МИНОБРНАУКИ РОССИИ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)

Кафедра математического обеспечения и применения ЭВМ

ОТЧЕТ

по лабораторной работе №1

по дисциплине «Цифровая обработка сигналов»

Тема: Моделирование стандартных дискретных сигналов

Студент гр. 9381	____________________	Колованов Р.А.
Студент гр. 9381	____________________	Семенов А.Н.
Преподаватель	____________________	Середа А.-В. И.

Санкт-Петербург

2022

Цель работы.

Изучить математическое описание стандартных дискретных сигналов и овладеть программными средствами их моделирования.

Основные теоретические положения.

Сигнал – это изменяющаяся во времени физическая величина, описываемая функцией времени. Один из параметров этой функции содержит информацию о другой физической величине.

Аналоговый сигнал – сигнал данных, у которого каждый из представленных параметров описывается функцией времени и непрерывным множеством возможных значений (рис. 0, а).

Дискретный сигнал – сигнал, который является прерывистым (в отличие от аналогового) и который изменяется во времени и принимает значения из некоторого конечного дискретного множества (рис. 0, б).

Дискретное время рассматривает значения переменных как происходящие в различных, отдельных точках времени. Зачастую эти точки равноудалены друг от друга и временное расстояние между ними называется периодом. То есть речь идет о значениях nT, где T - период дискретизации.

Дискретное нормированное время – дискретное время, образованное равноудаленными точками с единичным временным расстоянием (с единичным периодом дискретизации). То есть речь идет о значениях n (рис. 0, в).

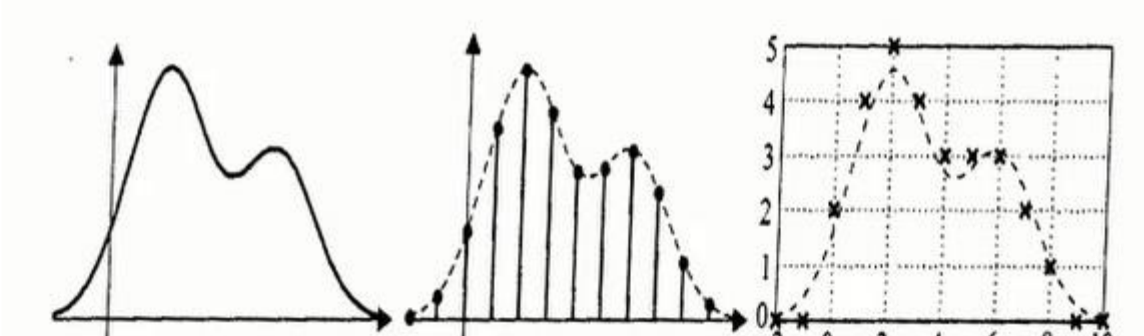

Рисунок 0. Графики сигналов.

Специальные виды детерминированных дискретных сигналов:

1. Единичный цифровой импульс:

$$\delta_d(k) = \begin{cases} 1, & k = 0 \\ 0, & k \neq 0 \end{cases}, \quad k \in Z$$

2. Дискретный единичный скачок:

$$\sigma_d(k) = \begin{cases} 1, & k \geq 0 \\ 0, & k < 0 \end{cases}, \quad k \in Z$$

3. Дискретная экспоненциальная функция:

$$s_1(k) = \begin{cases} 0, & k < 0 \\ a^k, & k \geq 0 \end{cases}, \quad k \in Z$$

4. Дискретный комплексный гармонический сигнал:

$$s_2(k) = C \cdot \exp(j\hat{\omega}_0 k)$$

Постановка задачи.

С помощью программных средств провести моделирование и анализ стандартных дискретных последовательностей. Результаты подкрепить соответствующими графиками и выводами.

Выполнение работы.

Исходные данные для лабораторной работы:

Переменная	**Назначение**	**Значение**
$N_{бр}$	Номер бригады	4
N	Длина последовательности	34
T	Период дискретизации	0.001
a	Основание экспоненты	0.82
C	Амплитуда гармонического сигнала	5
$\hat{\omega}_0$ (рад)	Частота гармонического сигнала	$\frac{\pi}{10}$
m	Задержка	9

1. Смоделировать единичный цифровой импульс $\delta_d(k)$ с выводом графиков на интервале дискретного времени $nT \in [0,(N-1)T]$ и дискретного нормированного времени $n \in [0, N-1]$. Пояснить:

- Взаимосвязь между дискретным и дискретным нормированным временем;
- Различие между единичным цифровым импульсом и дельта-функцией.

Формула для единичного цифрового импульса:

$$\delta_d(k) = \begin{cases} 1, & k = 0 \\ 0, & k \neq 0 \end{cases}, \quad k \in Z$$

Графики единичного цифрового импульса на интервале дискретного времени и дискретного нормированного времени представлены на рис. 1 и рис. 2 соответственно.

