

# Práctica 2 - Factor de calidad de haz $M^2$

Omar Alejandro Soto Cabral<sup>†</sup>, Sarahi Vazquez Hernandez\*, Emilio Moreno Ledesma<sup>t</sup>

*Instituto de Ciencias Aplicadas y Tecnología, Universidad Nacional Autónoma de México,  
Av. Universidad No. 3000, Col. Universidad Nacional Autónoma de México, C.U.,  
Delegación Coyoacán, C.P. 04510, México, D.F.*

*E-mail: <sup>†</sup>omarsitoocabral@gmail.com, \*sarahi@ciencias.unam.mx, <sup>t</sup>emilio.moreno@ciencias.unam.mx*

**Resumen**—Se determinaron los parámetros de haz para un diodo láser con  $\langle \lambda \rangle = 681.64 \text{ nm}$  a partir de mediciones de su perfil de intensidad en la dirección de propagación con una cámara CMOS. Se encontró que la introducción de un filtro espacial logra reducir el astigmatismo y la asimetría del haz, así como acercar su comportamiento al de un haz Gaussiano al producir en promedio  $M^2 = 1.073 \pm 0.03$ . Por otro lado, se comparó el método de la navaja con el análisis de imágenes para el cálculo de la cintura del haz, encontrándose que ambos métodos coinciden cuando el ruido en las colas de las señales se corta en los mismos valores de posición relativa.

## I. INTRODUCCIÓN

EL haz Gaussiano se considera el mejor, o uno de los mejores, perfiles que puede tener un láser, y su variación espacial está representada por la Ecuación 1 [1]:

$$W(z)^2 = W_0^2 + \left( \frac{\lambda}{\pi W_0} \right)^2 (z - z_0)^2 \quad (1)$$

Donde  $W(z)$  es el radio del haz en  $z$ ,  $W_0$  el radio en la cintura,  $\lambda$  la longitud de onda, y  $z_0$  la posición de la cintura del haz.

De cualquier forma, los láseres, en la práctica, raramente son haces Gaussianos perfectos, por lo que se introduce una forma de medir qué tanto se acerca, mediante el factor  $M^2$ , basado en segundos momentos (la varianza) del haz. Este término modifica el haz y hace que diverja más rápidamente, modificando cómo varía el haz espacialmente. Además, la variación puede ser diferente en ambos ejes, por lo que se toman dos fórmulas, una para un eje vertical ( $y$ ) y uno horizontal ( $x$ ):

$$W(z)_x^2 = W_{0x}^2 + (M_x^2)^2 \left( \frac{\lambda}{\pi W_{0x}} \right)^2 (z - z_{0x})^2 \quad (2)$$

$$W(z)_y^2 = W_{0y}^2 + (M_y^2)^2 \left( \frac{\lambda}{\pi W_{0y}} \right)^2 (z - z_{0y})^2 \quad (3)$$

Donde  $W_x(z)$  y  $W_y(z)$  son el doble de la varianza:  $W_x = 2\sigma_x$  y  $W_y = 2\sigma_y$ . La varianza la obtenemos evaluando el segundo momento del perfil de intensidad en  $x$  y  $y$ , es decir:

$$\sigma_x^2(z) = \frac{\int \int_{-\infty}^{\infty} (x - x_0) I(x, y, z) dy dx}{\int \int_{-\infty}^{\infty} I(x, y, z) dx dy} \quad (4)$$

$$= \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (x - x_0) I_x(x, z) dx}{\int \int_{-\infty}^{\infty} I(x, y, z) dx dy} \quad (5)$$

Siendo  $I_x(x, z)$  la distribución marginal de intensidades en  $(x, z)$  y  $x_0$  el centro de gravedad del haz, definido por:

$$x_0(z) = \frac{\int \int_{-\infty}^{\infty} x I(x, y, z) dy dx}{\int \int_{-\infty}^{\infty} I(x, y, z) dx dy} \quad (6)$$

Este perfil se puede medir con una cámara que capte la intensidad, y para un haz Gaussiano ideal, está dado por [2]:

$$I(x, y) = I_0 \exp \left( -\frac{2(x^2 + y^2)}{r_0^2} \right) \quad (7)$$

Donde  $I(x, y)$  es el perfil de intensidad,  $I_0$  la intensidad máxima, y  $r_0$  es el radio del haz donde  $I(r_0) = I/e^2$ .

