道倾角与弹道偏角曲线

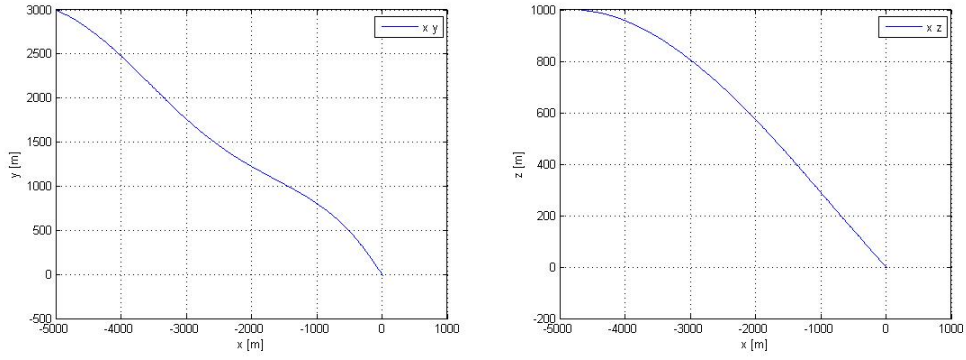


图 6-5 导弹纵向平面轨迹和侧向平面轨迹

6.2.4 导弹的控制系统建模

导弹三通道的传递函数经过简化，并带入气动参数可以写为：

(1) 俯仰通道

$$\begin{aligned}\frac{\vartheta(s)}{\delta_z(s)} &= \frac{-186.961s - 306.6600}{s(s^2 + 2.9601s + 89.3996)} \\ \frac{\theta(s)}{\delta_z(s)} &= \frac{0.1953s^2 + 0.2412s - 306.6600}{s(s^2 + 2.9601s + 89.3996)} \\ \frac{\alpha(s)}{\delta_z(s)} &= \frac{-0.1953s - 187.2022}{s^2 + 2.9601s + 89.3996}\end{aligned}\quad (6-14)$$

(2) 偏航通道

$$\begin{aligned}
\frac{\psi(s)}{\delta_y(s)} &= \frac{-160.9751s - 29.7499}{s(s^2 + 0.7681s + 77.6870)} \\
\frac{\psi_c(s)}{\delta_y(s)} &= \frac{0.176s^2 + 0.0889s - 29.7499}{s(s^2 + 0.7681s + 77.6870)} \\
\frac{\beta(s)}{\delta_y(s)} &= \frac{-0.176s - 161.0640}{s^2 + 0.7681s + 77.6870}
\end{aligned} \tag{6-15}$$

(3) 滚转通道

$$\frac{\gamma(s)}{\delta_x(s)} = \frac{-67.5733}{s^2 + 5.2818s} \tag{6-16}$$

根据 BTT 控制的特点, 我们把求得的纵向和侧向指令合成出俯仰和滚转通道命令, 而使得偏航指令为零。在根据制导律求得纵向指令 a_y 和侧向指令 a_z 的条件下, 俯仰、偏航和滚转通道的指令可表示为:

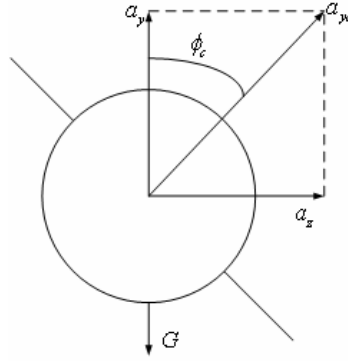


图 6-6 BTT 控制的过载指令合成示意图

$$\begin{cases} a_{ye} = \sqrt{a_y^2 + a_z^2} \\ a_{zc} = 0 \\ \phi_c = \arctan(a_z / a_y) \end{cases} \tag{6-17}$$

式中, a_{ye} 为俯仰通道指令;

a_{zc} 为偏航通道指令;