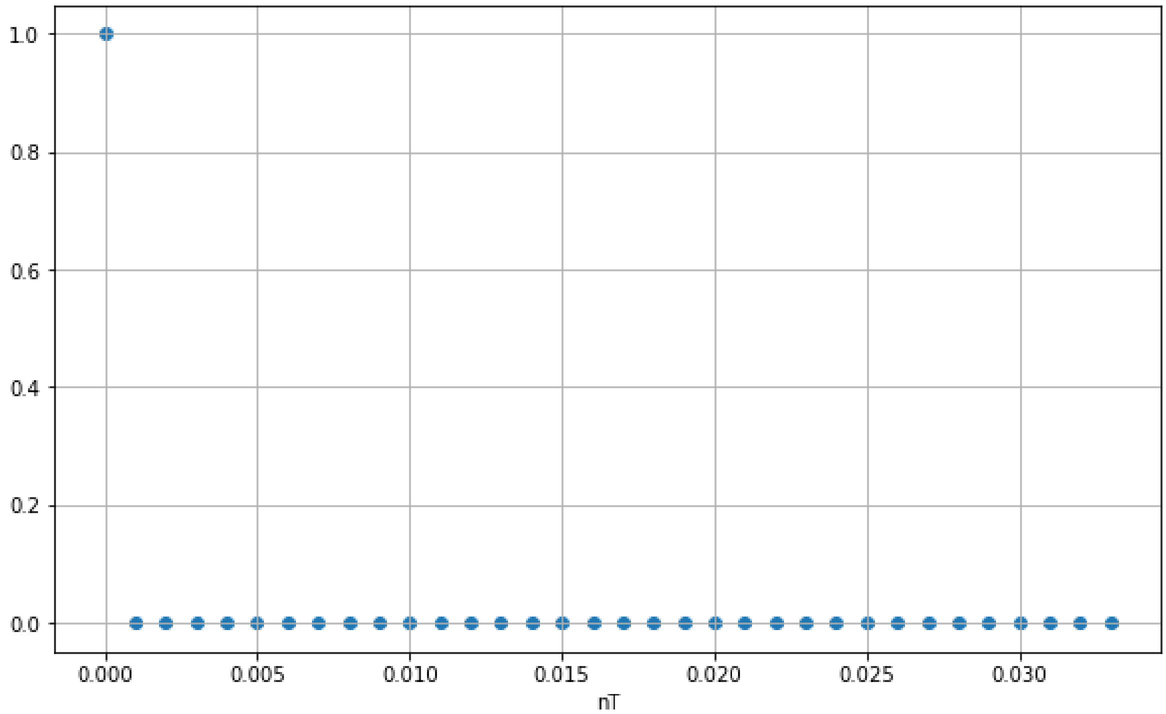

Рисунок 1 – График единичного цифрового импульса на интервале дискретного времени.

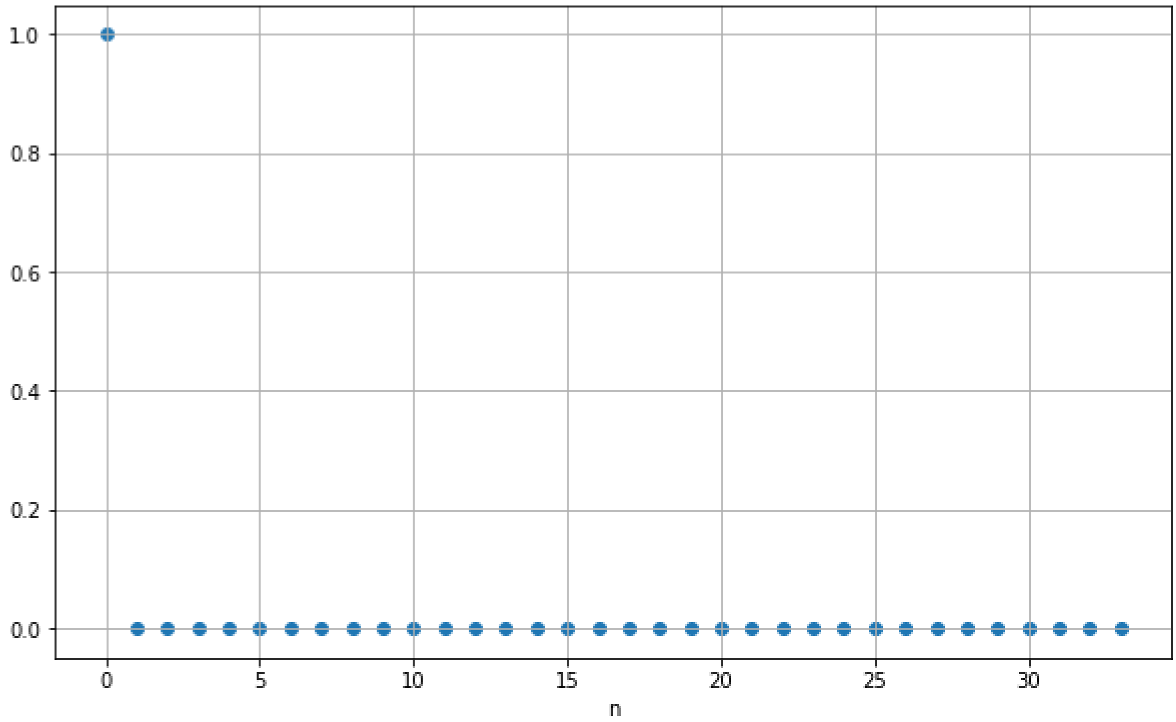

Рисунок 2 – График единичного цифрового импульса на интервале дискретного нормированного времени.