Entonces,  $M_x^2$  y  $M_y^2$  son medidas de la calidad del haz, con  $M_i^2 = 1$  para un haz Gaussiano ideal y  $M_i^2 \geq 1$  si tiene otra forma.

Hay un par de limitaciones para el método de  $M^2$ :

- Los segundos momentos de los perfiles de intensidad real pueden ser difíciles de medir, incluso con cámaras CMOS, como la que se usa en esta práctica pueden tener errores por ruido de fondo, desviación del valor base, no linealidad de la cámara y el proceso de digitalización.
- La definición a partir de segundos momentos pesa fuertemente las colas de las distribuciones, o, en general, las zonas alejadas del perfil de intensidad, en donde la forma puede ser difícil de medir, por lo que si el haz está muy extendido en el espacio o la medición no es buena, puede afectar los resultados finales.

Un método para medir propiedades específicamente de un haz Gaussiano es el *método de la navaja*, que trata de ir registrando la potencia total de un haz conforme se tapa (o destapa) una parte del perfil usando una navaja en forma vertical, por lo que va cubriendo el haz en la dirección  $x$ . En ese caso, podemos relacionar la potencia medida con la intensidad del haz como:

$$\int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^{\infty} I(x', y, z) dy dx' = \int_{-\infty}^x I_x(x', z) dy dx' \quad (8)$$

Y, usando el perfil de intensidad de un haz Gaussiano (Ecuación 7) llegamos a que el perfil de potencia está dado por:

$$P(x) = \frac{\pi}{4} r_0^2 I_0 \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{\sqrt{2}x}{r_0} \right) \right] = \frac{P_T}{2} \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{\sqrt{2}x}{r_0} \right) \right] \quad (9)$$

donde  $\text{erf}(x)$  es la función error y  $P_T$  es la potencia total medida cuando el haz está destapado. De esta forma, si se tiene el perfil de potencia en función de la posición, se puede ajustar esta función para obtener el radio del haz en ese punto en la dirección de  $x$ .

## II. OBJETIVOS

- Caracterizar especialmente un haz de diodo láser mediante la determinación del factor de calidad de haz  $M_2$ .
- Comparar el comportamiento del haz con y sin filtrado espacial.

## III. DESARROLLO

El experimento se realizó utilizando un diodo láser como fuente, modelo HL6738MG @ 690 nm. Para este experimento se realizaron dos arreglos ópticos principales: uno sin filtrar el diodo láser más que con un diafragma y otro con un filtrado para mejorar el haz y conseguir un perfil lo más Gaussiano posible; con el objetivo de comparar la calidad del haz y determinar el factor de calidad de  $M^2$ .

### III-A. Arreglo sin filtrado espacial

Inicialmente se alineó la salida del láser con un periscopio formado por dos espejos planos, cuyo propósito fue alinear el eje óptico a la altura necesaria. Posteriormente, se colocó una lente plano convexa de distancia focal  $f = 10$  cm, con la cara convexa hacia el diodo láser para colimar el haz. Luego se añadió un diafragma circular para mejorar la calidad transversal del frente de onda.

Después del arreglo inicial, se procedió con la prueba de la navaja: se colocó una navaja montada sobre una platina con un micrómetro transversal y un fotodetector con un potenciómetro para capturar la intensidad del haz. La navaja se desplazó lentamente en dirección transversal del haz, registrando la potencia transmitida en función de la posición (valores de los tornillos micrómetros).

Luego se tomó una fotografía en la posición en la que estaba el potenciómetro.

Por otro lado, para la determinación del factor de calidad, se utilizó una cámara CMOS (Thorlabs DCC3240N) utilizada como perfilómetro. La cámara se montó sobre la platina micrométrica que permitió desplazarla a lo largo del eje óptico  $z$ . Además se utilizó un filtro neutro para evitar la saturación de la cámara. Con la cámara se obtuvieron imágenes del perfil transversal en cada toma. Los arreglos ópticos descritos se encuentran en la Figura 1.

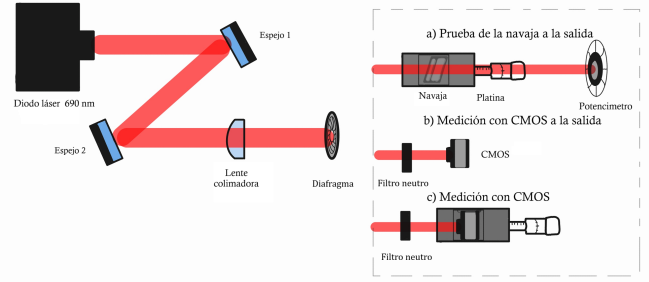


Figura 1: Arreglo óptico sin filtrado espacial con configuraciones a, b, c.

