ISU
Programování na strojové úrovni

stránka předmětu:

https://www.fit.vutbr.cz/study/courses/ISU/

Přednášky

1. Úvod, číselné soustavy, reprezentace čísel, binární aritmetika.
2. Základní funkce procesoru, strojový jazyk, jazyk symbolických instrukcí, asembler.
3. Architektura procesoru - registry, typy operandů, formát instrukcí, adresování paměti, přerušení.
4. Architektura procesoru - přenosy, aritmetické a logické instrukce.
5. Architektura procesoru - posuny a rotace, předávání řízení.
6. Architektura procesoru - další instrukce.
7. Půlsemestrální test.

8. Zásady programování ve strojovém jazyku, základní řídící konstrukce.
9. Funkce, standardní předávání řízení a parametrů.
10. Programové moduly, knihovny, služby operačního systému.
11. Koprocesor FPU - architektura, reprezentace reálných čísel, instrukční sada.
12. Koprocesor FPU - instrukční sada, programování a ukázky použití.
13. Překladač jazyka symbolických instrukcí - pseudoinstrukce, direktivy, výrazy, operátory, operandy a makra.

1. Úvod, číselné soustavy, reprezentace čísel, binární aritmetika

Číselné soustavy

z ... základ číselné soustavy (přirozené číslo > 1)

a_i ... číslice soustavy (celé číslo: $0 \leq a_i < z$)

Soustava	základ	číslice
dvojková	2	0 1
trojková	3	0 1 2
…		
osmičková	8	0 1 2 3 4 5 6 7
devítková	9	0 1 2 3 4 5 6 7 8
desítková	10	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
…		
šestnáctková	16	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F
…		

$$číslo = a_{n-1}z^{n-1} + a_{n-2}z^{n-2} + \mathrm{K} + a_0 z^0 + a_{-1}z^{-1} + a_{-2}z^{-2} + \mathrm{K} =$$
$$= \left(a_{n-1}a_{n-2}a_0.a_{-1}a_{-2}\mathrm{K}\right)_z$$

$$číslo = a_{n-1}a_{n-2}\mathrm{K}\ a_0.a_{-1}a_{-2}\mathrm{K} \qquad \left(pro\ \ implicitní\ \ základ\ \ z\right)$$

Příklad (desítkové číslo 13.75):

$1\cdot10^{1} + 3\cdot10^{0} + 7\cdot10^{-1} + 5\cdot10^{-2} = (13.75)_{10} = 13.75$

$1\cdot2^{3} + 1\cdot2^{2} + 0\cdot2^{1} + 1\cdot2^{0} + 1\cdot2^{-1} + 1\cdot2^{-2} = (1101.11)_{2} = 1101.11$

$1\cdot8^{1} + 5\cdot8^{0} + 6\cdot8^{-1} = (15.6)_{8} = 15.6$

$D\cdot16^{0} + C\cdot16^{-1} = (D.C)_{16} = D.C$

Příklad (některá čísla v různých soustavách):

$(0)_2 = (0)_8 = (0)_{10} = (0)_{16}$

$(1)_2 = (1)_8 = (1)_{10} = (1)_{16}$

$(10)_2 = (2)_{10}$

$(10)_8 = (8)_{10}$

$(10)_{16} = (16)_{10}$

Je dobré znát nazpaměť:

Desítková	dvojková	šestnáctková-hexadecimální
1	1	1
2	10	2
3	11	3
4	100	4
5	101	5
6	110	6
7	111	7
8	1000	8
9	1001	9
10	1010	A
11	1011	B
12	1100	C
13	1101	D
14	1110	E
15	1111	F
16	10000	10
17	10001	11

Převod čísla z desítkové soustavy do soustavy o základu z

Nechť značí:

n	počet číslic celé části čísla (je dáno převodem),
m	počet číslic necelé části čísla (musí být zadáno předem),
a[i]	*i*-tou číslici čísla

vše v soustavě o základu *z*.