Значения nT называют дискретным временем, а значения n – дискретным нормированным временем. То есть для дискретного нормированного времени период дискретизации равен единице.

Рассмотрим дельта-функцию, сравним ее с единичным цифровым импульсом и найдем различия между ними. Формула для дельта-функции:

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty, & t = 0 \\ 0, & t \neq 0 \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}$$

Единичный цифровой импульс определен на дискретных моментах времени в то время, как дельта-функция является непрерывной. Значение дельта-функции в точке 0 равно бесконечности, а значение единичного цифрового импульса в точке 0 равно единице.

2. Смоделировать дискретный единичный скачок $\sigma_d(k)$ с выводом графиков на интервале дискретного времени $nT \in [0,(N-1)T]$ и дискретного нормированного времени $n \in [0, N-1]$. Пояснить:

- Соответствие между дискретным и аналоговым единичными скачками;
- Чему равна частота дискретизации дискретного единичного скачка.

Формула для дискретного единичного скачка:

$$\sigma_d(k) = \begin{cases} 1, & k \ge 0 \\ 0, & k < 0 \end{cases}, \quad k \in Z$$

Графики дискретного единичного скачка на интервале дискретного времени и дискретного нормированного времени представлены на рис. 3 и рис. 4 соответственно.

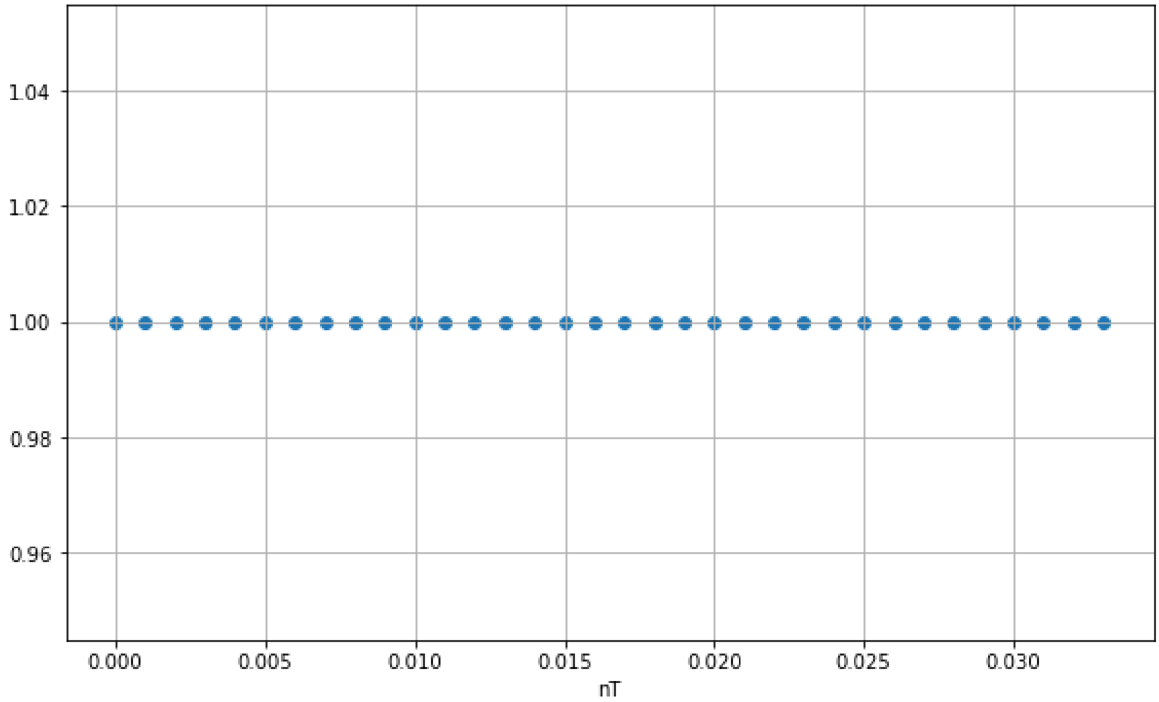

Рисунок 3 – График дискретного единичного скачка на интервале дискретного нормированного времени.