### III-B. Arreglo con filtrado espacial

En la segunda configuración observada en la Figura 2 se implementó un sistema de filtrado espacial para obtener un perfil lo más Gaussiano posible.

Después de asegurar nuevamente la alineación del periscopio, se colocó el filtro espacial y se alineó su salida donde se obtuvo un patrón circular con el centro lo más intenso posible. A la salida del filtro se colocó la misma lente colimadora del primer arreglo y se probó su colimación para distintas distancias. Enseguida se colocó el diafragma para mejorar el perfil transversal del haz, buscándose un patrón centrado e intenso. Finalmente se añadió una lente convergente de  $f = 15$  cm con la cara convexa orientada hacia el haz colimado para enfocar el haz en el detector de la cámara CMOS, la cual fue montada nuevamente sobre la platina micrométrica como se observa en la Figura 2, arreglo c). Se realizó un barrido a lo largo del eje óptico obteniendo 52 imágenes del perfil transversal.

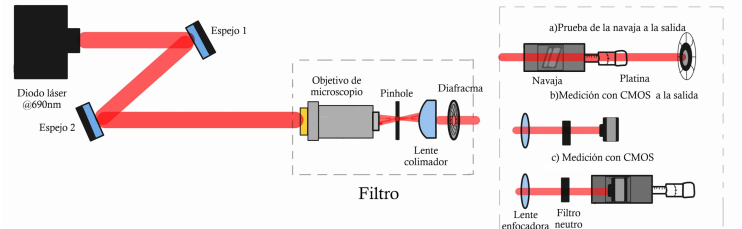


Figura 2: Arreglo óptico con filtrado espacial con configuraciones a, b, c.

Además, se midió el espectro de emisión del diodo láser para determinar su longitud de onda central.

## IV. RESULTADOS

### IV-A. Determinación de los parámetros de haz

Para determinar los parámetros del haz, se deben calcular los anchos del haz en cada posición de la platina.

Para empezar, se convierten las imágenes en arreglos bidimensionales de números. En el caso de los parámetros en  $x$ , se calculan los marginales en  $x$  integrando el arreglo en la dirección  $y$  con el método del trapecio. Luego, para evitar

Parámetros	$z_0$ [mm]	$W_0$ [mm]	$M^2$	$M^2 / W_0$ [mm $^{-1}$ ]
Sin filtrar en $x$	$(-1.02 \times 10) \pm (8.54)$	$(2.13 \times 10^{-1}) \pm (8.90 \times 10^{-3})$	$(4.45) \pm (9.90 \times 10^{-1})$	$(2.09 \times 10) \pm (4.73)$
Sin filtrar en $y$	$(-1.20) \pm (1.41)$	$(1.72 \times 10^{-1}) \pm (2.04 \times 10^{-3})$	$(5.04) \pm (2.93 \times 10^{-1})$	$(2.93 \times 10) \pm (1.73)$
Filtrado en $x$	$(1.10 \times 10) \pm (8.51 \times 10^{-2})$	$(3.12 \times 10^{-2}) \pm (1.53 \times 10^{-3})$	$(1.10) \pm (4.60 \times 10^{-2})$	$(3.51 \times 10) \pm (2.26)$
Filtrado en $y$	$(1.10 \times 10) \pm (7.09 \times 10^{-2})$	$(3.01 \times 10^{-2}) \pm (1.30 \times 10^{-3})$	$(1.05) \pm (3.93 \times 10^{-2})$	$(3.49 \times 10) \pm (1.99)$

Tabla I: Parámetros de haz encontrados para el haz sin filtrar y el haz filtrado.

sobrestimar el ancho del haz, se recorta el ruido de las colas. Para esto se utilizaron promedios móviles que parten de la posición del marginal máximo y se mueven hacia la derecha (o izquierda) del arreglo, descartándose los datos más allá de la posición en que la diferencia del promedio actual respecto a un número dado de promedios anteriores sea menor a un umbral de error especificado.