ϕ_c 为滚转通道指令。

根据题目要求, 只需要控制滚转通道稳定, 根据滚转通道输出的滚转角, 把指令重新分解成纵向和侧向指令, 从而控制弹体运动。因此下面介绍滚转通道的稳定控制。

滚转通道采用 PID 控制器控制系统稳定, 其中比例环节的作用是对偏差瞬间做出快速反

应。偏差一旦产生，控制器立即产生控制作用，使控制量向减少偏差的方向变化。控制作用的强弱取决于比例系数，比例系数越大，控制作用越强，但过大则导致系统振荡，破坏系统的稳定性。积分环节可消除系统的静态误差。微分环节是根据偏差的变化趋势(变化速度)进行控制，偏差变化越大，微分输出越大，并能在偏差值变大之前进行修正，可减少超调量，克服振荡，使系统稳定，特别对高阶系统有利，加快了系统的跟踪速度。但微分的作用对输入信号的噪声很敏感，故噪声较大的系统一般不用微分，或在微分作用之前对输入信号进行滤波。

经过调试，最后取得 $K_P = -0.2875$ 、 $K_I = -0.0140$ 、 $K_D = -0.0107$ ，闭环系统时域相应曲线如图 6-4 所示：

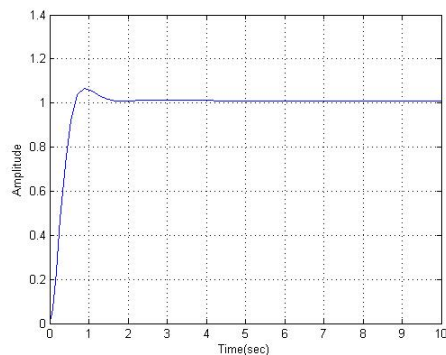


图 6-7 导弹滚转通道对阶越信号的响应曲线

6.2.5 导弹的制导和控制系统综合仿真