Dále nechť

číslocelé ← celá část převáděného čísla *číslo*
číslonecelé ← *číslo* - *číslocelé*

a nechť *div* a *mod* jsou operátory celočíselného dělení:

div	…	výsledkem operace je celočíselný podíl
mod	…	výsledkem operace je zbytek po celočíselném dělení

Převod celé části čísla

```
i ← 0 ;
dokud (číslocelé # 0) opakuj
    { a[i] ← číslocelé mod z ;
      číslocelé ← číslocelé div z ;
      i ← i+1 ; }
n ← i;
```

Převod necelé části čísla

```
pro i ← –1 do –m opakuj
    { pom ← číslonecelé * z ;
      a[i] ← cela_cast(pom) ;
      číslonecelé ← pom - a[i] ;
      i ← i – 1 ; }
```

Pak

$$(číslo)_{10} = (a[n-1]a[n-2].....a[0].a[-1]a[-2].....a[-m])_z$$

Příklad: Převod čísla 586.248

a) převod celé části čísla do soustavy

	dvojkové:		osmičkové:		šestnáctkové:	
	číslo celé : 2		číslo celé : 8		číslo celé : 16	
i	div = číslo celé	mod = a[i]	div = číslo celé	mod = a[i]	div = číslo celé	mod = a[i]
	586 : 2		586 : 8		586 : 16	
0	293	0	73	2	36	A
1	146	1	9	1	2	4
2	73	0	1	1	0	2
3	36	1	0	1		
4	18	0				
5	9	0				
6	4	1				
7	2	0				
8	1	0				
9	0	1				

$(586)_{10} = (1001001010)_2 = (1112)_8 = (24A)_{16}$

Příklad: Převod čísla 586.248

b) převod desetinné části čísla do soustavy

dvojkové: osmičkové: šestnáctkové:

	číslonecelé*2		číslonecelé*8		číslonecelé*16	
i	trunc = a[i]	cisnecel	trunc = a[i]	cisnecel	trunc = a[i]	cisnecel
	0.248 * 2		0.248 * 8		0.248 * 16	
-1	0	496	1	984	3	968
-2	0	992	7	872	F = 15	488
-3	1	984	6	976	7	808
-4	1	968	7	808		
-5	1	936				
-6	1	872				
-7	1	744				
-8	1	488				
-9	0	976				
-10	1	952				
-11	1	904				
-12	1	808				

$(0.248)_{10} = (0.001111110111)_2 = (0.1767)_8 = (0.3F7)_{16}$

Tedy:

$(586.248)_{10} = (1001001010.001111110111)_2 = (1112.1767)_8 = (24A.3F7)_{16}$

$z_1 = z_2^j \quad 8 = 2^3 \quad 16 = 2^4$

Zpětný převod čísla ze soustavy o základu *z* do desítkové soustavy je jednoduchý:

$(číslo)_{10} = a[n-1] * z^{n-1} + a[n-2] * z^{n-2} + ... + a[-m] * z^{-m}$

$2^9 + 2^6 + 2^3 + 2^1 + 2^{-3} + 2^{-4} + 2^{-5} + 2^{-6} + 2^{-7} + 2^{-8} + 2^{-10} + 2^{-11} + 2^{-12} =$

$= 8^3 + 8^2 + 8^1 + 2 * 8^0 + 8^{-1} + 7 * 8^{-2} + 6 * 8^{-3} + 7 * 8^{-4} =$

$= 2 * 16^2 + 4 * 16^1 + 10 * 16^0 + 3 * 16^{-1} + 15 * 16^{-2} + 7 * 16^{-3}$

$= 586.24780$

586.24780 # 586.248 Chyba oseknutí (Truncation Error) !

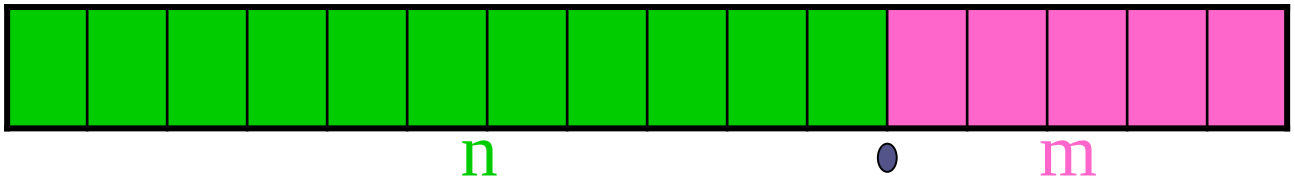
Zobrazení čísel dvojkové soustavy v počítači:

