Policy Gradient Methods

Explique la diferencia entre los métodos de aprendizaje de refuerzo basados en valores y en políticas. ¿Porqué los métodos de gradiente de políticas son especialmente útiles para entornos con espacios de acción continua?

Los métodos basados en valores ya sea aproximado o tabular, tienen como objetivo aprender la **función de valor** (V(s) o Q(s,a)) para luego derivar una política a partir de ella. Estos métodos son efectivos en entornos con espacios de acción discretos, donde es factible evaluar todas las acciones posibles en cada estado. Sin embargo, en entornos con espacios de acción continuos, la cantidad infinita de acciones posibles hace que sea impracticable evaluar y almacenar valores para todas ellas.

Es por ello, que los métodos de gradiente de políticas son especialmente útiles en estos casos, ya que en lugar de aprender una función de valor, aprenden directamente una **política parametrizada** ($\pi(a|s; \theta)$) que mapea estados a distribuciones de probabilidad sobre acciones. Esto permite seleccionar acciones directamente sin necesidad de evaluar todas las posibles, facilitando la toma de decisiones en espacios de acción continuos. Además, los métodos de gradiente de políticas pueden manejar políticas estocásticas, lo que es beneficioso para explorar el espacio de acciones y evitar caer en óptimos locales.

In [1]:
```
import gymnasium as gym
import numpy as np
import time, matplotlib.pyplot as plt
from IPython.display import clear_output, display
```

In [2]:
```
SEED = 327
rng = np.random.default_rng(SEED)
```

REINFORCE

In [3]:
```
env = gym.make("CartPole-v1", render_mode="rgb_array")
```

Póliza Softmax

El entorno de CartPole-v1 tiene un espacio de acciones discreto:

Acción	Descripción
0	Mover el carro a la izquierda
1	Mover el carro a la derecha

Por lo tanto, se usará `softmax` como **póliza parametrizable**

La función `softmax` parametrizable es:

$$\pi(a|s,\theta) = \frac{e^{h(s,a,\theta)}}{\sum_b e^{h(s,b,\theta)}}$$

donde:

$$h(s,a,\theta)$$

es una **preferencia parametrizable** que puede ser lineal:

$$h(s,a,\theta) = \theta_a^T s$$

Además, el espacio de estados es continuo, con los siguientes valores:

Estado	Descripción	Mínimo	Máximo
Cart Position	Posición del carro	-4.8	4.8
Cart Velocity	Velocidad del carro	-Inf	Inf
Pole Angle	Ángulo del poste	-24°	24°
Pole Velocity	Velocidad angular del poste	-Inf	Inf

In [4]:
```
S = env.observation_space
A = env.action_space
```

In [5]:
```
S_len = S.shape[0]
A_len = A.n
```

In [6]:
```
class SoftmaxPolicy:
    def __init__(self, W, b):
        self.W = W
        self.b = b
```

```
    def logits(self, state):
        return state @ self.W + self.b

    def probs(self, state):
        logits = self.logits(state)
        exp_logits = np.exp(logits - np.max(logits))
        return exp_logits / np.sum(exp_logits)

    def sample(self, state):
        probs = self.probs(state)
        action = rng.choice(A.n, p=probs)
        return action, np.log(probs[action])
```

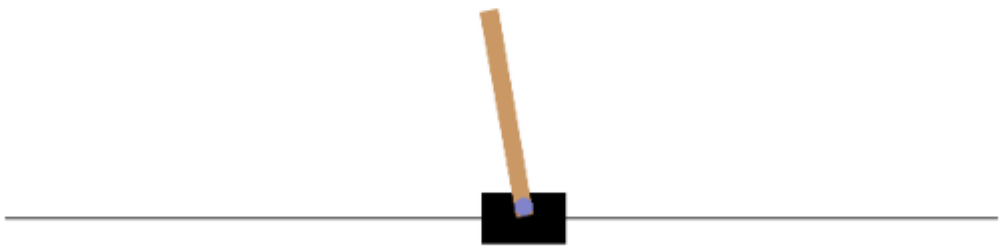
Simulación

In [7]:
```
W = np.zeros((S_len, A_len))
b = np.zeros(A_len)
```

In [8]:
```
policy = SoftmaxPolicy(W, b)
```

In [9]:
```
def simulate_episode(policy, render=False):
    states = []
    actions = []
    rewards = []
    log_probs = []

    state, info = env.reset()
    done = False

    while not done:
        if render:
            img = env.render()
            plt.imshow(img)
            plt.axis('off')
            display(plt.gcf())
            clear_output(wait=True)
            time.sleep(0.05)

        action, log_prob = policy.sample(state)
        next_state, reward, terminated, truncated, info = env.step(action)

        states.append(state)
        actions.append(action)
        rewards.append(reward)
        log_probs.append(log_prob)

        state = next_state
        done = terminated or truncated

    return states, actions, rewards, log_probs
```