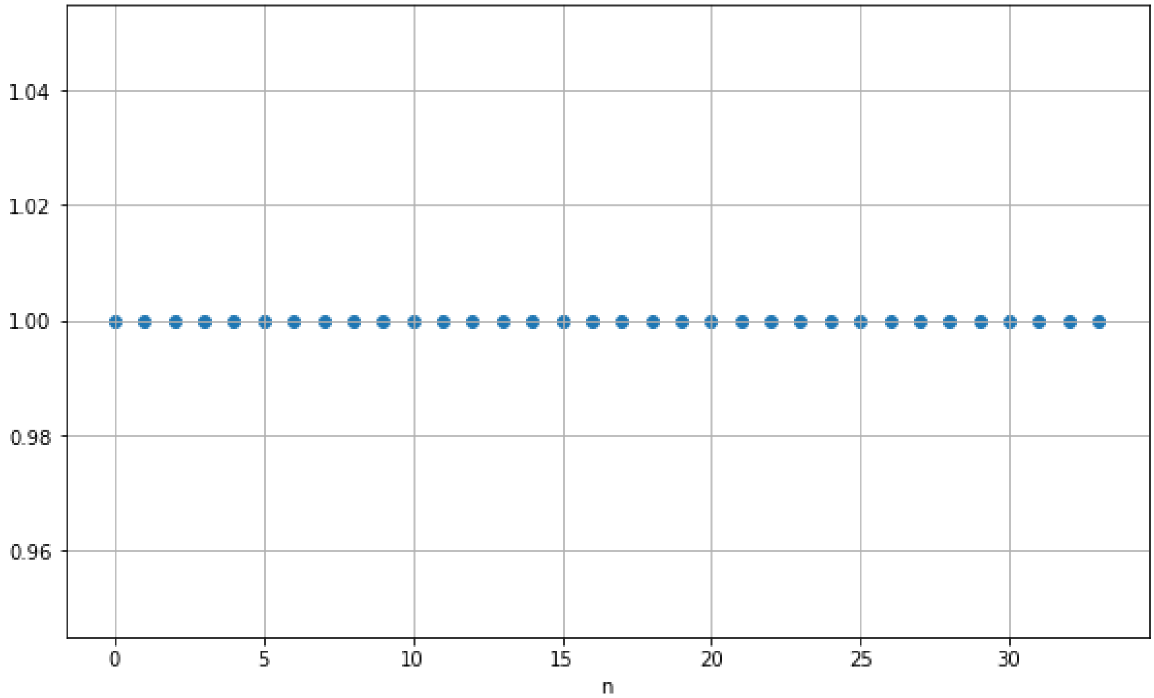

Рисунок 4 – График дискретного единичного скачка на интервале дискретного нормированного времени.

Соответствие между дискретным и аналоговым можно представить в виде следующей формулы:

$$\sigma_d(k) = \delta_1(k) \ \ \forall k \neq 0 \text{ и } k \in \mathrm{Z}$$

$$\delta_1(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0.5 \text{ или неопределено}, & t = 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

Частота дискретизации дискретного единичного скачка в данном случае равна $f_d = \dfrac{1}{T} = 1000$ Гц.

3. Смоделировать дискретную экспоненциальную функцию $s_1(k)$ с выводом графиков на интервале дискретного времени $nT \in [0,(N-1)T]$ и дискретного нормированного времени $n \in [0, N-1]$. Пояснить соответствие между дискретной и аналоговой экспонентами.

Формула для дискретной экспоненциальной функции:

$$s_1(k) = \begin{cases} 0, \ k < 0 \\ a^k, \ k \geq 0 \end{cases}, \quad k \in Z$$

$$s_1(k) = \begin{cases} 0, \ k < 0 \\ 0.82^k, \ k \geq 0 \end{cases}, \quad k \in Z$$

Графики дискретной экспоненциальной функции на интервале дискретного времени и дискретного нормированного времени представлены на рис. 5 и рис. 6 соответственно.