Základní pojmy:

bit	**bi**nary digi**t** – dvojková číslice
rozsah zobrazení	interval ohraničený zleva nejmenším a zprava největším zobrazitelným číslem
rozlišitelnost zobrazení	nejmenší (kladné) zobrazitelné číslo
přesnost zobrazení	počet platných dekadických číslic, které je možné zobrazit v daném paměťovém prostoru (hodnota nezávislá na velikosti zobrazovaného čísla !)

a) Zobrazení čísel v pevné řádové čárce

Uvažujme *k*-bitový paměťový prostor, které má *n* míst vlevo a *m* míst vpravo od řádové tečky ($k = n + m$):



Pozn.: Hodnoty *m*, resp. *n* mohou být i záporné, vždy však musí platit $k = m + n$!

aa) Zobrazení čísel bez znaménka (tj. kladných čísel)

Rozsah zobrazení	$<0, (2^n - 2^{-m})>$
Rozlišitelnost zobrazení	2^{-m}
Přesnost zobrazení	$k * \log_{10}(2)$

V současné době se v pevné řádové čárce zobrazují prakticky výlučně jen celá čísla ($m = 0$, $k = n$). Pak rozsah zobrazení je dán intervalem $<0, (2^n - 1)>$ a rozlišitelnost zobrazení hodnotou 1.

Počet bitů	*Rozsah*	*Přesnost*	*Označení*
4	$<0, 15>$	1.2	nibble
8	$<0, 255>$	2.4	byte
16	$<0, 65535>$	4.8	word
32	$<0, 4294967295>$	9.6	doubleword
64	$<0, \approx 1.84 \cdot 10^{19}>$	19.2	quadword
128	$<0, \approx 3.40 \cdot 10^{38}>$	34.8	double quadword

Základní aritmetické operace ve dvojkové soustavě:

sečítání:

	0	0	1	1	1
+	0	1	0	1	1
=	0	1	1	10	11
				↑	↑

přenosy do vyššího řádu

odečítání:

	0	10	1	1	10	11
–	0	1	0	1	1	1
=	0	1	1	0	0	1
		↑			↑	↑

výpůjčky z vyššího řádu

násobení:

	0	0	1	1
*	0	1	0	1
=	0	0	0	1

dělení:

	0	0	1	1
:	0	1	0	1
=	x	0	x	1
	↑		↑	nepovolené operace

Aritmetické operace v omezeném paměťovém prostoru (pro jednoduchost uvažujme k = n = 4, m = 0, ⇒ rozsah zobrazení <0,15>):

Sečítání:

1) Výsledek lze zobrazit v daném prostoru

	3	0011
+	7	0111
=	10	1010

2) Výsledek nelze zobrazit v daném prostoru

	9	1001
+	8	1000
#	1	**1**0001

Přenos (*carry*) z nejvyššího bitu indikuje chybu - přetečení !!

Odečítání:

1) Výsledek lze zobrazit v daném prostoru

	9	1001
–	7	0111
=	2	0010

2) Výsledek nelze zobrazit v daném prostoru

	3	**1**0011
–	8	1000
#	11	1011

Výpůjčka (*Borrow*) do nejvyššího bitu indikuje chybu - přetečení !!

ab) Zobrazení čísel se znaménkem

Nechť *x* značí zobrazované číslo (kladné nebo záporné) a nechť *X* značí jeho obraz (kladné číslo ukládané do paměti). K převodu se nejčastěji používají tři transformace:

a) Přímý kód:

$X = x$ pro *x* z intervalu $\langle 0 , 2^{n-1} - 2^{-m} \rangle$

$X = 2^{n-1} - x$ pro *x* z intervalu $\langle -(2^{n-1} - 2^{-m}) , 0 \rangle$

b) Doplňkový kód:

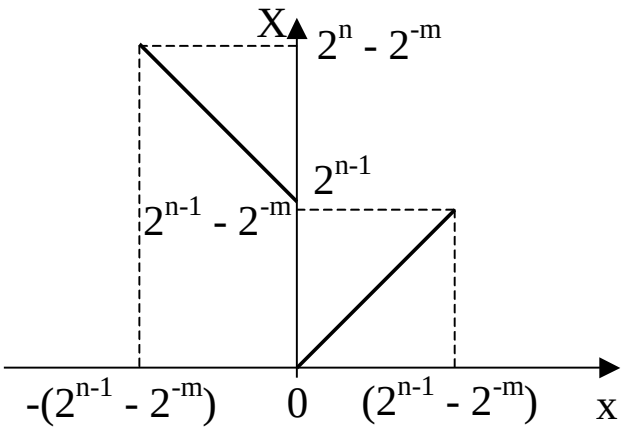
$X = x$ pro *x* z intervalu $\langle 0 , 2^{n-1} - 2^{-m} \rangle$

