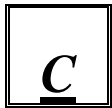


Jméno a příjmení	ID	Studijní skupina (kroužek)	body ze cvičení včetně prémiových
------------------	----	----------------------------	-----------------------------------



1	2	3	4	5	6

$\Sigma$ pís.	$\Sigma$ celk.

**Všechny výsledky musí být uvedeny na tomto zadání a všechny výpočty, na základě kterých se k výsledkům dospělo, musí být odevzdány. Jestliže příklad nedopočítáte, napište místo výsledku rozpracováno. Jestliže místo pro výsledek bude prázdné, příklad bude hodnocen 0 body.**

**Každý příklad je hodnocen max. deseti body.**

**Jsou-li více než tři příklady hodnoceny 0 body, je celá písemka za 0 bodů.**

**1) Pro funkci  $f$  definovanou předpisem**

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < -1 \\ \frac{1}{2} & x = -1 \\ 1 & x \in (-1, 1) \\ 0 & x \in (1, \infty) \end{cases} \quad \text{určete } f^{-1}(\{0\}) \text{ a nakreslete } (f \circ f)(x), -f(-x) \text{ a } |f(-x)|.$$

$$f^{-1}(\{0\}) =$$

(Grafy nakreslete na vlastní papíry s výpočty)

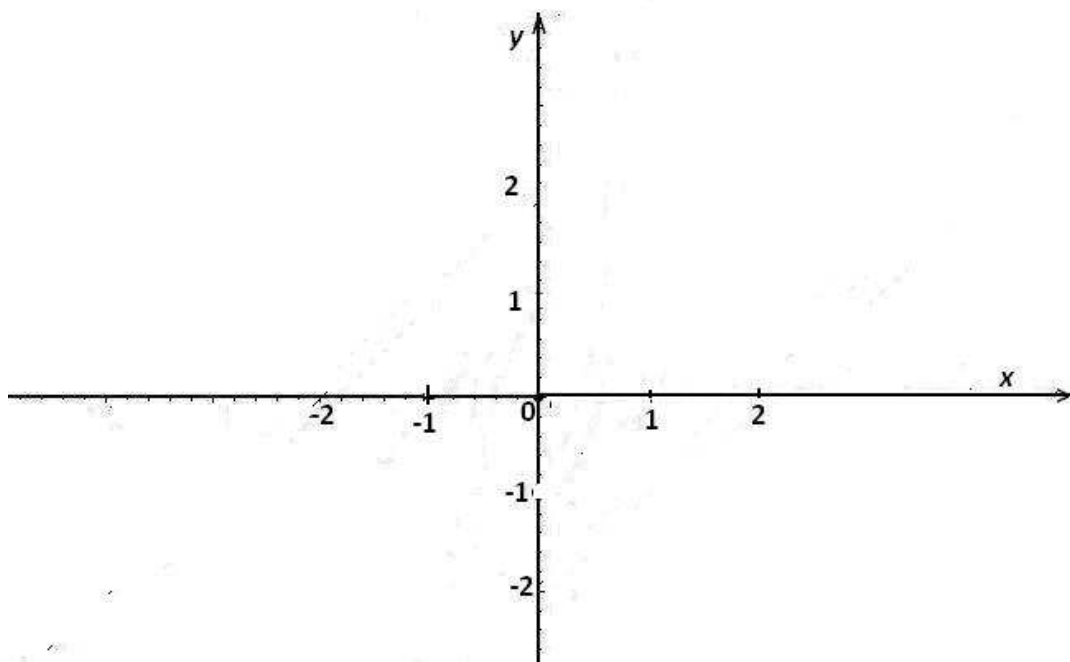
**2) Do následujícího obrázku načrtněte graf funkce, pro kterou platí:  $D_f = \mathbb{R}$ , je lichá,**

**v  $x=0$  má nespojitost 1. druhu, v  $x=1$  má nespojitost 2. druhu, přičemž je zde spojitá zprava,**

$$f(1)=0, f(2)=-1, \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)=1, \lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x)=-1, \lim_{x \rightarrow 1^+} f'(x)=-\infty, f'(2)=0,$$

$$f''(x) > 0 \text{ pro } x \in (1, 2), \quad f''(x) < 0 \text{ pro } x \in (0, 1) \text{ a } x \in (2, \infty), \text{ pro } x \rightarrow \infty \text{ má asymptotu } y = 2 - x.$$

**Do obrázku nakreslete i asymptoty a tečny resp. polotečny v bodech, kde je známá derivace.**



**3)** U každého z následujících výroků rozhodněte, zda je pravdivý nebo nepravdivý (správný výsledek podtrhněte). Je-li nepravdivý, uveďte protipříklad – bez protipříkladu je odpověď hodnocena jako nesprávná.

a) Je-li funkce  $f$  spojitá na intervalu  $\langle a, b \rangle$ , má zde maximum i minimum.

*pravdivý*                      *nepravdivý*                      *protipříklad:*

b) Funkce  $f$  je v bodě  $x_0$  spojitá, právě když má v bodě  $x_0$  limitu.

*pravdivý*                      *nepravdivý*                      *protipříklad:*

c) Je-li první derivace funkce  $f$  v bodě  $x_0$  rovna 0, potom má funkce  $f$  v  $x_0$  extrém.

*pravdivý*                      *nepravdivý*                      *protipříklad:*

**4)** Je dána plocha o rovnici  $2ye^y + ze^z - xe^{2x} = 3e$  a na ní bod  $A = [0, 1, 1]$ . Najděte rovnici tečné roviny k zadané ploše v bodě  $A$ .

$\rho:$

**5)** Vypočítejte dvojný integrál  $I = \int_M xy \, dx \, dy$ , kde  $M$  je množina ohraničená křivkami o rovnicích

$$y = \frac{8}{x}, y = \sqrt{x} \text{ a } x = 2.$$

$I =$

**6)** Mocninná řada  $\sum_{n=0}^{\infty} c_n (x-1)^n$  konverguje neabsolutně pro  $x = 2$  a diverguje pro  $x = 0$ .

Rozhodněte, které z následujících tvrzení je pravdivé (správnou odpověď podtrhněte):

Řada pro  $x = -1$     *konverguje*    *diverguje*  
 pro  $x = 1$         *konverguje*    *diverguje*  
 pro  $x = -\frac{1}{2}$       *konverguje*    *diverguje*  
 pro  $x = \frac{1}{2}$         *konverguje*    *diverguje*

**Své odpovědi zdůvodněte!** Bez zdůvodnění budou odpovědi hodnoceny jako nesprávné.