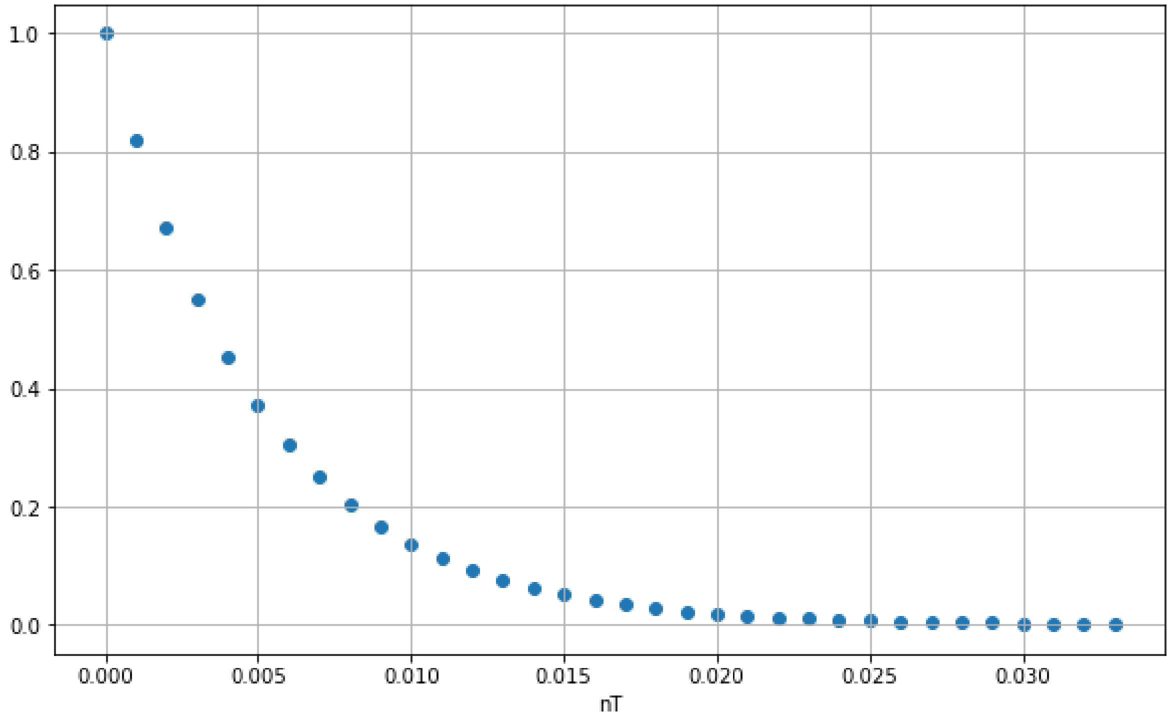

Рисунок 5 – График дискретной экспоненциальной функции на интервале дискретного нормированного времени.

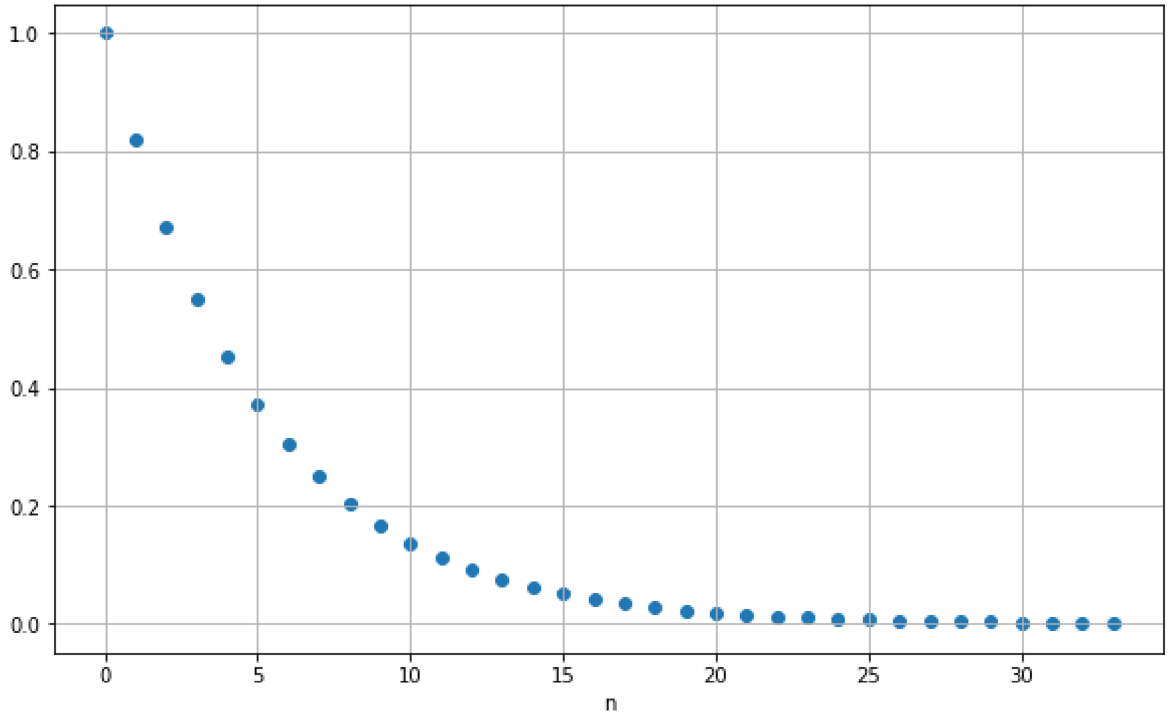

Рисунок 6 – График дискретной экспоненциальной функции на интервале дискретного нормированного времени.

Соответствие между дискретной и аналоговой экспонентами можно представить в виде следующей формулы:

$$s_1(k) = a^k \ \forall k \geq 0 \text{ и } k \in Z$$

4. Смоделировать дискретный комплексный гармонический сигнал $s_2(k) = C \cdot \exp(j\hat{\omega}_0 k)$ с выводом графиков вещественной и мнимой частей на интервале времени $n \in [0, N-1]$. Записать данный сигнал в виде комбинации двух вещественных последовательностей.

Формула для дискретного комплексного гармонического сигнала:

$$s_2(k) = C \cdot \exp(j\hat{\omega}_0 k)$$

$$s_2(k) = 5 \cdot \exp(j \cdot \frac{\pi k}{10})$$

График дискретного комплексного гармонического сигнала на интервале дискретного нормированного времени представлен на рис. 7.