In [10]:
```
states, actions, rewards, log_probs = simulate_episode(policy, render=True)
```



Rendimiento descontado para cada par de estado-acción

Dado que `REINFORCE` se basa en `Monte Carlo`, se usará el rendimiento descontado para cada par de estado-acción como

$$G_t$$

$$G_t = \sum_{k=0}^{\infty} \gamma^k R_{t+k+1}$$

Además, como se ha visto, en estos casos al ser una estimación sin modelo del entorno, se usará la función valor estado-acción

$$Q(s, a)$$

como una estimación del valor esperado del rendimiento descontado:

$$Q(s, a) \approx \mathbb{E}[G_t | S_t = s, A_t = a]$$

In [11]:
```python
def compute_discounted_returns(rewards, gamma=0.99):
    n = len(rewards)
    discounted_returns = np.zeros(n)
    G = 0
    for t in reversed(range(n)):
        G = rewards[t] + gamma * G
        discounted_returns[t] = G

    return discounted_returns
```

Actualización de los parámetros de la póliza

Los parámetros de la póliza se actualizan de acuerdo a la siguiente fórmula:

$$\theta \leftarrow \theta + \alpha \gamma^t G_t \left(\frac{\nabla_\theta \pi(A_t | S_t, \theta)}{\pi(A_t | S_t, \theta)} \right)$$

donde:

$$\nabla_\theta \pi(A_t | S_t, \theta)$$

es la dirección en el espacio de parámetros que maximiza la probabilidad de seleccionar la acción a en el estado s.

$$G_t$$

escala la magnitud, cuanto mayor sea el rendimiento esperado, mayor será la actualización.

$$\pi(A_t | S_t, \theta)$$

Acciones menos probables generan actualizaciones más grandes.

In [12]:
```python
class LinearValueBaseline:
    def __init__(self):
        self.w = np.zeros(S.shape[0])
        self.b = 0.0

    def predict(self, state) -> float:
        return np.dot(self.w, state) + self.b

    def fit(self, states, targets, lr: float, epochs: int = 1):
        states = np.array(states)
        targets = np.array(targets)

        for _ in range(epochs):
            preds = states @ self.w + self.b
            errors = preds - targets

            grad_w = (2 / len(states)) * (states.T @ errors)
            grad_b = (2 / len(states)) * np.sum(errors)

            self.w -= lr * grad_w
            self.b -= lr * grad_b
```

In [13]:
```python
baseline = LinearValueBaseline()
```

In [14]:
```python
def policy_update(states, actions, advantages, policy, lr):
    grad_W = np.zeros_like(policy.W)
    grad_b = np.zeros_like(policy.b)

    for t in range(len(states)):
        s = states[t]
        a = actions[t]
        p = policy.probs(s)

        onehot = np.zeros(policy.b.shape)
        onehot[a] = 1

        delta = onehot - p

        grad_W += np.outer(s, delta) * advantages[t]
        grad_b += delta * advantages[t]

    policy.W += lr * grad_W
    policy.b += lr * grad_b
```

```
    new_policy = SoftmaxPolicy(policy.W.copy(), policy.b.copy())
    return new_policy
```