$X = 2^{n} + x$ pro *x* z intervalu $\langle -2^{n-1} , -2^{-m} \rangle$

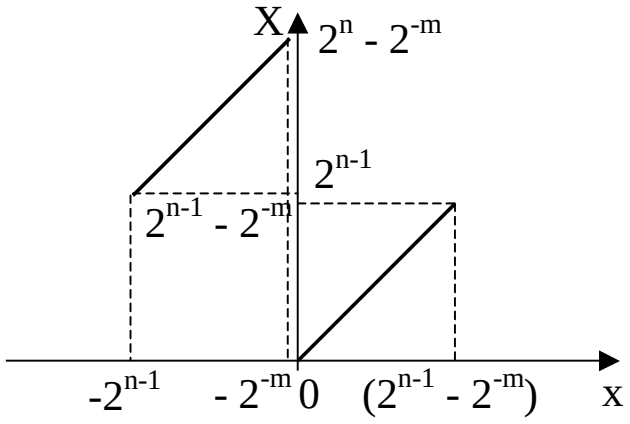
c) Kód transformované nuly (například):

$X = 2^{n-1} + x$ pro *x* z intervalu $\langle -2^{n-1} , 2^{n-1} - 2^{-m} \rangle$

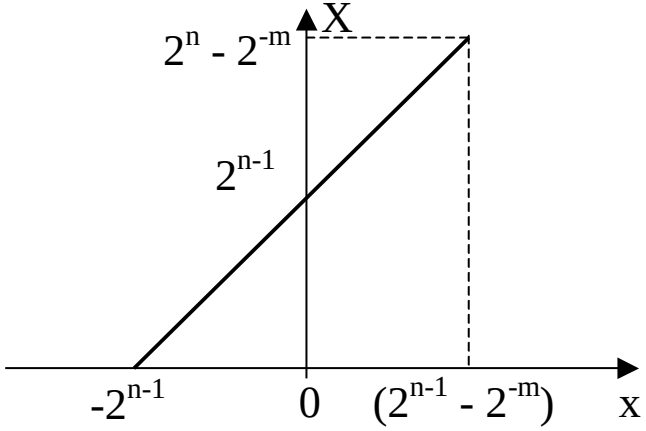
Grafická znázornění uvedených transformací



