

Geometrická optika

Abstrakt: Úloha má za úkol seznámit studenty se základními pojmy geometrické optiky a principy optických přístrojů. Naučí se, jakými způsoby lze změřit ohniskové vzdálenosti a roviny čoček, jak sestavit vlastní jednoduchý mikroskop nebo dalekohled.

1 Pracovní úkoly

1. **DŮ:** V přípravě odvoďte rovnici (5), načrtněte chod paprsků a zdůvodněte nutnost podmínky $e > 4f$. Zjistěte, co je konvenční zraková vzdálenost.
2. Určete ohniskovou vzdálenost spojné čočky +200 ze znalosti polohy předmětu a jeho obrazu (pro minimálně pět konfigurací, proveďte též graficky) a Besselovou metodou.
3. Změřte ohniskovou vzdálenost mikroskopického objektivu a Ramsdenova okuláru Besselovou metodou. V přípravě vysvětlete rozdíl mezi Ramsdenovým a Huygensovým okulárem.
4. Změřte zvětšení lupy při akomodaci oka na konvenční zrakovou vzdálenost. Stanovte z ohniskové vzdálenosti lupy zvětšení při oku akomodovaném na nekonečno.
5. Určete polohy ohniskových rovin tlustých čoček (mikroskopický objektiv a Ramsdenův okulár) nutných pro výpočet zvětšení mikroskopu.
6. Z mikroskopického objektivu a Ramsdenova okuláru sestavte na optické lavici mikroskop a změřte jeho zvětšení.
7. Ze spojky +200 a Ramsdenova okuláru sestavte na optické lavici dalekohled. Změřte jeho zvětšení přímou metodou.
8. Výsledky měření zvětšení mikroskopu a dalekohledu porovnejte s hodnotami vypočítanými z ohniskových vzdáleností.

2 Pomůcky

Pomůcky: Optická lavice s jezdcí a držáky čoček, světelný zdroj pro optickou lavici, mikroskopický objektiv, Ramsdenův okulár v držáku s Abbeho kostkou, spojné čočky +200, matnice, clona se šípkou, pomocný světelný zdroj s milimetrovou stupnicí, křížový vodič s objektivovým mikrometrem, matnička se stupnicí $50 \times 0,1$ mm, pomocný mikroskop s měřicím okulárem, pomocný dalekohled, kovové měřítko, trojnožka.

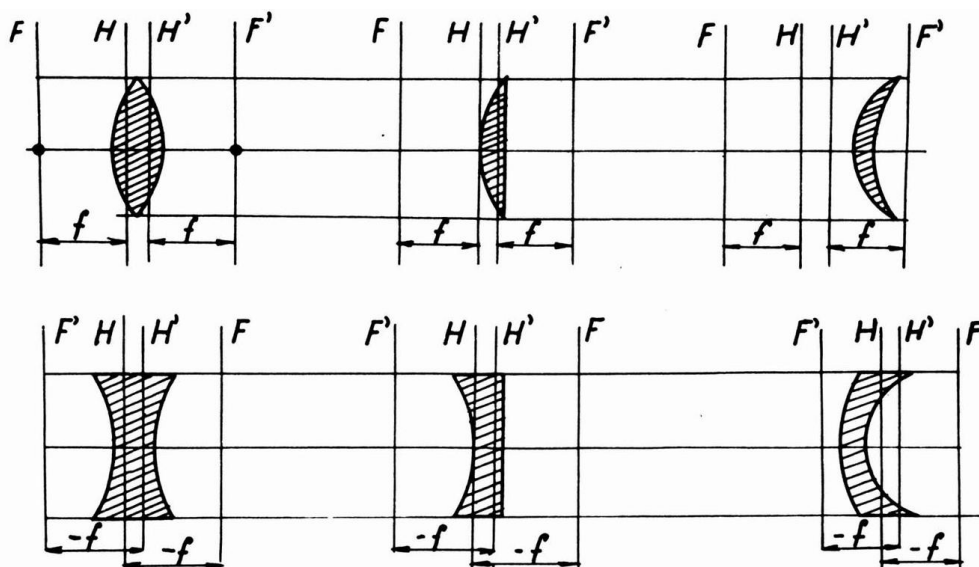
3 Základní pojmy a vztahy

Základní pojmy z geometrické optiky a principy optických přístrojů jsou podrobně popsány v knihách [1] až [5]. Zde připomeneme pouze základní fakta.