In [15]:
```
num_episodes = 500
gamma = 0.99
lr_pi = 5e-3
lr_v  = 1e-2
```

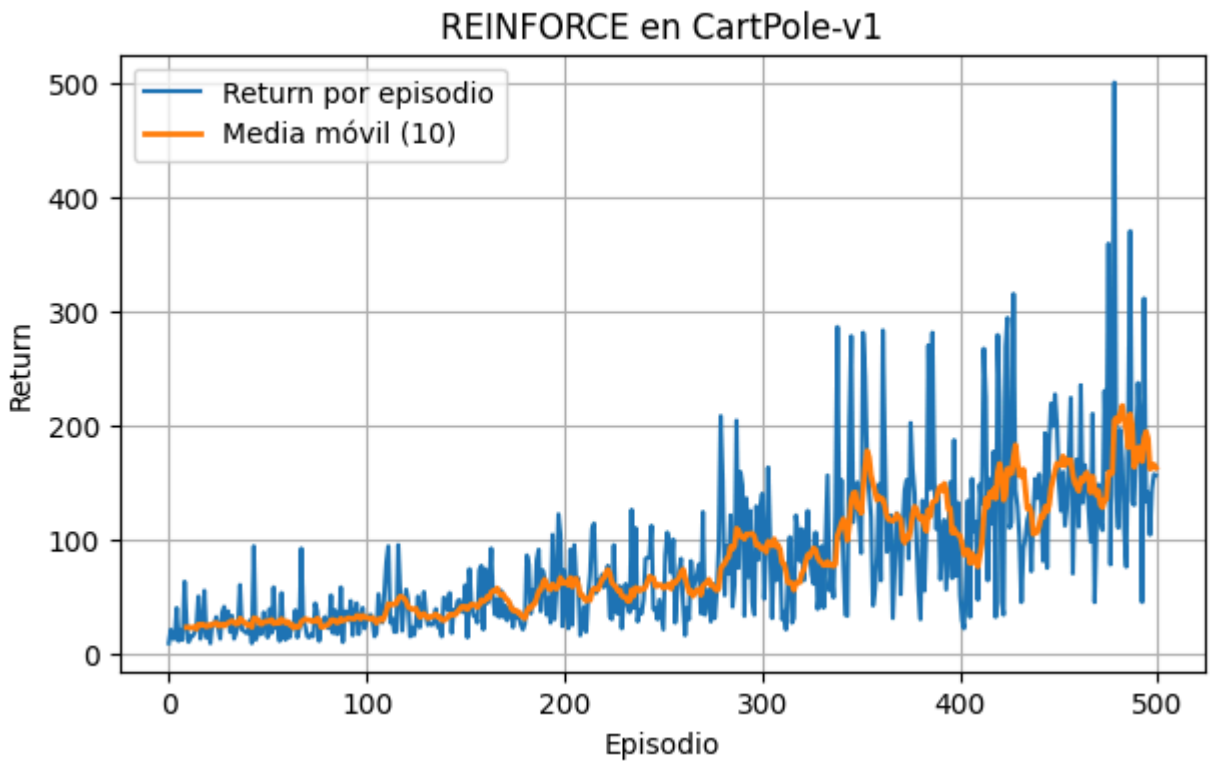
In [16]:
```
returns_history = []
```

In [17]:
```
for ep in range(num_episodes):
    states, actions, rewards, _ = simulate_episode(policy, render=False)

    returns = compute_discounted_returns(rewards, gamma)
    values  = np.array([baseline.predict(s) for s in states])
    advantages = returns - values
    advantages = (advantages - advantages.mean()) / (advantages.std() + 1e-8)

    policy = policy_update(states, actions, advantages, policy, lr=lr_pi)

    baseline.fit(states, returns, lr=lr_v, epochs=1)

    ep_return = float(np.sum(rewards))
    returns_history.append(ep_return)
```

In [18]:
```
states, actions, rewards, log_probs = simulate_episode(policy, render=True)
```

Resultados

In [19]:
```
plt.figure(figsize=(7,4))
plt.plot(returns_history, label='Return por episodio')
window = 10
if len(returns_history) >= window:
    ma = np.convolve(returns_history, np.ones(window)/window, mode='valid')
    plt.plot(range(window-1, window-1+len(ma)), ma, linewidth=2, label=f'Media móvil ({window})')

plt.xlabel('Episodio')
plt.ylabel('Return')
plt.title('REINFORCE en CartPole-v1')
plt.grid(True)
plt.legend()
plt.show()

print(f"Return promedio (últimos 10): {np.mean(returns_history[-10:]):.1f}")
```




```
Return promedio (últimos 10): 162.7
```

La curva muestra un aprendizaje claro pero ruidoso: el retorno promedio pasa de ~20–40 a ~150–200, con picos altos (incluso cerca del tope de 500) y caídas pronunciadas, lo típico en REINFORCE por tres razones: la política es estocástica, el gradiente se estima con un solo episodio (alta varianza) y CartPole es frágil (un error termina temprano). La baseline lineal y la estandarización de ventajas ya ayudan a estabilizar, pero no eliminan la variabilidad; por eso ves “dientes de sierra” aun con tendencia ascendente. Interpretación: la política sí mejora y ocasionalmente alcanza trayectorias casi óptimas, pero aún no es establemente buena. Para consolidar la subida, conviene (i) acumular minibatches de 5 episodios por actualización, (ii) normalizar estados antes de entrar a la política/valor, (iii) bajar un poco lr de la política (≈1e-3–3e-3) o promediar el gradiente por longitud del episodio, y (iv) añadir un bonus de entropía pequeño para evitar colapso de exploración. En síntesis, se cumplen los objetivos del task y el comportamiento observado es coherente con REINFORCE; con esas mejoras, la media móvil debería subir de forma más suave y sostenida.