a) Přímý kód

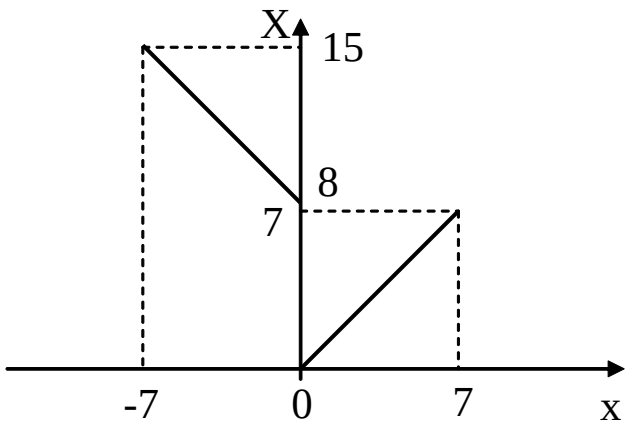


b) Doplňkový kód

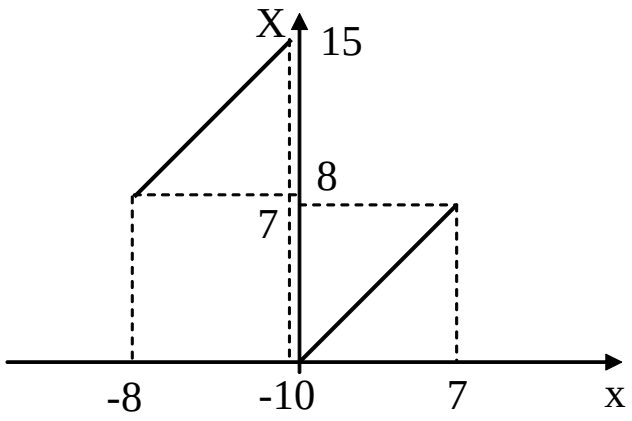


c) Kód transformované nuly

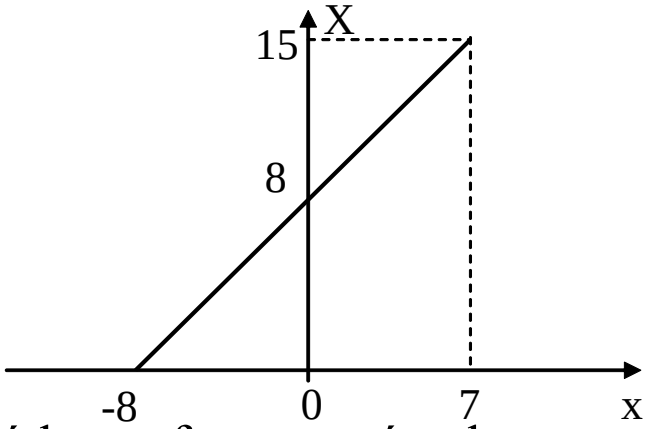
Příklad: k = n = 4, m = 0 → X ∈ <0, 15>



a) Přímý kód x ∈ <-7, 7>



b) Doplňkový kód x ∈ <-8, 7>



c) Kód transformované nuly x ∈ <-8, 7>

Přímý kód:

$X = x$ pro x z intervalu $\langle 0 , 2^{n-1} - 2^{-m} \rangle$

$X = 2^{n-1} - x$ pro x z intervalu $\langle -(2^{n-1} - 2^{-m}) , 0 \rangle$

Nechť $k = n = 8$ bitů, $m = 0$. Pak:

$X = x$ pro x z intervalu $\langle 0 , 127 \rangle$

$X = 128 - x$ pro x z intervalu $\langle -127, 0 \rangle$

Příklad převodu (např. čísel 28, –28 a 0):

$x = 28$	$\rightarrow$	$X = x = 28$	00011100
$x = -28$	$\rightarrow$	$X = 128 - (-28) = 156$	10011100
$x = 0$	$\rightarrow$	$X = x = 0$	00000000
	$\rightarrow$	$X = 128 - 0 = 128$	10000000

Číslo kladné se od stejného čísla záporného v přímém kódu liší pouze hodnotou nejvyššího bitu (0 pro kladná čísla, 1 pro záporná čísla)! Nula v tomto kódu má dva rovnocenné obrazy!

Doplňkový kód:

$X = x$ pro x z intervalu $\langle 0 , 2^{n-1} - 2^{-m} \rangle$

$X = 2^n + x$ pro x z intervalu $\langle -2^{n-1} , -2^{-m} \rangle$

Nechť k = n = 8 bitů, m = 0. Pak:

$X = x$ pro x z intervalu $\langle 0 , 127 \rangle$

$X = 256 + x$ pro x z intervalu $\langle -128, -1 \rangle$

Příklad převodu (např. čísel 28, -28):

$x = 28$	$\rightarrow$	$X = x = 28$	00011100
$x = -28$	$\rightarrow$	$X = 256 + (-28) = 228$	11100100

Číslo kladné se od stejného čísla záporného v doplňkovém kódu liší hodnotou nejvyššího bitu (0 pro kladná čísla a nulu, 1 pro záporná čísla) i hodnotou všech ostatních bitů! Prakticky se číslo s opačným znaménkem získá inverzí hodnot všech bitů a aritmetickým přičtením jedničky k nejnižšímu bitu!

Příklad praktického převodu mezi kladným a záporným číslem:

28	00011100	-28	11100100
	11100011		00011011
	+1		+1
-28	11100100	28	00011100

Doplňkový kód má ve výpočetní technice zásadní důležitost pro jednoduchost svých aritmetických operací!

