Abgabe: Termine siehe unten bei den Aufgaben. Abgabe jeweils als PDF Upload in Moodle-Aufgabe

- Abzugeben sind die handschriftlichen Ausarbeitungen mit ausführlichen, nachvollziehbaren Lösungswegen.
- Schreiben Sie jede Aufgabe auf eine eigene Seite.
- Die Abgabe erfolgt im PDF-Format als Moodle-Abgabe. (Scan der Papier-Ausarbeitung oder PDF mit Tablet beschreiben)
- Eine Korrektur erfolgt nur bei Angabe der Matrikelnummer.
- Sofern nichts anderes gesagt wird, rechnen Sie bitte exakt oder auf 4 Nachkommastellen genau.

Nr.	1	2	$\sum$
Max.	50	50	100
Erg.			

ACHTUNG: Ersetzen Sie in den folgenden Aufgaben a jeweils durch die letzte Stelle Ihrer Matrikelnummer (Das ist die 6. Ziffer, ignorieren Sie die hintere Versionsnummer -01!). Anstelle von 0 bzw. 1 wählen Sie bitte 5 bzw. 6.

Aufgabe 1 Extremwertaufgabe mit Lagrange - Abgabe bis Do. 30.05.24 22:00 Uhr (50 P)

a) Nennen Sie die Formeln für Oberfläche und Volumen der Körper Quader und Zylinder (mit Skizze, so dass die Benennung der Variablen ersichtlich ist)

b) Lösen Sie mit der Lagrange-Methode: Welches maximale Volumen kann eine zylindrische Dose fassen, wenn die Oberfläche auf $10 \cdot a \text{ cm}^2$ begrenzt ist.

Aufgabe 2 Integrationstechniken – Abgabe bis Do. 30.05.24 22:00 Uhr (50 P)

Lösen Sie folgende Integrale

a) $\int \frac{a}{\sqrt{x}} + \frac{1}{ax} + x^a \, dx$

b) $\int \frac{1}{(1-ax)^a} + \frac{1}{a+x} + e^{1-x} \, dx$

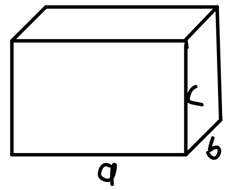
c) $\int e^{ax^2} \cdot 2x \, dx$ durch Substitution oder Rückwärtsdenken der Kettenregel