Con el arreglo recortado, se calcula la intensidad total y se normalizan los datos, para posteriormente encontrar el centro de masa y la variación de intensidad en la dirección  $x$ . De manera análoga, se calcula el centro de masa y la variación en  $y$ . Calculando entonces el ancho del haz en ambas direcciones para cada posición de la platina.

Para determinar la longitud de onda del láser, se limpia el ruido de las colas con el mismo algoritmo y se calcula el centro de masa de la señal del espectrómetro. Se encuentra  $\langle \lambda \rangle = 681.64$  nm. El espectro recortado se presenta en la Figura 7 en el Apéndice A.

Luego, para encontrar los parámetros de haz, se ajustan las Ecuaciones 2, 3 sobre los valores del ancho en  $x$ ,  $y$  a lo largo de la dirección de propagación  $z$ . Las Figuras 3, 4 muestran el resultado de este ajuste para los anchos del haz sin filtrar y del haz filtrado, respectivamente. Mientras que la Tabla I recopila los parámetros ajustados. Las incertidumbres presentadas son las desviaciones estándar calculadas por el algoritmo de ajuste.

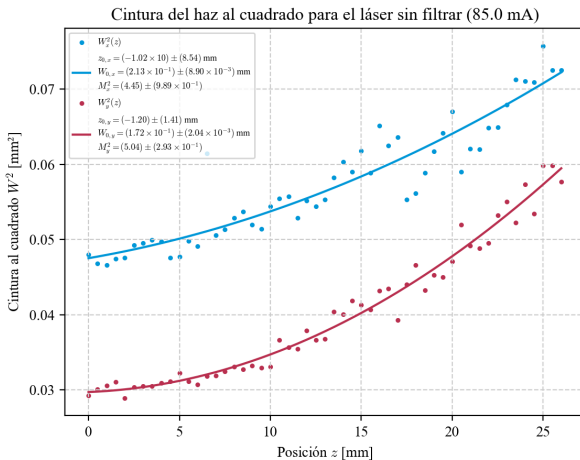


Figura 3: Ajuste de parámetros para el haz sin filtrar.

Se observa (Tab. I) que el haz sin filtrar presenta astigmatismo (Error porcentual entre  $x$ ,  $y$ :  $\Delta_{\%,x,y} z_0 \approx 157.8\%$ ), es asimétrico en su cintura ( $\Delta_{\%,x,y} W_0 \approx 21.2\%$ ) y presenta divergencia asimétrica ( $\Delta_{\%,x,y} (M^2/W_0) \approx 33.4\%$ ). Además, tiene valores altos de  $M^2$  en ambas direcciones. Revisando la

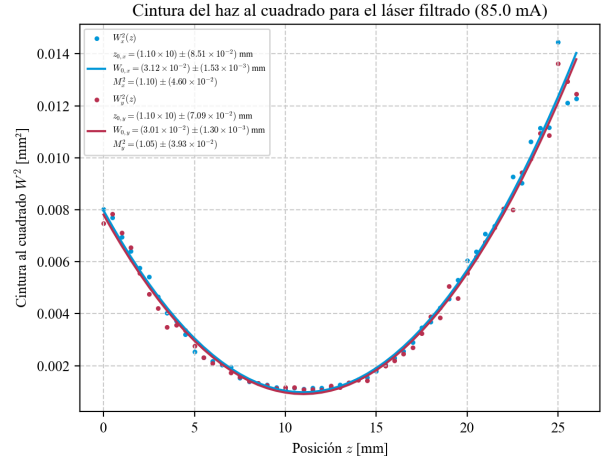


Figura 4: Ajuste de parámetros para el haz filtrado.

Figura 3, se puede notar que la cintura del haz no se encuentra en el centro de la platina. Esto puede explicar el aumento en la desviación de los anchos del haz del ajuste con la posición relativa y el valor elevado de incertidumbre para los parámetros  $z_0$ .

Por su parte, el haz filtrado es estigmático y simétrico ( $\Delta_{\%,x,y} z_0 \approx 0.008\%$ ,  $\Delta_{\%,x,y} W_0 \approx 3.63\%$ ,  $\Delta_{\%,x,y} (M^2/W_0) \approx 0.66\%$ ), y presenta un valor promedio de  $M_{x,y}^2 = 1.073 \pm 0.03$ , por lo que es cercanamente Gaussiano.