根据导弹的动力学方程组搭建导弹的仿真模型框图，并将导弹的制导和控制系统放入仿真模型中。如图所示

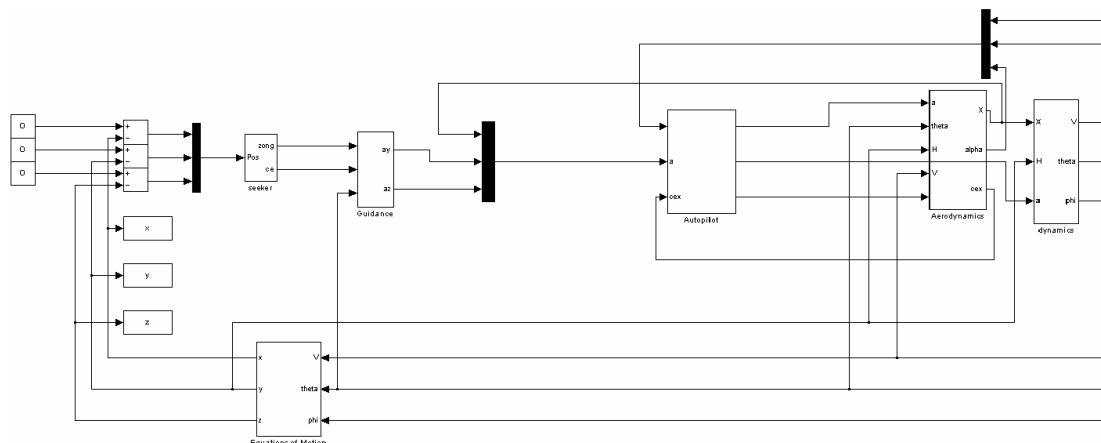


图 6-8 导弹制导和控制系统的综合仿真框图

仿真结果如以下图所示：

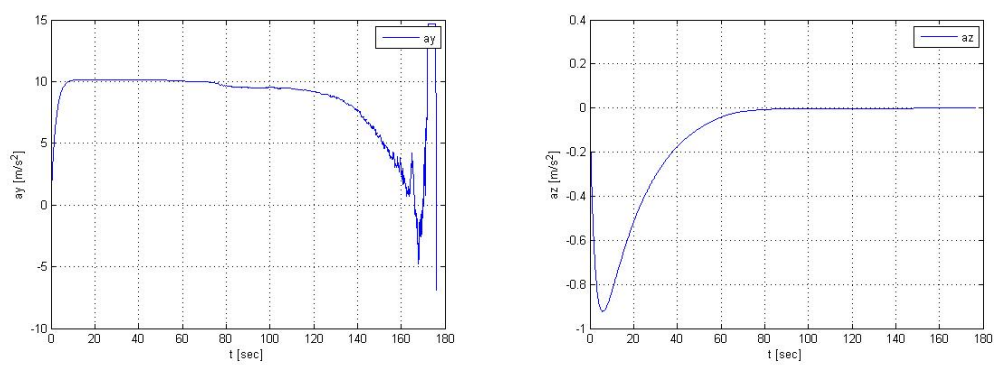


图 6-9 导弹的纵向指令和侧向指令

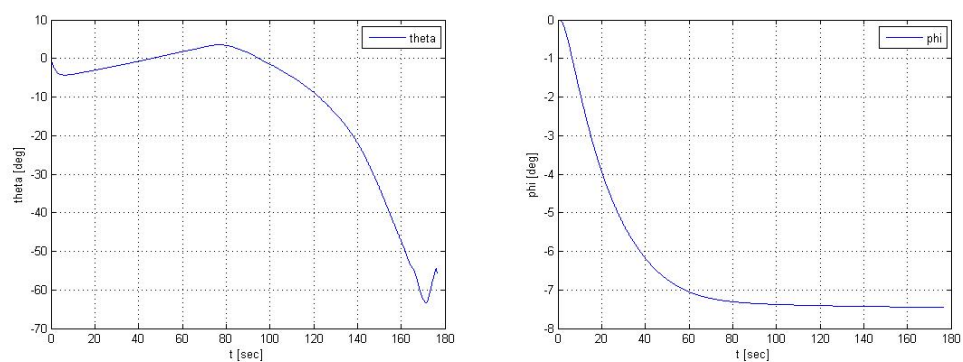


图 6-10 导弹的弹道倾角和弹道偏角

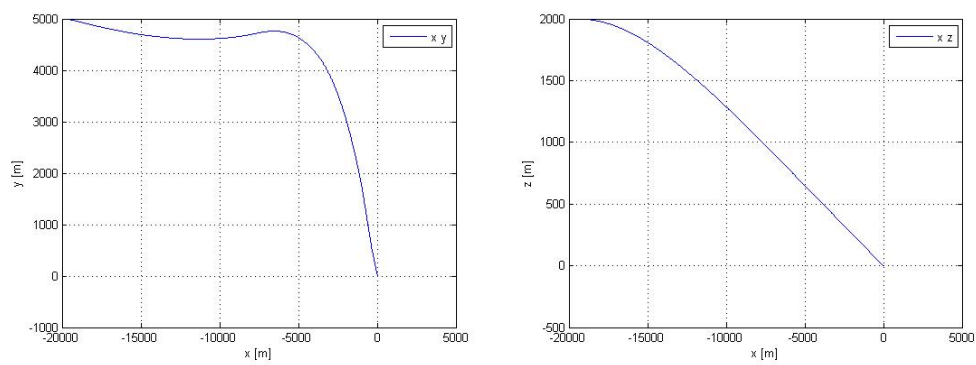


图 6-11 导弹的纵向平面轨迹和侧向平面轨迹

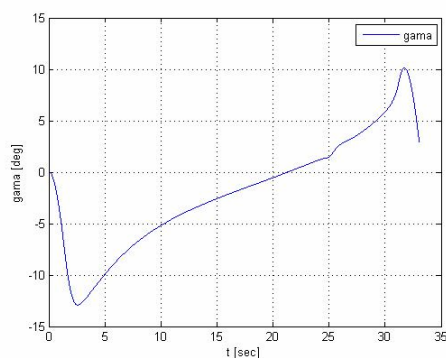


图 6-12 导弹的滚转角变化曲线

6.3 习题

针对前两章中制导律和控制律的各 20 道习题，假设导弹的三通道相互独立，那么在制导律设计习题中的场景中，利用控制律设计习题的参数，设计 STT 控制或者 BTT 控制的导弹制导控制系统仿真。在仿真中，要考虑凡是需要测量的变量或者参数都存在测量噪声，因此在仿真中必须加入适当的噪声干扰。具体习题请读者根据制导律和控制律设计的习题自由组合进行练习。