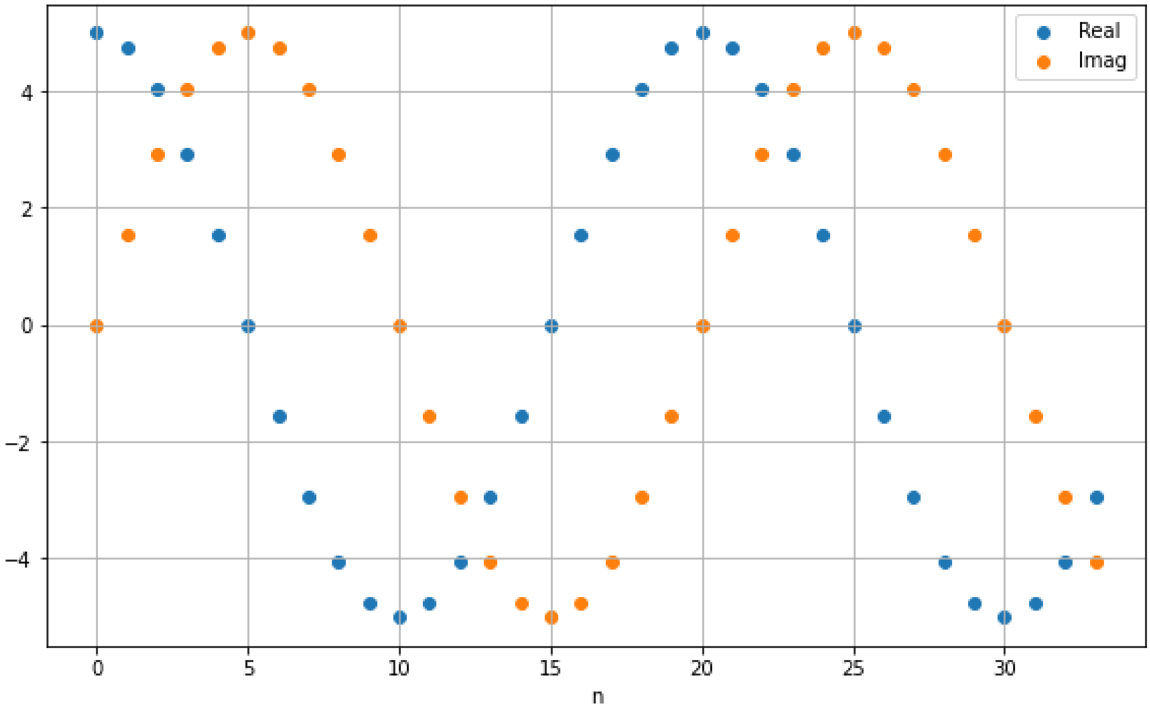

Рисунок 7 – График дискретного комплексного гармонического сигнала на интервале дискретного нормированного времени.

Запишем данный сигнал в виде двух вещественных последовательностей. Для этого воспользуемся формулой Эйлера:

$$s_2(k) = C \cdot \exp(j\hat{\omega}_0 k)$$

$$\exp(j \cdot \alpha) = \cos(\alpha) + j \cdot \sin(\alpha)$$

$$s_2(k) = C \cdot \left(\cos(\hat{\omega}_0 k) + j \cdot \sin(\hat{\omega}_0 k)\right)$$

$$s_2(k) = C \cdot \cos(\hat{\omega}_0 k) + j \cdot C \cdot \sin(\hat{\omega}_0 k)$$

$$s_2(k) = 5 \cdot \cos(\frac{\pi k}{10}) + j \cdot 5 \cdot \sin(\frac{\pi k}{10})$$

5. Вывести графики последовательностей $\delta_d(k)$, $\sigma_d(k)$ и $s_1(k)$, задержанных на m отсчетов, на интервале времени $n \in [0, N-1]$. Записать формулы задержанных последовательностей.

Графики последовательностей $\delta_d(k)$, $\sigma_d(k)$ и $s_1(k)$, задержанных на m отсчетов, на интервале дискретного нормированного времени представлены на рис. 8, рис. 9 и рис. 10 соответственно.