3.1 Zobrazování čočkami

Při zobrazování čočkou lze prostor rozdělit rovinou kolmou na její osu (tzv. optickou osu) na dvě části: předmětovou a obrazovou, mezi nimiž existuje vztah kolineace, tj. bodu, přímce a rovině nacházející se v předmětovém prostoru odpovídá v obrazovém prostoru zase bod, přímka nebo rovina. Některé z nich mají zvláštní důležitost. Předmět ležící v rovině nekonečně vzdálené (v úběžné rovině) se zobrazí do tzv. *ohniskové roviny*, ležící v konečné vzdálenosti od čočky. Podobně předmět ležící v ohniskové rovině se zobrazí do úběžné roviny nekonečně vzdálené.

V předmětovém prostoru lze dále nalézt dvě roviny (tzv. *hlavní roviny*), které mají tu vlastnost, že předmět v nich ležící se zobrazí do odpovídajících hlavních rovin v obrazovém prostoru ve stejné velikosti, a to buď vzpřímený (tzv. kladné hlavní roviny), nebo obrácený (tzv. záporné hlavní roviny). Kladné hlavní roviny leží vždy mezi příslušnou ohniskovou rovinou a čočkou, záporné hlavní roviny leží vždy vně příslušných ohniskových rovin (tj. směrem od čočky). Vzdálenosti ohniskové roviny od příslušné kladné a záporné hlavní roviny jsou stejné a rovnají se ohniskové vzdálenosti f . Obě kladné hlavní roviny mohou v případě tenké čočky spolu splýnout a leží v rovině čočky. U tlusté čočky mohou mít kladné hlavní roviny obecnou polohu a mohou ležet i mimo čočku (viz Obr. 1).



Obr. 1: Poloha kladných hlavních rovin H a ohniskových rovin F u základních typů čoček.

3.2 Stanovení ohniskové vzdálenosti spojně čočky

Určení ohniskových vzdáleností tenkých spojných čoček provádíme těmito způsoby: odhadem, autokolimací, z čočkové rovnice (tj. z polohy předmětu a obrazu), z bočního zvětšení a Besselovu metodou. Pro tlusté spojky lze použít metody z bočního zvětšení a Besselovy metody.

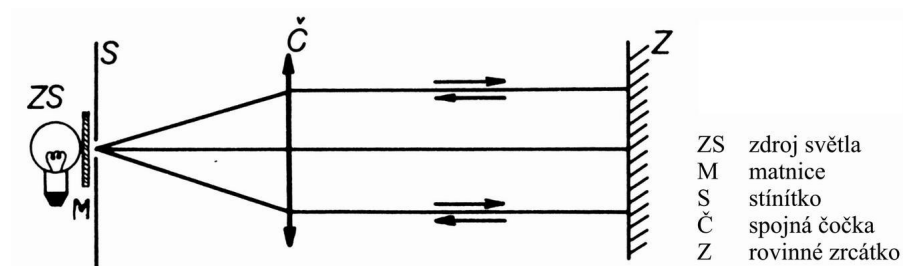
3.2.1 Určení ohniskové vzdálenosti odhadem

Pokud je čočka umístěna dostatečně daleko od předmětu a tento předmět se jeví být v nekonečné vzdálenosti (paprsky dopadající na čočku jsou rovnoběžné), obraz tohoto předmětu poté leží

přímo v ohniskové rovině čočky. Tato metoda je vhodná pouze k orientačnímu určení ohniskové vzdálenosti a informace získaná pomocí této metody lze použít při měření zvětšení lupy či mikroskopu.