当然，导弹的制导和控制系统设计实际上是一门复杂和需要一定经验的技术能力，本教材只是将导弹制导和控制系统的基本思想和初步方法进行了介绍。读者如果要进行实际的工程设计，还需要参考《导弹飞行力学》、《导弹制导控制系统原理》、《现代导弹制导控制系统设计》、《自动控制原理》和《现代控制理论》等书籍，并且需要在实际中不断的实践和学习才能较好的设计实际导弹的制导控制系统。本书由于作者水平和经验有限，只能作为本科学生初步学习导弹制导控制系统设计的辅助教材，对于学有能力和想继续深入研究的读者可以参考其他大家的专著。本书中不免有许多错误和不足，也请读者指正和谅解。

附录 1 气动参数

t	alfa	a1	a2	a3	a4	a5	a11	c1	c3	b41	b42	b21	b22	b10	a10	c10	c11
0.500	1.0	0.173	-0.388	25.956	2.278	0.344	0.029	0.076	77.309	-0.004	-0.004	-0.034	-0.034	0.000	0.017	0.003	0.000
0.500	4.0	0.173	-0.332	25.956	2.285	0.344	0.029	0.076	77.309	-0.004	-0.004	-0.028	-0.028	0.000	0.017	0.003	1.567
0.500	10.0	0.173	-0.286	25.956	2.304	0.344	0.029	0.076	77.309	-0.001	-0.001	-0.004	-0.004	0.000	0.017	0.003	17.930
0.500	15.0	0.173	-0.204	25.956	2.307	0.344	0.029	0.076	77.309	0.001	0.001	0.002	0.002	0.000	0.017	0.003	18.922
0.500	18.0	0.173	-0.273	25.956	2.309	0.344	0.029	0.076	77.309	0.002	0.002	0.007	0.007	0.000	0.017	0.003	-12.351
0.500	20.0	0.173	-0.298	25.956	2.311	0.344	0.029	0.076	77.309	0.003	0.003	0.013	0.013	0.000	0.017	0.003	-15.922
0.500	25.0	0.173	-0.279	25.956	2.314	0.344	0.029	0.076	77.309	0.008	0.008	0.027	0.027	0.000	0.017	0.003	20.913
1.000	1.0	0.357	-1.761	29.693	1.138	0.198	0.059	0.156	129.214	0.005	0.005	0.087	0.087	0.000	0.017	0.006	0.000
1.000	4.0	0.357	-1.610	29.693	1.147	0.198	0.059	0.156	129.214	0.006	0.006	0.096	0.096	0.000	0.017	0.006	-2.295
1.000	10.0	0.357	-1.226	29.693	1.178	0.198	0.059	0.156	129.214	0.003	0.003	0.024	0.024	0.000	0.017	0.006	-37.407
1.000	15.0	0.357	-1.076	26.693	1.191	0.198	0.059	0.156	192.214	0.002	0.002	0.012	0.012	0.000	0.017	0.006	-54.371
1.000	18.0	0.357	-1.150	26.693	1.198	0.198	0.059	0.156	192.214	0.001	0.001	0.005	0.005	0.000	0.017	0.006	4.631
1.000	20.0	0.357	-1.181	26.693	1.201	0.198	0.059	0.156	192.214	-0.001	-0.001	-0.006	-0.006	0.000	0.017	0.006	16.458
1.000	25.0	0.357	-1.199	26.693	1.208	0.198	0.059	0.156	192.214	-0.006	-0.006	-0.047	-0.047	0.000	0.017	0.006	-33.703
1.500	1.0	0.535	-3.778	34.936	0.922	0.162	0.090	0.234	213.973	-0.004	-0.004	-0.097	-0.097	0.000	0.017	0.010	0.000
1.500	4.0	0.535	-3.493	34.936	0.932	0.162	0.090	0.234	213.973	-0.007	-0.007	-0.154	-0.154	0.000	0.017	0.010	1.240
1.500	10.0	0.535	-2.420	34.936	0.974	0.162	0.090	0.234	213.973	-0.008	-0.008	-0.099	-0.099	0.000	0.017	0.010	42.146
1.500	15.0	0.535	-2.256	34.936	1.000	0.162	0.090	0.234	213.973	-0.013	-0.013	-0.131	-0.131	0.000	0.017	0.010	124.839
1.500	18.0	0.535	-2.189	34.936	1.012	0.162	0.090	0.234	213.973	-0.017	-0.017	-0.163	-0.163	0.000	0.017	0.010	167.737
1.500	20.0	0.535	-2.217	34.936	1.017	0.162	0.090	0.234	213.973	-0.018	-0.018	-0.173	-0.173	0.000	0.017	0.010	159.163