#### IV-B. Método de la navaja

Se observa de la Ecuación 8 que se pueden recuperar los marginales en  $x$  tomando la derivada de la señal registrada por el fotodetector. Para lograr esto numéricamente, se usan diferencias centrales. Una vez obtenidos los marginales en  $x$ , se utiliza el mismo algoritmo que en la sección anterior para encontrar el diámetro del haz en  $x$ . El cálculo del ancho del haz a través de la imagen que se tomó en la misma posición que el fotodetector también es análogo a la sección anterior.

Las Figuras 5, 6 presentan los marginales después de remover las colas, así como los anchos de haz calculados. Ambos métodos coinciden para el haz filtrado, con un error porcentual entre los anchos calculados de  $\Delta_{\%,CMOS,navaja} W_x = 1.05\%$ . Sin embargo, para el haz sin filtrar, se tiene un error porcentual de  $\Delta_{\%,CMOS,navaja} W_x = 19.7\%$ . Si se usan los mismos puntos de corte en la posición relativa de ambas señales (Fig. 10, Apéndice A), se mejora el error a  $\Delta_{\%,CMOS,navaja} W_x = 3.9\%$ . Esto sugiere usar otro método para limpiar las colas en las señales del método de la navaja, por ejemplo, uno que excluya valores por debajo de un nivel de ruido medido con el láser apagado.

- [2] R. Díaz-Urbe. View of position sensing of a gaussian beam with a power meter and a knife edge<sub>2025</sub>, 2025.

#### MATERIAL ADICIONAL

1. Códigos para el análisis: <https://github.com/TheLasingThreshold/Lasers2026-1/tree/main/M-squared>

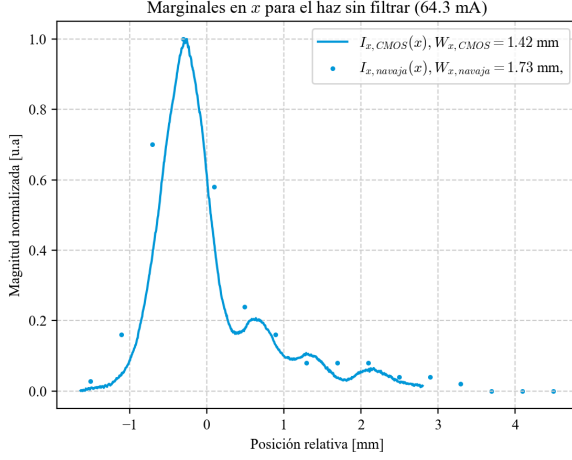


Figura 5: Comparación entre los marginales y anchos de haz obtenidos con la cámara y el fotodetector para el haz sin filtrar.

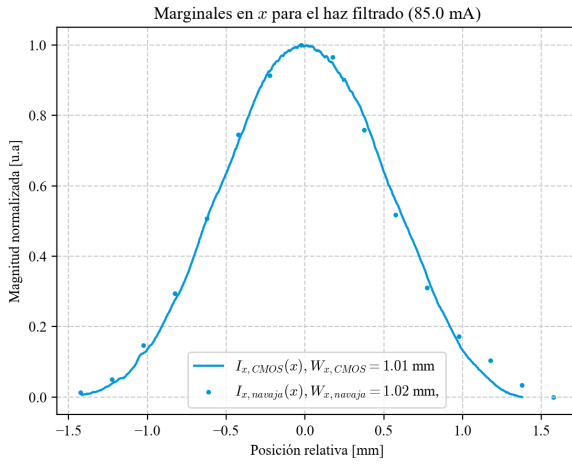


Figura 6: Comparación entre los marginales y anchos de haz obtenidos con la cámara y el fotodetector para el haz filtrado.

#### V. CONCLUSIÓN

Se lograron determinar los parámetros de haz de un diodo láser antes y después de ser filtrado. Se encontró que el filtro espacial mejora la calidad del haz, volviéndolo estigmático, simétrico y Gaussiano, con una mejora relativa en  $M^2$  de  $M_{x, sin filtro}^2 / M_{x, con filtro}^2 = 4.1 \pm 0.9$ ,  $M_{y, sin filtro}^2 / M_{y, con filtro}^2 = 4.8 \pm 0.33$ .

Por otro lado, se comparó el método de la navaja con el análisis con imágenes en la determinación del ancho del haz, obteniéndose que coinciden cuando se consideran los mismos rangos de corte para las colas de ruido en las señales.