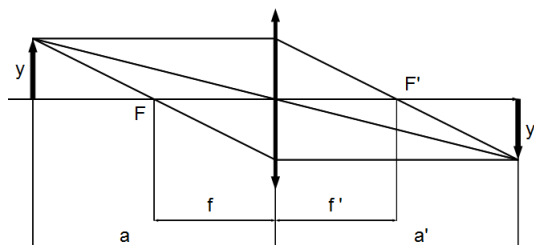
3.2.2 Měření ohniskové vzdálenosti autokolimací

Tato metoda spočívá v tom, že paprsky vycházející z ohniska čočky jsou po lomu rovnoběžné s osou čočky a že naopak paprsky rovnoběžné s osou čočky se po lomu čočkou soustředí v jejím ohnisku. Experimentální uspořádání měření je na Obr. 2. Postačí tedy umístit předmět do ohniskové vzdálenosti čočky (posun čočky v případě pevné pozice předmětu). Nepatrným sklopením zrcátka Z dosáhneme toho, že tento ostrý obraz padne těsně vedle zobrazovaného otvoru (autokolimace). Vzdálenost čočky od stínítka pak udává ohniskovou vzdálenost čočky.



Obr. 2: Měření ohniskové vzdálenosti spojky.

3.2.3 Měření ohniskové vzdálenosti z polohy předmětu a jeho obrazu



Obr. 3: Zobrazení spojnou čočkou. a je vzdálenost čočky od předmětu y , a' vzdálenost obrazu y' od čočky, f a f' jsou ohniskové vzdálenosti, body F a F' jsou přímo ohniska.

Pro zobrazování tenkou spojnou čočkou pomocí paprsků (monochromatického světla) velmi blízkých optické ose (v tzv. Gaussově nitkovém prostoru) platí čočková rovnice (Obr. 3), viz [2]

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f}, \quad (1)$$

kde a , a' jsou vzdálenosti předmětu a obrazu od středu čočky (vzaté v absolutních hodnotách), f je ohnisková vzdálenost čočky.

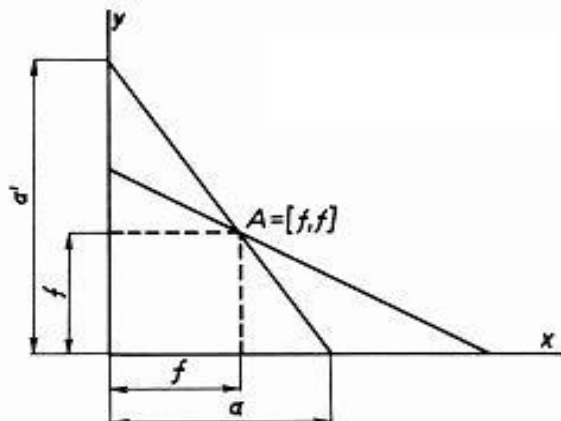
Změříme-li vzdálenosti a , a' můžeme vztahu (1) použít k určení ohniskové vzdálenosti f .

Ohniskovou vzdálenost spojky lze místo výpočtu stanovit také graficky (Obr. 4). Čočkovou rovnici (1) můžeme přepsat na tvar

$$\frac{f}{a} + \frac{f}{a'} = 1, \quad (2)$$

který je podobný úsekové rovnici přímky s úseky a , a' na souřadných osách.

Naneseme tudíž délku a na osu x , délku a' na osu y a spojíme takto získané body přímkou (Obr. 4). Sestrojíme-li několik takových přímek pro různé dvojice a a a' , budou se všechny protínat v bodě A o souřadnicích $A(f, f)$.



Obr. 4: Grafická metoda pro řešení čočkové rovnice. a je vzdálenost čočky od předmětu, a' vzdálenost obrazu od čočky, f je ohnisková vzdálenost.