1.500	25.0	0.535	-2.619	34.936	1.027	0.162	0.090	0.234	213.973	-0.018	-0.018	-0.189	-0.189	0.000	0.017	0.010	118.283
t	alfa	a1	a2	a3	a4	a5	a11	c1	c3	b41	b42	b21	b22	b10	a10	c10	c11
1.500	30.0	0.535	-3.845	34.936	1.035	0.162	0.090	0.234	213.973	0.006	-0.018	0.086	-0.269	0.000	0.017	0.010	209.784
1.500	35.0	0.535	-6.545	34.936	1.046	0.162	0.090	0.234	213.973	0.030	-0.018	0.753	-0.439	0.000	0.017	0.010	54.367
1.500	40.0	0.535	-7.639	34.936	1.059	0.162	0.090	0.234	213.973	0.080	-0.018	2.199	-0.488	0.000	0.017	0.010	-401.553
1.500	45.0	0.535	-6.589	34.936	1.092	0.162	0.090	0.234	213.973	0.102	-0.018	2.183	-0.376	0.000	0.017	0.010	24.564
2.500	1.0	0.932	-7.758	52.231	0.730	0.153	0.165	0.410	527.594	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.017	0.020	0.000
2.500	4.0	0.932	-6.672	52.231	0.751	0.153	0.165	0.410	527.594	0.003	0.003	0.068	0.068	0.000	0.017	0.020	13.282
2.500	10.0	0.932	-4.229	52.231	0.832	0.153	0.165	0.410	527.594	0.007	0.007	0.084	0.084	0.000	0.017	0.020	57.963
2.500	15.0	0.932	-3.850	52.231	0.870	0.153	0.165	0.410	527.594	0.012	0.012	0.127	0.127	0.000	0.017	0.020	-97.769
2.500	18.0	0.932	-4.003	52.231	0.891	0.153	0.165	0.410	527.594	0.022	0.022	0.228	0.228	0.000	0.017	0.020	-401.527
2.500	20.0	0.932	-4.807	52.231	0.898	0.153	0.165	0.410	527.594	0.024	0.024	0.285	0.285	0.000	0.017	0.020	-350.696
2.500	25.0	0.932	-9.439	52.231	0.903	0.153	0.165	0.410	527.594	0.016	0.016	0.366	0.366	0.000	0.017	0.020	351.266
2.500	30.0	0.932	-10.117	52.231	0.922	0.153	0.165	0.410	527.594	-0.010	0.016	-0.243	0.374	0.000	0.017	0.020	-702.559
2.500	35.0	0.932	-15.223	52.231	0.955	0.153	0.165	0.410	527.594	-0.042	0.016	-1.393	0.524	0.000	0.017	0.020	-147.614
2.500	40.0	0.932	-18.354	52.231	0.988	0.153	0.165	0.410	527.594	-0.114	0.016	-4.267	0.588	0.000	0.017	0.020	-185.343
2.500	45.0	0.932	-19.612	52.231	1.024	0.153	0.165	0.410	527.594	-0.135	0.016	-5.010	0.585	0.000	0.017	0.020	-2352.082
4.000	1.0	1.233	-3.657	79.869	0.752	0.140	0.341	0.829	1464.499	-0.006	-0.006	-0.045	-0.045	0.175	0.017	0.021	0.000
4.000	4.0	1.233	-0.340	79.869	0.803	0.140	0.341	0.829	1464.499	-0.003	-0.003	-0.002	-0.002	0.175	0.017	0.021	-83.135
4.000	10.0	1.233	7.034	79.869	0.946	0.140	0.341	0.829	1464.499	0.002	0.002	-0.019	-0.019	0.175	0.017	0.021	-345.249
4.000	15.0	1.233	12.103	79.869	1.023	0.140	0.341	0.829	1464.499	0.006	0.006	-0.100	-0.100	0.175	0.017	0.021	-542.750
4.000	18.0	1.233	6.988	79.869	1.072	0.140	0.341	0.829	1464.499	0.021	0.021	-0.188	-0.188	0.175	0.017	0.021	-806.244
4.000	20.0	1.233	-2.070	79.869	1.094	0.140	0.341	0.829	1464.499	0.023	0.023	0.060	0.060	0.175	0.017	0.021	-706.666
4.000	25.0	1.233	-45.048	79.869	1.125	0.140	0.341	0.829	1464.499	0.013	0.013	0.697	0.697	0.175	0.017	0.021	-39.606