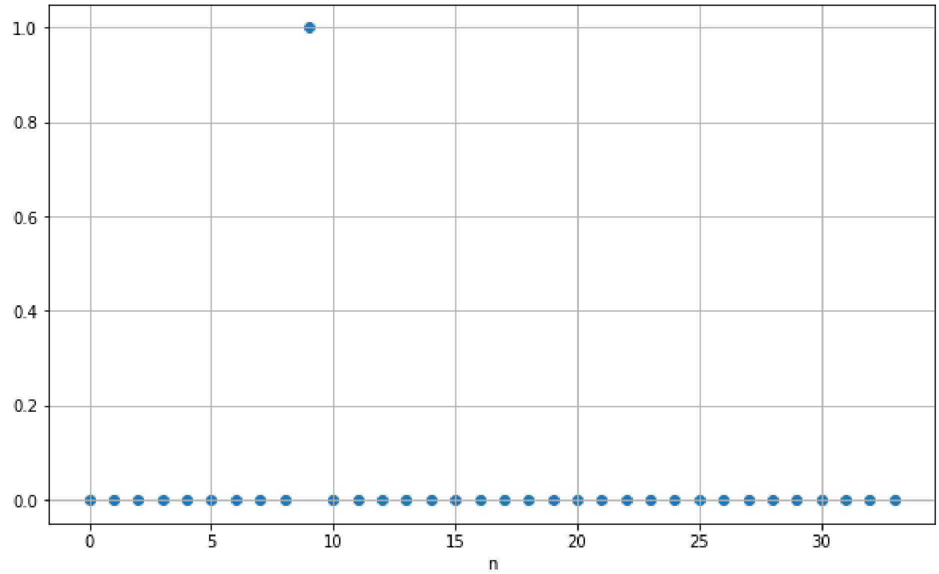

Рисунок 8 – График последовательности единичного цифрового импульса, задержанной на 9 отсчетов, на интервале дискретного нормированного времени.

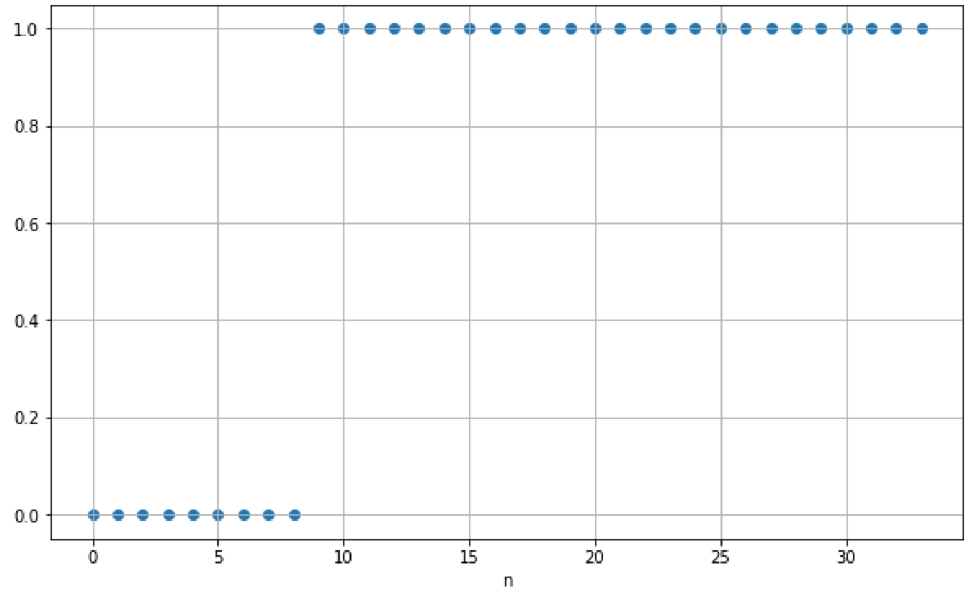

Рисунок 9 – График последовательности дискретного единичного скачка, задержанного на 9 отсчетов, на интервале дискретного нормированного времени.