3.2.4 Měření ohniskové vzdálenosti z bočního zvětšení

Boční zvětšení β je definováno jako poměr velikosti obrazu y' k velikosti předmětu y . Z Obr. 3 plyne, že pro zvětšení β platí vztah

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{a'}{a}. \quad (3)$$

Ze vztahů (1) a (3) dostaneme pro ohniskovou vzdálenost

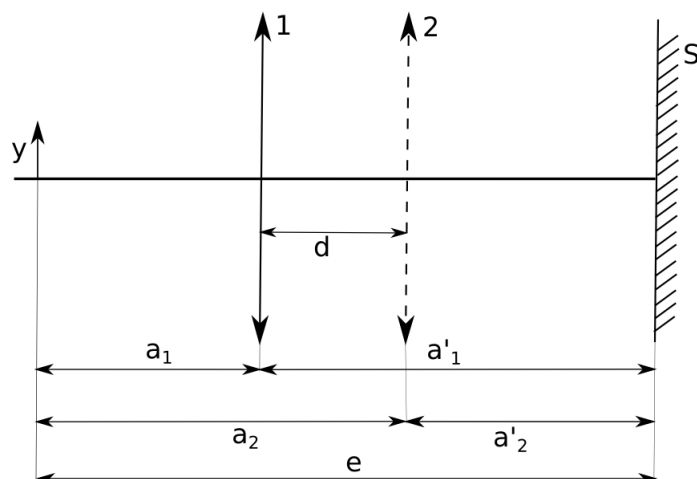
$$f = \frac{a'}{1 + \beta} = a \frac{\beta}{1 + \beta}. \quad (4)$$

Zvětšení β určíme změřením předmětu a jeho obrazu. Prakticky se jako předmět používá osvětlované průsvitné milimetrové měřítko, které zobrazujeme na matnici opatřenou milimetrovým dělením.

3.2.5 Určení ohniskové vzdálenosti Besselovou metodou

Tato metoda je založena na souměrnosti vztahu (1), který zůstává v platnosti při záměně a a a' . Jestliže splňuje vzdálenost předmětu od stínítka e (Obr. 5) podmínku $e > 4f$, existují dvě polohy čočky 1 a 2, ve kterých se na stínítku vytvoří ostrý obraz předmětu (v poloze 1 zvětšený a v poloze 2 zmenšený).

Při měření nastavíme předmět y a stínítko S na pevnou vzdálenost $e > 4f$ (f určíme odhadem dle kapitoly 3.2.1). Spojnou čočkou umístěnou mezi nimi posunujeme tak, abychom na



Obr. 5: Určení ohniskové vzdálenosti Besselovou metodou. a_1 , a_1' , a_2 , a_2' jsou vzdálenosti čočky od stínítka a od předmětu, d je vzdálenost poloh čočky a e je vzdálenost předmětu od stínítka.

stínítku dostali ostrý obraz předmětu, což dosáhneme při dvou polohách čočky. Změřením e a d vypočítáme ohniskovou vzdálenost ze vzorce

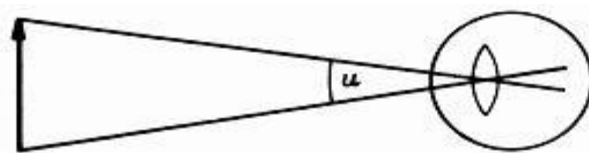
$$f = \frac{e^2 - d^2}{4e}. \quad (5)$$

Výhodou této metody je, že při ní není třeba měřit vzdálenosti předmětu a obrazu od čočky. Přesná měření těchto vzdáleností jsou v praxi obtížná. Metoda se také hodí pro určování ohniskových vzdáleností tlustých čoček.

3.2.6 Určení poloh ohniskových rovin tlustých čoček

K tomuto měření využijeme poznatku, že předmět ležící v ohniskové rovině optické soustavy se zobrazí do nekonečna (tj. rovnoběžným svazkem paprsků). Budeme-li takový svazek pozorovat pomocným dalekohledem zaostřeným na nekonečno uvidíme ostrý obraz předmětu.

3.3 Optické přístroje



Obr. 6: Zorný úhel předmětu u .