4.000	30.0	1.233	-56.766	79.869	1.204	0.140	0.341	0.829	1464.499	-0.022	0.013	-1.365	0.800	0.175	0.017	0.021	-1412.955
4.000	35.0	1.233	-65.392	79.869	1.306	0.140	0.341	0.829	1464.499	-0.010	0.013	-0.656	0.828	0.175	0.017	0.021	-687.515
4.000	40.0	1.233	-73.246	79.869	1.392	0.140	0.341	0.829	1464.499	-0.069	0.013	-4.638	0.855	0.175	0.017	0.021	-4806.832
t	alfa	a1	a2	a3	a4	a5	a11	c1	c3	b41	b42	b21	b22	b10	a10	c10	c11
4.000	45.0	1.233	-75.531	79.869	1.446	0.140	0.341	0.829	1464.499	-0.062	0.013	-4.082	0.839	0.175	0.017	0.021	-6541.176
8.000	1.0	1.420	-90.035	157.378	0.825	0.141	0.301	1.173	3160.635	0.025	0.025	2.739	2.739	0.016	0.017	0.003	0.000
8.000	4.0	1.420	-36.342	157.378	0.954	0.141	0.301	1.173	3160.635	0.025	0.025	0.981	0.981	0.016	0.017	0.003	-783.006
8.000	10.0	1.420	-0.046	157.378	1.228	0.141	0.301	1.173	3160.635	0.038	0.038	0.001	0.001	0.016	0.017	0.003	-1652.519
8.000	15.0	1.420	5.763	157.378	1.440	0.141	0.301	1.173	3160.635	0.056	0.056	-0.226	-0.226	0.016	0.017	0.003	-922.842
8.000	18.0	1.420	4.468	157.378	1.555	0.141	0.301	1.173	3160.635	0.048	0.048	-0.140	-0.140	0.016	0.017	0.003	1514.150
8.000	20.0	1.420	8.836	157.378	1.629	0.141	0.301	1.173	3160.635	0.043	0.043	-0.236	-0.236	0.016	0.017	0.003	2366.078
8.000	25.0	1.420	42.297	157.378	1.808	0.141	0.301	1.173	3160.635	0.030	0.030	-0.714	-0.714	0.016	0.017	0.003	3268.451