d) $\int \frac{e^{2ax}}{e^{ax}+1} dx$ durch Substitution des Nenners

e) $\int (x+a) \cdot \cos(ax) \, dx$ durch partielle Integration

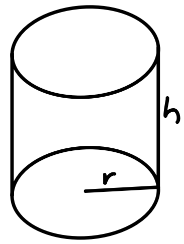
A1 a) Quader: $O = 2ab + 2ac + 2bc$

$V = a \cdot b \cdot c$



Zylinder: $O = 2\pi r^2 + 2\pi r h$

$V = \pi r^2 h$



b) max V

$O = 50 cm^2$

$V = \pi r^2 h$ $\qquad$ $O = 2\pi r^2 + 2\pi r h = 50$

$L(r,h,\lambda) = r^2 \pi h + \lambda (2r^2 \pi + 2\pi r h - 50)$

$\frac{\partial L}{\partial r} = 2r\pi h + \lambda 4 r \pi + \lambda 2 \pi h$

$\frac{\partial L}{\partial h} = r^2 \pi + \lambda \pi r 2$

$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 2r\pi + 2\pi r h - 50$

$2r\pi h + \lambda 4 r \pi + \lambda 2 \pi h = 0$

$2r\pi h + \lambda (4r\pi + 2\pi h) = 0$

$\lambda (4r\pi + 2\pi h) = -2r\pi h$

$\lambda = \frac{-2r\pi h}{4r\pi + 2\pi h}$

$\lambda = \frac{-2r\pi h}{2\pi(2r+h)}$

$\lambda = -\frac{rh}{2r+h}$

$0 = \frac{r}{2} - \frac{rh}{(2r+h)}$

$0 = \frac{r\cancel{(2r+h)}}{2\cancel{(2r+h)}} - \frac{2rh}{2\cdot(2r+h)}$

$0 = \frac{r}{2} - \frac{2rh}{2(2r+h)}$

$0 = -rh + 2r^2$

$rh = 2r^2$

$h = \frac{2r^2}{r}$ $\quad$ $\underline{\underline{h = 2r}}$

$r^2 \pi + \lambda \pi r 2 = 0$

$\lambda \pi r 2 = -r^2 \pi$

$\lambda = \frac{-r^2\pi}{\pi r 2}$

$\lambda = -\frac{r}{2}$

$2r\pi + 2\pi r h = 50$

$2r\pi + 2\pi r \cdot 2r = 50$

$O = 2\pi r^2 + \pi r - 25$

$r = \frac{-\pi + \sqrt{\pi^2 + 200\pi}}{4\pi}$ f

$\underline{\underline{r \approx 1,76032}}$

$\underline{\underline{h \approx 3,52064}}$ f

$V = \pi r^2 h$

$V = \pi \cdot 1,76032^2 \cdot 3,52064$

$\underline{\underline{V = 34,2932 cm^3}}$ f

A2

a) $\int \frac{5}{\sqrt{x}} + \frac{1}{5x} + x^5 \, dx$

$= \int \frac{5}{x^{0.5}} \, dx + \int \frac{1}{5x} \, dx + \int x^5 \, dx$

$= 10\sqrt{x} + \frac{1}{5} \ln(x) + \frac{x^6}{6} + C$

b) $\int \frac{1}{(1-5x)^5} + \frac{1}{5+x} + e^{1-x} \, dx$

$= \int \frac{1}{(1-5x)^5} \, dx + \int \frac{1}{5+x} \, dx + \int e^{1-x} \, dx$

$= \frac{1}{20(1-5x)^4} + \ln(5+x) - e^{1-x} + C$

c) $\int e^{5x^2} \cdot 2x \, dx$

$= 2x \underbrace{\int e^{5x^2} x \, dx}$ $\qquad dx = \frac{1}{t} \cdot dt$

$= 2x \int \cancel{e^{5x^2}} \cdot \cancel{x} \cdot \frac{1}{\cancel{e^{5x^2}} \cdot 5 \cdot 2\cancel{x}} \, dt$

$= 2x \int \frac{1}{5 \cdot 2} \, dt$

$= 2 \cdot \frac{1}{10} t$

$= 2 \cdot \frac{1}{10} \cdot e^{5x^2}$

$= \frac{e^{5x^2}}{5} + C$

d) $= \int \frac{e^{10x}}{e^{5x}+1} \, dx$ $\qquad t = e^{5x}+1 \; dt$

$= \int \frac{e^{10x}}{e^{5x}+1} \cdot \frac{1}{e^{5x} \cdot 5} \, dt$

$= \int \frac{e^{5x}}{e^{5x}+1} \cdot \frac{1}{5} \, dt$

$= \frac{1}{5} \cdot \int \frac{e^{5x}}{\underbrace{(e^{5x}+1)}} \, dt$

$= \frac{1}{5} \cdot \int \frac{\overset{t}{(e^{5x}+1)}-1}{t} \, dt$

$= \frac{1}{5} \cdot \int \frac{t-1}{t} \, dt$

$\frac{1}{5} \int \frac{t}{t} - \frac{1}{t} \, dt$

$= \frac{1}{5} \int 1 - \frac{1}{t} \, dt$

$= \frac{1}{5} \left(\int 1 \, dt - \int \frac{1}{t} \, dt \right)$

$= \frac{1}{5} (t - \ln(t))$

$= \frac{1}{5} (e^{5x}+1 - \ln(e^{5x}+1))$

$= \frac{e^{5x}+1}{5} - \frac{1}{5} \cdot \ln(e^{5x}+1) + C$

e) $\int (x+5)\cdot \cos(5x)\,dx$

$$\int x\cdot\cos(5x)+5\cdot\cos(5x)\,dx$$

$$\int x\cdot\cos(5x)\,dx+\int 5\cdot\cos(5x)\,dx$$

$$x\cdot\frac{\sin(5x)}{5}-\int\frac{\sin(5x)}{5}\,dx+\int 5\cdot\cos(5x)\,dx \qquad dx = t = 5x\,dt$$

$$x\cdot\frac{\sin(5x)}{5}-\frac{1}{5}\cdot\int\sin(5x)\,dx+\int\cos(t)\,dt$$

$$x\cdot\frac{\sin(5x)}{5}-\frac{1}{5}\cdot\int\frac{\sin(t)}{5}\,dt+\sin(t)$$

$$x\cdot\frac{\sin(5x)}{5}-\frac{1}{25}\cdot\int\sin(t)\,dt+\sin(5x)$$

$$x\cdot\frac{\sin(5x)}{5}-\frac{1}{25}\cdot(-\cos(t)+\sin(5x)$$

$$x\cdot\frac{\sin(5x)}{5}-\frac{1}{25}\cdot(-\cos(5x))+\sin(5x)$$

$$\underline{\underline{x\cdot\frac{\sin(5x)}{5}+\frac{\cos(5x)}{25}+\sin(5x)+C}}$$