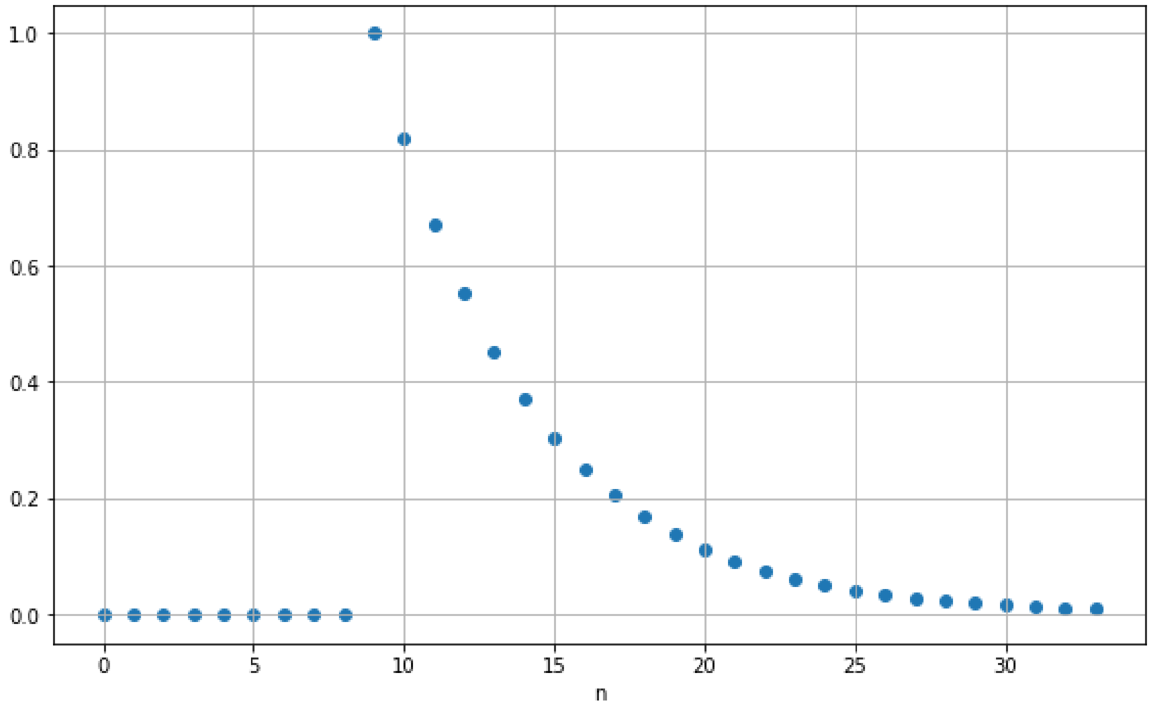

Рисунок 10 – График последовательности дискретной экспоненциальной функции, задержанной на 9 отсчетов, на интервале дискретного нормированного времени.

Запишем формулы задержанных последовательностей:

$$\delta_d(k) = \begin{cases} 1, & k = m \\ 0, & k \neq m \end{cases}, \quad k \in Z$$

$$\sigma_d(k) = \begin{cases} 1, & k \geq m \\ 0, & k < m \end{cases}, \quad k \in Z$$

$$s_1(k) = \begin{cases} 0, & k < m \\ a^{k-m}, & k \geq m \end{cases}, \quad k \in Z$$

$$\delta_d(k) = \begin{cases} 1, & k = 9 \\ 0, & k \neq 9 \end{cases}, \quad k \in Z$$

$$\sigma_d(k) = \begin{cases} 1, & k \geq 9 \\ 0, & k < 9 \end{cases}, \quad k \in Z$$

$$s_1(k) = \begin{cases} 0, & k < 9 \\ a^{k-9}, & k \geq 9 \end{cases}, \quad k \in Z$$

Выводы.

В процессе выполнения лабораторной работы было рассмотрено математическое описание стандартных дискретных сигналов и выполнено моделирование данных сигналов при помощи программных средств, а именно языка программирования Python и библиотек *numpy, matplotlib* и *cmath*.

Были рассмотрены и смоделированы следующие специальные виды детерминированных дискретных сигналов: единичный цифровой импульс, дискретный единичный скачок, дискретная экспоненциальная функция, дискретный комплексный гармонический сигнал; построены и проанализированы графики соответствующих сигналов на интервалах дискретного и дискретного нормированного времени.

ПРИЛОЖЕНИЕ А
ИСХОДНЫЙ КОД ПРОГРАММЫ

```
import math
import cmath
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt


Nb = 4
N = 30 + Nb % 5
T = 0.0005 * (1 + Nb % 3)
a = (0.8 + 0.005 * Nb) * (-1) ** Nb
C = 1 + Nb % 5
w0 = math.pi / (6 + Nb % 5)
m = 5 + Nb % 5

print(Nb, N, T, a, C, w0, m)

n_values = np.linspace(0, (N - 1), N)

print(n_values)


def delta_d(k):
    return 1 if k == 0 else 0


plt.figure(figsize=(10, 6))
plt.scatter(n_values * T, [delta_d(n) for n in n_values])
plt.xlabel("nT")
plt.grid()
plt.show()

plt.figure(figsize=(10, 6))
plt.scatter(n_values, [delta_d(n) for n in n_values])
plt.xlabel("n")
plt.grid()
plt.show()


def sigma_d(k):
    return 1  if k >= 0 else 0
```

```
plt.figure(figsize=(10, 6))
plt.scatter(n_values * T, [sigma_d(n) for n in n_values])
plt.xlabel("nT")
plt.grid()
plt.show()

plt.figure(figsize=(10, 6))
plt.scatter(n_values, [sigma_d(n) for n in n_values])
plt.xlabel("n")
plt.grid()
plt.show()

fd = 1 / T
print(fd)


def s_1(k):
    return a ** k if k >= 0 else 0


plt.figure(figsize=(10, 6))
plt.scatter(n_values * T, [s_1(n) for n in n_values])
plt.xlabel("nT")
plt.grid()
plt.show()

plt.figure(figsize=(10, 6))
plt.scatter(n_values, [s_1(n) for n in n_values])
plt.xlabel("n")
plt.grid()
plt.show()


def s_2(k):
    return C * cmath.exp(complex(0, w0 * k))


plt.figure(figsize=(10, 6))
plt.scatter(n_values,  [s_2(n).real  for  n  in  n_values],
label="Real")
plt.scatter(n_values,  [s_2(n).imag  for  n  in  n_values],
label="Imag")
plt.xlabel("n")
plt.grid()
plt.legend()
```

```
plt.show()


plt.figure(figsize=(10, 6))
plt.scatter(n_values, [delta_d(n - m) for n in n_values])
plt.xlabel("n")
plt.grid()
plt.show()

plt.figure(figsize=(10, 6))
plt.scatter(n_values, [sigma_d(n - m) for n in n_values])
plt.xlabel("n")
plt.grid()
plt.show()

plt.figure(figsize=(10, 6))
plt.scatter(n_values, [s_1(n - m) for n in n_values])
plt.xlabel("n")
plt.grid()
plt.show()
```