附录 2 传函参数

t	alfa _q	kd	t1d	td	kcd	kdx	tdx
0.500	1.00	8138.666	0.438	11.720	14.531	1021.639	13.215
0.500	4.00	926.150	0.437	3.948	4.909	1021.639	13.215
0.500	10.00	526.605	0.433	2.965	3.715	1021.639	13.215
0.500	15.000	305.976	0.433	2.259	2.834	1021.639	13.215
0.500	18.000	471.436	0.432	2.802	3.519	1021.639	13.215
0.500	20.000	584.481	0.432	3.119	3.919	1021.639	13.215
0.500	25.000	489.308	0.431	2.852	3.588	1021.639	13.215
1.000	1.000	-25.187	0.869	-0.859	0.667	830.613	6.428
1.000	4.000	-28.641	0.863	-0.913	0.713	830.613	6.428
1.000	10.000	-43.703	0.843	-1.114	0.888	830.613	6.428
1.000	15.000	-54.636	0.834	-1.239	0.995	830.613	6.428
1.000	18.000	-49.485	0.829	-1.176	0.948	830.613	6.428
1.000	20.000	-47.670	0.827	-1.152	0.931	830.613	6.428
1.000	25.000	-46.955	0.822	-1.140	0.926	830.613	6.428
1.500	1.000	-9.988	1.085	-0.552	0.427	915.248	4.277
1.500	4.000	-11.059	1.054	-0.578	0.450	915.248	4.277
1.500	10.000	-18.118	1.015	-0.726	0.580	915.248	4.277
1.500	15.000	-20.501	0.990	-0.762	0.619	915.248	4.277
1.500	18.000	-21.667	0.978	-0.779	0.637	915.248	4.277
1.500	20.000	-21.465	0.973	-0.773	0.635	915.248	4.277
1.500	25.000	-17.533	0.962	-0.695	0.574	915.248	4.277
1.500	30.000	-11.171	0.950	-0.551	0.457	915.248	4.277
1.500	35.000	-6.282	0.929	-0.409	0.341	915.248	4.277
1.500	40.000	-5.406	0.913	-0.376	0.317	915.248	4.277
1.500	45.000	-6.529	0.891	-0.408	0.350	915.248	4.277
2.500	1.000	-5.554	1.328	-0.376	0.343	1285.945	2.437
2.500	4.000	-6.743	1.296	-0.409	0.378	1285.945	2.437
2.500	10.000	-12.772	1.184	-0.538	0.519	1285.945	2.437
2.500	15.000	-15.141	1.134	-0.574	0.564	1285.945	2.437
2.500	18.000	-14.861	1.107	-0.561	0.558	1285.945	2.437
2.500	20.000	-12.007	1.095	-0.502	0.501	1285.945	2.437
2.500	25.000	-5.653	1.074	-0.341	0.341	1285.945	2.437
2.500	30.000	-5.372	1.050	-0.329	0.332	1285.945	2.437

2.500	35.000	-3.641	1.000	-0.264	0.271	1285.945	2.437
2.500	40.000	-3.121	0.959	-0.240	0.250	1285.945	2.437
2.500	45.000	-3.029	0.924	-0.232	0.246	1285.945	2.437
4.000	1.000	-22.177	1.319	-0.605	0.704	1765.973	1.206
4.000	4.000	98.596	1.243	1.239	1.473	1765.973	1.206
t	alfaq	kd	tld	td	kcd	kdx	tdx
4.000	10.000	9.092	1.071	0.349	0.440	1765.973	1.206
4.000	15.000	5.989	0.997	0.274	0.355	1765.973	1.206
4.000	18.000	10.187	0.943	0.347	0.459	1765.973	1.206
4.000	20.000	-121.602	0.911	-1.178	1.571	1765.973	1.206
4.000	25.000	-2.201	0.830	-0.151	0.204	1765.973	1.206
4.000	30.000	-1.883	0.767	-0.134	0.187	1765.973	1.206
4.000	35.000	-1.779	0.704	-0.125	0.180	1765.973	1.206
4.000	40.000	-1.697	0.658	-0.118	0.175	1765.973	1.206
4.000	45.000	-1.709	0.633	-0.116	0.176	1765.973	1.206
8.000	1.000	-1.603	1.104	-0.106	0.135	2694.296	0.852
8.000	4.000	-4.436	1.014	-0.169	0.226	2694.296	0.852
8.000	10.000	113.822	0.814	0.767	1.132	2694.296	0.852
8.000	15.000	28.914	0.697	0.358	0.566	2694.296	0.852
8.000	18.000	36.559	0.645	0.387	0.634	2694.296	0.852
8.000	20.000	22.883	0.617	0.299	0.502	2694.296	0.852
8.000	25.000	6.210	0.565	0.149	0.263	2694.296	0.852

参考文献

- [1] 赵育善, 吴斌. 导弹引论[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2002.
- [2] 王永仲. 现代军用光学技术[M]. 北京: 科学出版社, 2004.
- [3] 钱杏芳, 林瑞雄, 赵亚男. 导弹飞行力学[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2000.
- [4] 杨军, 杨晨, 段朝阳, 贾晓洪. 现代导弹制导控制系统设计[M]. 北京: 航空工业出版社, 2005.
- [5] 葛致磊, 呼卫军, 卢晓东, 林鹏, 于晓洲. 导弹制导控制系统原理[M/CD]. 西安: 西北工业大学音像电子出版社, 2010.