Optické přístroje pro vizuální pozorování slouží zpravidla k zvětšení zorného úhlu, pod nímž vidí oko pozorovaný předmět. Zorným úhlem je nazýván úhel, který svírají paprsky spojující

krajní body předmětu se středem oční pupily (Obr. 6). V mezním případě oko ještě rozliší dva body, jejichž zorný úhel je $60''$. Zorný úhel předmětu je malý buď proto, že je předmět malý, nebo proto, že je příliš vzdálený. V prvním případě používáme lupy a mikroskopu, ve druhém dalekohledu.

3.3.1 Lupa

Každá spojná čočka může být použita jako lupa. Předmět musíme umístit mezi lupu a její ohnisko. Vytvoří se zvětšený, vzpřímený a zdánlivý obraz. Zvětšením lupy se nazývá poměr tangenty zorného úhlu u' , pod nímž vidíme předmět lupou, k tangente zorného úhlu u , pod nímž se oku jeví v konvenční vzdálenosti $l = 25$ cm, tj.

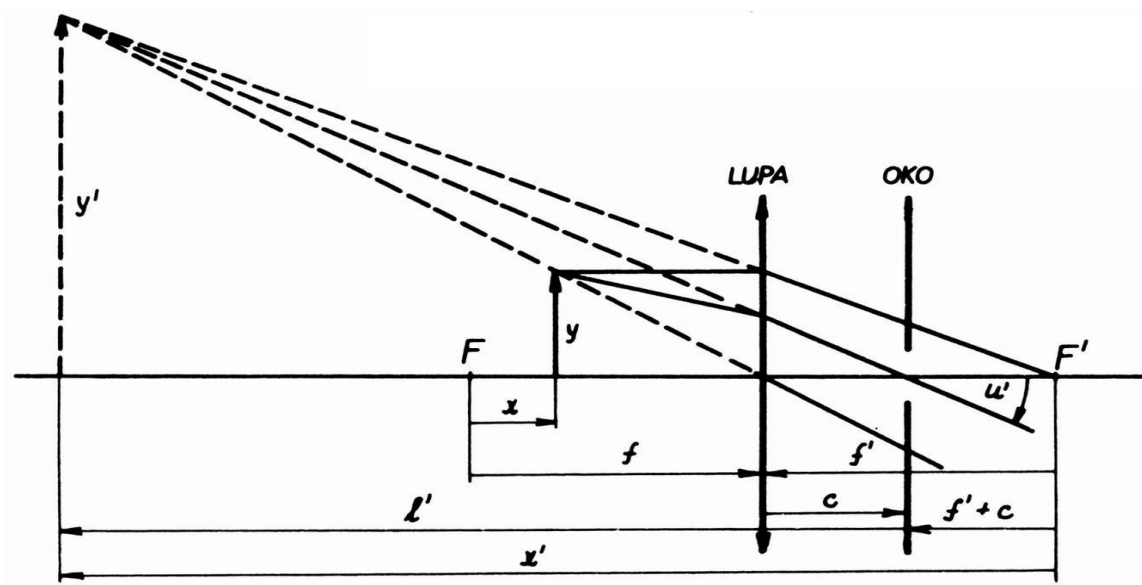
$$Z = \frac{\operatorname{tg} u'}{\operatorname{tg} u}. \quad (6)$$

Takto definované zvětšení závisí na akomodaci oka, kterým pozorujeme předmět pomocí lupy. Pod zvětšením lupy se obvykle rozumí zvětšení při oku akomodovaném na nekonečno.

Použitím Obr. ?? dostaneme

$$Z = \frac{y}{f} : \frac{y}{l} = \frac{l}{f}, \quad (7)$$

kde y označuje lineární velikost předmětu, f předmětovou ohniskovou vzdálenost lupy, l konvenční zrakovou vzdálenost (orientovanou kladně).



Obr. 7: Zobrazení lupou při akomodaci oka na normální zrakovou vzdálenost.

Orientace vzdáleností, os a úhlů je popsána podrobně např. v [1], str. 38 - 46.