#### REFERENCIAS

- [1] Siegman A.E. How to (maybe) measure laser beam quality en dpss (diode pumped solid state) lasers: Applications and issues. *OSA TOPS*, 1998.

## APÉNDICE A FIGURAS EXTRA.

A continuación se presentan algunas figuras extra resultantes del análisis.

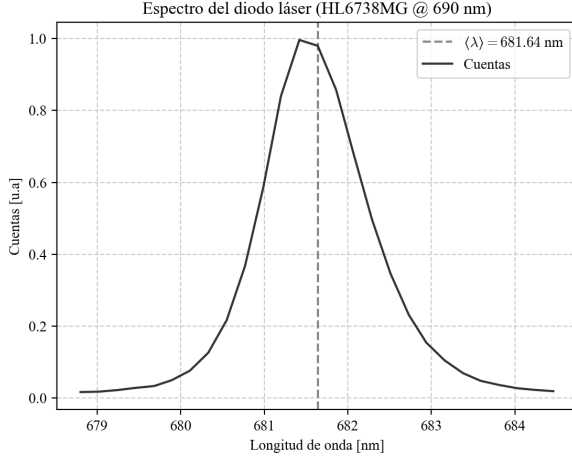


Figura 7: Espectro del diodo láser utilizado.

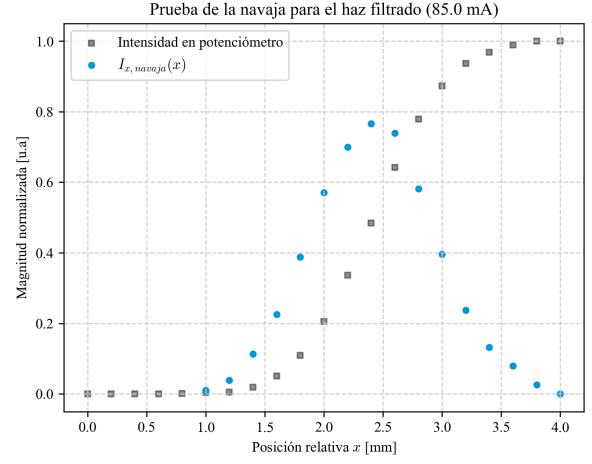


Figura 9: Señal del fotodetector en el método de la navaja y marginal en  $x$  para el haz filtrado.

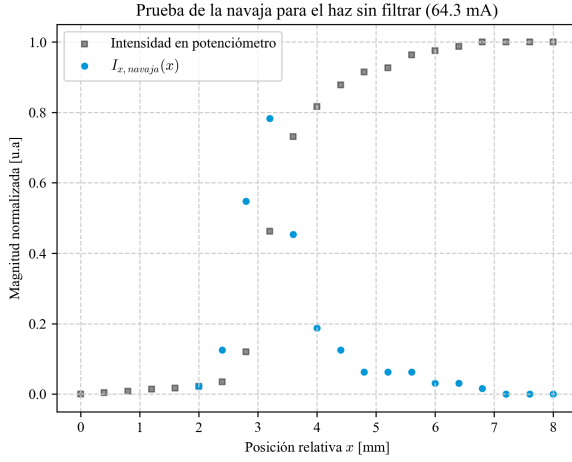


Figura 8: Señal del fotodetector en el método de la navaja y marginal en  $x$  para el haz sin filtrar.

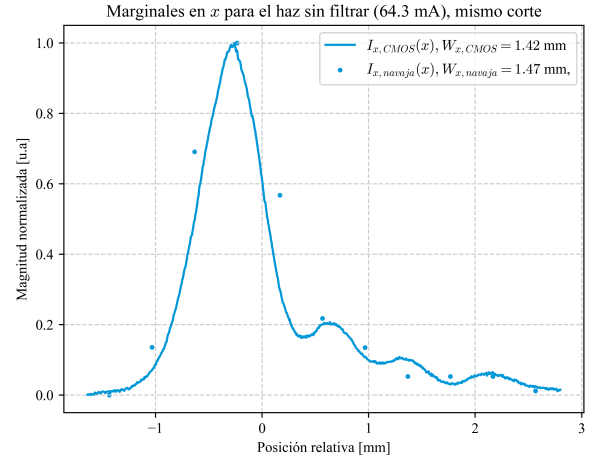


Figura 10: Comparación entre los marginales y anchos de haz obtenidos con la cámara y el fotodetector para el haz sin filtrar, usando los mismos puntos de corte para las colas de las señales.