

Funktionen und ihre Zusammensetzung

Erich Neuwirth

8. Jänner 2020

Funktionen in klassischer Formelschreibweise

$$\begin{aligned}f_1(x) &= x^2 \\f_2(x) &= x + 3 \\f_3(x) &= \sqrt{x}\end{aligned}$$

Zuerst f_1 , dann f_2 und dann f_3 anwenden

$$f_3(f_2(f_1(x))) = \sqrt{x^2 + 3}$$

Wir schreiben Funktionen als Transformationsmaschinen

$$\begin{aligned}f_1 : x &\mapsto x^2 \\f_2 : x &\mapsto x + 3 \\f_3 : x &\mapsto \sqrt{x}\end{aligned}$$

Zusammensetzung in „natürlicher“ Reihenfolge

$$x \xrightarrow{f_1} x^2 \xrightarrow{f_2} x^2 + 3 \xrightarrow{f_3} \sqrt{x^2 + 3}$$

Manchmal entsteht Verwirrung, weil x in drei Ausdrücken in verschiedener Bedeutung vorkommt, nämlich als Platzhalter für Input in verschiedenen „Funktionsmaschinen“.

Daher vergeben wir in jeder Maschinen einen neuen Namen für den Input.

$$\begin{aligned}f_1(x) &= x^2 \\f_2(y) &= y + 3 \\f_3(z) &= \sqrt{z}\end{aligned}$$

Dann schauen die entsprechenden Funktionsmaschinen so aus:

$$\begin{aligned}f_1 : x &\mapsto x^2 \\f_2 : y &\mapsto y + 3 \\f_3 : z &\mapsto \sqrt{z}\end{aligned}$$

Und das ist die Funktionszusammensetzung

$$x \xrightarrow{f_1} x^2 = y \xrightarrow{f_2} y + 3 = x^2 + 3 = z \xrightarrow{f_3} \sqrt{z} = \sqrt{x^2 + 3}$$

Ersetzen wir die Variable x durch ein unverfänglicheres Symbol, einen roten Punkt

$$\begin{aligned}f_1(\bullet) &= \bullet^2 \\f_2(\bullet) &= \bullet + 3 \\f_3(\bullet) &= \sqrt{\bullet}\end{aligned}$$

Dann ist das die Gleichungsschreibweise der Zusammensetzung

$$f_3(f_2(f_1(\bullet))) = \sqrt{\bullet^2 + 3}$$

und das die „Funktionsmaschinenschreibweise“ in natürlicher Reihenfolge

$$\bullet \xrightarrow{f_1} \bullet^2 \xrightarrow{f_2} \bullet^2 + 3 \xrightarrow{f_3} \sqrt{\bullet^2 + 3}$$

Auch hier kann Verwirrung entstehen, weil der rote Punkt in 3 verschiedenen Maschinen verschiedene Inputs „aufsaugt“. Wir verwenden daher für die verschiedenen Maschinen verschiedenfarbige Punkte

$$\begin{aligned}f_1(\bullet) &= \bullet^2 \\f_2(\bullet) &= \bullet + 3 \\f_3(\bullet) &= \sqrt{\bullet}\end{aligned}$$

Funktionsmaschinenschreibweise:

$$\begin{aligned}f_1 : \bullet &\mapsto \bullet^2 \\f_2 : \bullet &\mapsto \bullet + 3 \\f_3 : \bullet &\mapsto \sqrt{\bullet}\end{aligned}$$

Zusammensetzung

$$\bullet \xrightarrow{f_1} \bullet^2 = \bullet \xrightarrow{f_2} \bullet + 3 = \bullet^2 + 3 = \bullet \xrightarrow{f_3} \sqrt{\bullet} = \sqrt{\bullet^2 + 3}$$

Zusammensetzung komprimiert

$$\bullet \xrightarrow{f_1} \bullet^2 \xrightarrow{f_2} \bullet^2 + 3 \xrightarrow{f_3} \sqrt{\bullet^2 + 3}$$

In R mit piping package sieht das so aus:

```
f1 <- function(x) x^2
f2 <- function(y) y+3
f3 <- function(z) sqrt(z)
```

Klassisches Programmieren

```
f3(f2(f1(2)))
```

```
## [1] 2.645751
```

Schreibweise mit piping

```
2 %>% f1 %>% f2 %>% f3
```

```
## [1] 2.645751
```

Oder mit sauberer Syntax

```
2 %>% f1() %>% f2() %>% f3()
```

```
## [1] 2.645751
```