Doplňkový kód - aritmetické operace v omezeném paměťovém prostoru (pro jednoduchost opět uvažujme k = n = 4, m = 0, $\Rightarrow$ rozsah zobrazení <-8, 7> a sledujme přenosy/výpůjčky z a do nejvyššího bitu):

Sečítání (přenosy z (C) a do (P) nejvyššího bitu):

1) Dvě kladná čísla, výsledek je zobrazitelný

3	0011	
+ 2	0010	
= 5	0101	C = 0, P = 0

2) Dvě kladná čísla, výsledek není zobrazitelný

5	0101	
+ 6	0110	
# -5	1011	C = 0, P = 1

3) Dvě záporná čísla, výsledek je zobrazitelný

	-4	1100	
+	-2	1110	
=	-6	11010	C = 1, P = 1

4) Dvě záporná čísla, výsledek není zobrazitelný

	-4	1100	
+	-6	1010	
#	6	10110	C = 1, P = 0

5) Kladné a záporné číslo, výsledek je kladný (musí být zobrazitelný)

	5	0101
+	-2	1110
=	3	10011

C = 1, P = 1

6) Kladné a záporné číslo, výsledek je záporný (musí být zobrazitelný)

	4	0100
+	-6	1010
=	-2	1110

C = 0, P = 0

Odečítání (výpůjčky do (C) a z (P) nejvyššího bitu):

1) Dvě kladná čísla, výsledek je kladný (musí být zobrazitelný)

7	0111	
– 2	0010	
= 5	0101	C =0, P = 0

2) Dvě kladná čísla, výsledek je záporný (musí být zobrazitelný)

5	10101	
– 6	0110	
= -1	1111	C = 1, P = 1

3) Dvě záporná čísla, výsledek je záporný (musí být zobrazitelný)

	-4	1 1100
–	-2	1110
=	-2	1110

C = 1, P = 1

4) Dvě záporná čísla, výsledek je kladný (musí být zobrazitelný)

	-4	1100
–	-6	1010
=	2	0010

C = 0, P = 0

5) Kladné a záporné číslo, výsledek je kladný a zobrazitelný

	5	10101
–	-2	1110
=	7	0111

C = 1, P = 1

6) Kladné a záporné číslo, výsledek je záporný a zobrazitelný

	-6	11010
–	-4	1100
=	-2	1110

C = 1, P = 1

7) Kladné a záporné číslo, výsledek je záporný a není zobrazitelný

	-6	1010
–	4	0100
#	6	0110

C = 0, P = 1

8) Kladné a záporné číslo, výsledek je kladný a není zobrazitelný

	5	10101
–	-7	1001
#	4	0100

C = 1, P = 0

Ve všech příkladech byl výsledek správný, pokud byly oba přenosy *C* i *P* stejné (C = P = 0, nebo C = P = 1) a výsledek byl nesprávný (nezobrazitelný), pokud došlo pouze k jednomu z těchto dvou přenosů (P # C)!

Zjištěná vlastnost doplňkového kódu (lze ji snadno matematicky dokázat) je při operacích sečítání a odečítání využívána k nastavení příznaku přetečení O (*overflow*):

$$O \leftarrow P \# C$$

Násobení:

Násobení se obvykle provádí s kladnými čísly a pokud byl jeden a právě jeden z činitelů záporný, změní se znaménko výsledku.

Uvažujme k = n = 8, m = 0 $\Rightarrow$ x $\in$ <0, 255>.

1) Výsledek je zobrazitelný:

```
  11 * 14
  11
   44
=  154
```

```
00001011 * 00001110
00000000
 00000000
  00000000
   00000000
    00001011
     00001011
      00001011
       00000000
00000010011010      = 154
```

2) Výsledek není zobrazitelný (je větší než 255):

```
  18 * 17
  18
  126
= 306
```

```
00010010 * 00010001
00000000
 00000000
  00000000
   00010010
    00000000
     00000000
      00000000
       00010010
0000001 00110010      = 306
                      # 50
```

Celočíselné dělení:

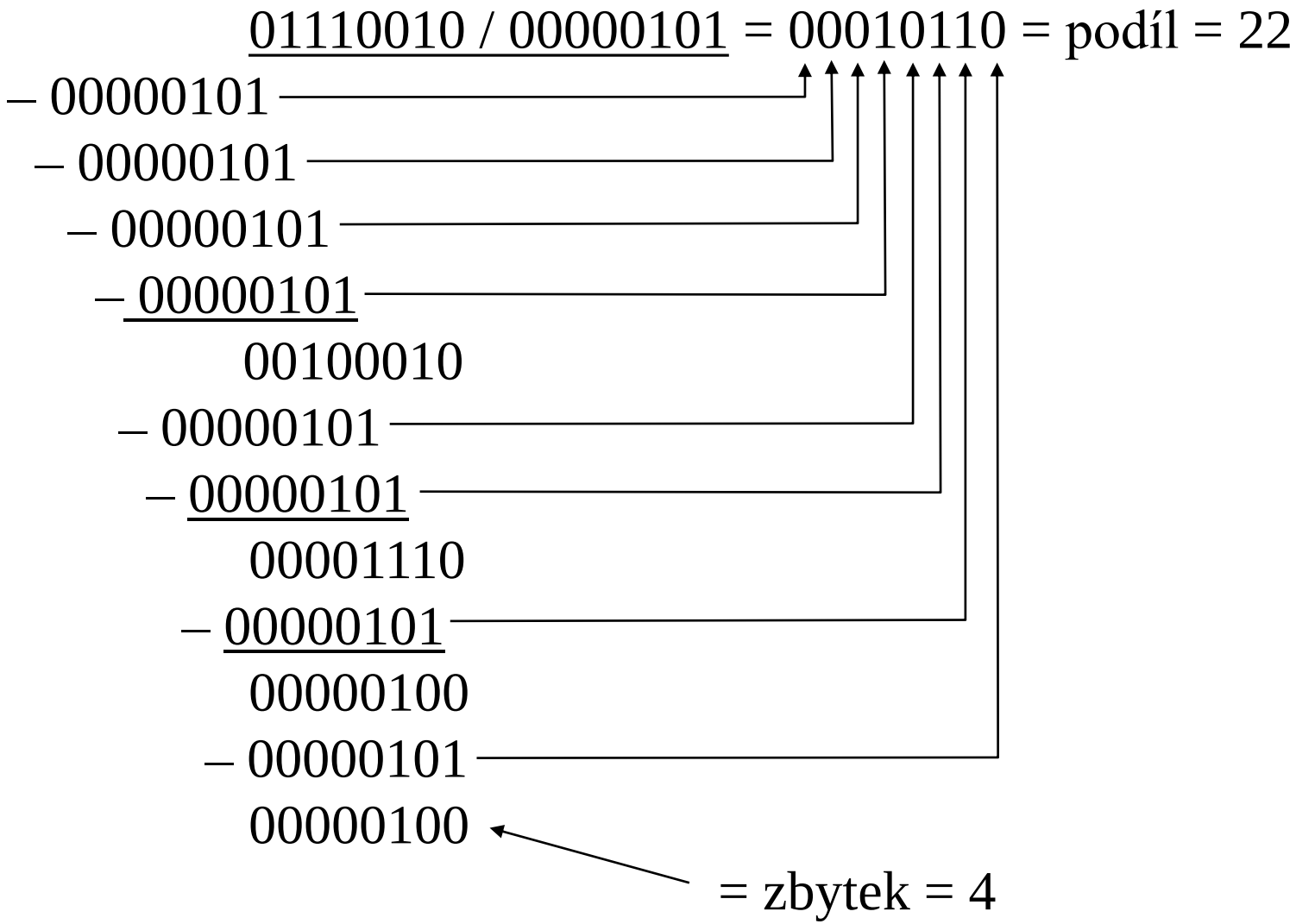
Pro celočíselné dělení jsou definovány dva výsledky: celočíselný podíl (operátor *div*) a zbytek po celočíselném dělení (operátor *mod*):

a	b	a *div* b	a *mod* b
114	5	22	4
-114	5	-22	-4
114	-5	-22	4
-114	-5	22	-4

Oba výsledky jsou vždy zobrazitelné (dělení nulou je zakázané!).

Dělení se opět obvykle provádí s kladnými operandy a upraví se pouze znaménka výsledků.

Příklad (114 / 5):



Kód transformované nuly (například):

$X = 2^{n-1} + x$ pro x z intervalu $\langle -2^{n-1}, 2^{n-1} - 2^{-m} \rangle$

Nechť $k = n = 8$ bitů $m = 0$. Pak:

$X = 128 + x$ pro x z intervalu $\langle -128, 127 \rangle$

Příklad převodu (např. čísel 28, –28):

x = 28	→	X = 128 + 28 = 156	10011100
x = -28	→	X = 128 + (-28) = 100	01100100

Číslo kladné se od stejného čísla záporného v kódu transformované nuly liší opět hodnotou nejvyššího bitu (tentokrát 1 pro kladná čísla, 0 pro záporná čísla!) i hodnotou ostatních bitů! Ve **výše uvedené variantě** tohoto kódu se číslo prakticky získá z čísla **v doplňkovém kódu** změnou hodnoty nejvyššího bitu!

