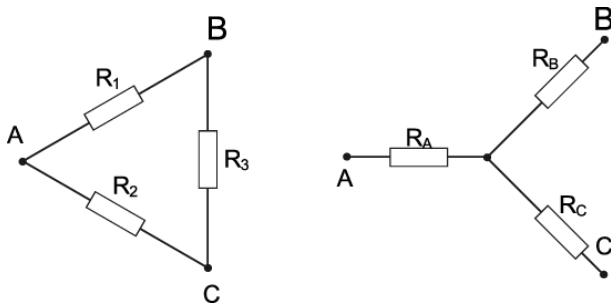


Převod zapojení do trojúhelníka na zapojení do hvězdy

KPJK

19. října 2009

Zapojení do hvězdy a do trojúhelníka



Obrázek: Zapojení do trojúhelníka a do hvězdy

Odvození

Při odvozování vztahů pro převod trjúhelníka na hvězdu je možný zápis soustavy rovnic ve tvaru:

$$\begin{aligned}\frac{R_1 \cdot (R_2 + R_3)}{R_1 + (R_2 + R_3)} &= R_A + R_B \\ \frac{R_2 \cdot (R_1 + R_3)}{R_2 + (R_1 + R_3)} &= R_A + R_C \\ \frac{R_3 \cdot (R_1 + R_2)}{R_3 + (R_1 + R_2)} &= R_B + R_C\end{aligned}$$

Odvození

Položme $R = R_1 + R_2 + R_3$. Pak:

$$R_1 \cdot (R_2 + R_3) = R \cdot (R_A + R_B)$$

$$R_2 \cdot (R_1 + R_3) = R \cdot (R_A + R_C)$$

$$R_3 \cdot (R_1 + R_2) = R \cdot (R_B + R_C)$$

Odvození

Soustavu dále upravujeme

$$R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 = R \cdot R_A + R \cdot R_B$$

$$R_2 \cdot R_1 + R_2 \cdot R_3 = R \cdot R_A + R \cdot R_C$$

$$R_3 \cdot R_1 + R_3 \cdot R_2 = R \cdot R_B + R \cdot R_C$$

Odvození

Soustavu dále upravujeme

$$R \cdot R_A + R \cdot R_B + 0 = R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3,$$

kde $R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 = Q_1$

$$R \cdot R_A + 0 + R \cdot R_C = R_2 \cdot R_1 + R_2 \cdot R_3,$$

kde $R_2 \cdot R_1 + R_2 \cdot R_3 = Q_2$

$$0 + R \cdot R_B + R \cdot R_C = R_3 \cdot R_1 + R_3 \cdot R_2,$$

kde $R_3 \cdot R_1 + R_3 \cdot R_2 = Q_3$

Odvození

Postupujeme dále

$$\begin{vmatrix} R & R & 0 \\ R & 0 & R \\ 0 & R & R \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{vmatrix}$$

$$D = -R^3 - R_3^3 = -2 \cdot R^3$$

$$R_A = \frac{\begin{vmatrix} R & R & 0 \\ R & 0 & R \\ 0 & R & R \end{vmatrix}}{-2 \cdot R^3}$$

Odvození

Odvozujeme dále

$$\begin{aligned} R_A &= \frac{Q_3 \cdot R^2 - Q_1 \cdot R^2 - Q_2 \cdot R^2}{-2 \cdot R^3} \\ &= -\frac{Q_3}{2R} + \frac{Q_1}{2R} + \frac{Q_2}{2R} \\ &= -\frac{R_3 R_1 + R_3 R_2}{2R} + \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3}{2R} + \frac{R_2 R_1 + R_2 R_3}{2R} \\ &= -\frac{R_3 R_1}{2R} - \frac{R_3 R_2}{2R} + \frac{R_1 R_2}{2R} + \frac{R_1 R_3}{2R} + \frac{R_2 R_1}{2R} + \frac{R_2 R_3}{2R} \\ &= \frac{R_1 \cdot R_2}{R} \end{aligned}$$

Konečný tvar

Dostáváme

$$R_A = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3}$$