Příklad (k = n = 8 bitů):

$(28)_{DOP}$	00011100	$(-28)_{DOP}$	11100100
$(28)_{TN}$	10011100	$(-28)_{TN}$	01100100

Informaci o znaménku čísla ve všech uvedených kódech nese nejvyšší bit, který se proto nazývá **bit znaménkový**.

Všechny ostatní bity nesou informaci o hodnotě čísla a souhrnně se pak označují jako **bity významové**.

Procesory architektury IA-32 používají:

- Doplňkový kód pro zobrazení čísel celých.
- Přímý kód pro zobrazení mantis reálných čísel.
- Kód transformované nuly (poněkud odlišný od právě prezentovaného kódu) pro zobrazení exponentů reálných čísel.

b) Zobrazení čísel v pohyblivé řádové čárce

±	exponent	mantisa

Pozn.: Zobrazování reálných čísel (standard IEEE) bude podrobně popsáno v jedenácté přednášce.

c) **Zobrazení BCD čísel** (Binary Coded Decimal)

Každá desítková číslice je zobrazena samostatně čtyřmi bity dvojkové soustavy.

$$(586.248)_{10} = (\overline{0101}\ \overline{1000}\ \overline{0110}\ .\ \overline{0010}\ \overline{0100}\ \overline{1000})_{BCD}$$

d) Zobrazení znaků

Různé kódy reprezentují jednotlivé znaky čísly bez znaménka, tzv. pořadovými/ordinálními čísly znaků.

Požadavky na tyto kódy jsou následující:

- Různé znaky musí být reprezentovány různými čísly.
- Písmeno větší v abecedě musí být reprezentováno větším číslem.
- Číslice musí být reprezentovány jako BCD číslice na nejnižších čtyřech bitech svých ordinálních čísel.

ASCII (American Standard Code for Information Interchange):

	0	1	2	3	4	5	6	7	8 … F
0	NUL	DLE	SP	0	@	P	`	p	
1	SOH	DC1	!	1	A	Q	a	q	
2	STX	DC2	"	2	B	R	b	r	
3	ETX	DC3	#	3	C	S	c	s	
4	EOT	DC4	$	4	D	T	d	t	
5	ENQ	NAK	%	5	E	U	e	u	
6	ACK	SYN	&	6	F	V	f	v	Různé
7	BEL	ETB	'	7	G	W	g	w	národní
8	BS	CAN	(	8	H	X	h	x	znaky
9	HT	EM	)	9	I	Y	i	y	
A	LF	SUB	*	:	J	Z	j	z	
B	VT	ESC	+	;	K	[	k	{	
C	FF	FS	,	<	L	\	l	|	
D	CR	GS	-	=	M	]	m	}	
E	SO	RS	.	>	N	^	n	~	
F	SI	US	/	?	O	_	o	DEL	

Pouze pro zajímavost:

Všechny dříve uvedené kódy lze používat pro zobrazení záporných čísel v libovolných soustavách.

Uvažujme například desítkovou soustavu a doplňkový kód:

$X = x$ pro x z intervalu $\langle 0 , 10^{n-1} - 10^{-m} \rangle$

$X = 10^n + x$ pro x z intervalu $\langle -10^{n-1} , -10^{-m} \rangle$

Příklad převodu čísla (k = 6, n = 4, m = 2):

$x = -0567.23 \rightarrow X = 10000 + (-567.23) = 9432.77$

Ke stejnému číslu dospějeme, zaměníme-li číslice původního kladného čísla jejich doplňky do devíti (9-0, 8-1, 7-2, 6-3, 5-4) a k nejnižšímu číslu přičteme jedničku:

$$\begin{array}{rcr} 0567.23 & \rightarrow & 9432.76 \\ & & + \quad 1 \\ & & 9432.77 \end{array}$$

Aritmetika je pak opět podobná:

Příklad: 786.59 – 567.23 = 219.36 $\qquad$ -567.23 = $(9432.77)_d$

$$\begin{array}{rr} & 0786.59 \\ - & \underline{0567.23} \\ & 0219.36 \end{array} \qquad \begin{array}{rr} & 0786.59 \\ + & \underline{9432.77} \\ & 10219.36 \end{array}$$