Pozorujeme-li okem akomodovaným na konečnou vzdálenost, je zvětšení lupy větší než l/f . Zobrazení lupy při akomodaci oka na normální zrakovou vzdálenost ($l' = l$) je na Obr. 7. Dosadíme-li za $\operatorname{tg}(u')$ do vztahu (6) podle Obr. 7, zřejmě dostaneme

$$Z_l = \frac{y'}{l'} : \frac{y}{l} = \frac{y'}{y}. \quad (8)$$

Ze zobrazovacích rovnic vztahených k ohniskům (Newtonovy zobrazovací rovnice; [1], str. 43)

$$x \cdot x' = f \cdot f', y' = \frac{f}{x} y, y = \frac{f'}{x'} y' \quad (9)$$

pro příčné (boční) zvětšení β plyne:

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{x'}{f'}, \quad (10)$$

kde x' označuje vzdálenost obrazu od obrazové ohniskové roviny a x vzdálenost předmětu od předmětové ohniskové roviny.

Dosadíme-li do této rovnice $x' = l' + f' + c$ (viz Obr. 6), dostaneme

$$Z_l = \frac{l' + c}{f'} + 1. \quad (11)$$

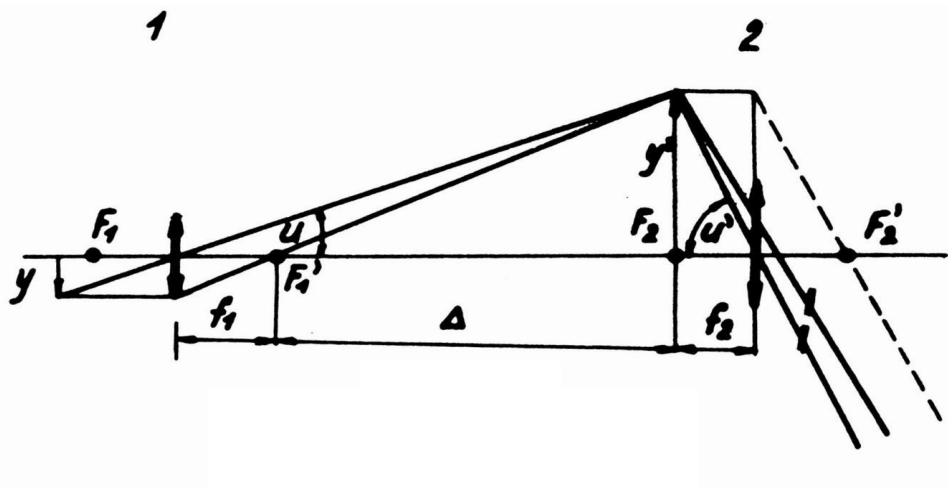
Můžeme-li zanedbat vzdálenost oka od středu čočky, můžeme z rovnice (11) vypočítat obrazovou ohniskovou vzdálenost lupy.

3.3.2 Mikroskop

Mikroskop se skládá ze dvou spojných soustav - objektivu a okuláru. Objektiv vytvoří skutečný, zvětšený a převrácený obraz, který pozorujeme okulárem jako lupou. Předmět klademe do větší vzdálenosti od objektivu, než je jeho ohnisková vzdálenost. Okulár bývá sestaven ze dvou čoček, z nichž bližší k oku se nazývá oční, vzdálenější pak polní (nebo kolektiv). V našem případě je to okulár Ramsdenův. V dalším budeme okulár považovat za centrovanou soustavu dvou tenkých čoček.

Zvětšení mikroskopu. Chod paprsků v mikroskopu je zřejmý z Obr. 8, z něhož plyne pro zvětšení předmětu y objektivem

$$Z_l = \frac{y'}{y} = \frac{\Delta + f_1}{f_1}. \quad (12)$$



Obr. 8: Chod paprsku v mikroskopu složeného z objektivu 1 a okuláru 2.

Protože $\Delta \gg f_1$, lze psát

$$Z_1 = \frac{\Delta}{f_1}. \quad (13)$$

Zvětšení okuláru je pak podle (7) rovno

$$Z_2 = \frac{l}{f_2}. \quad (14)$$

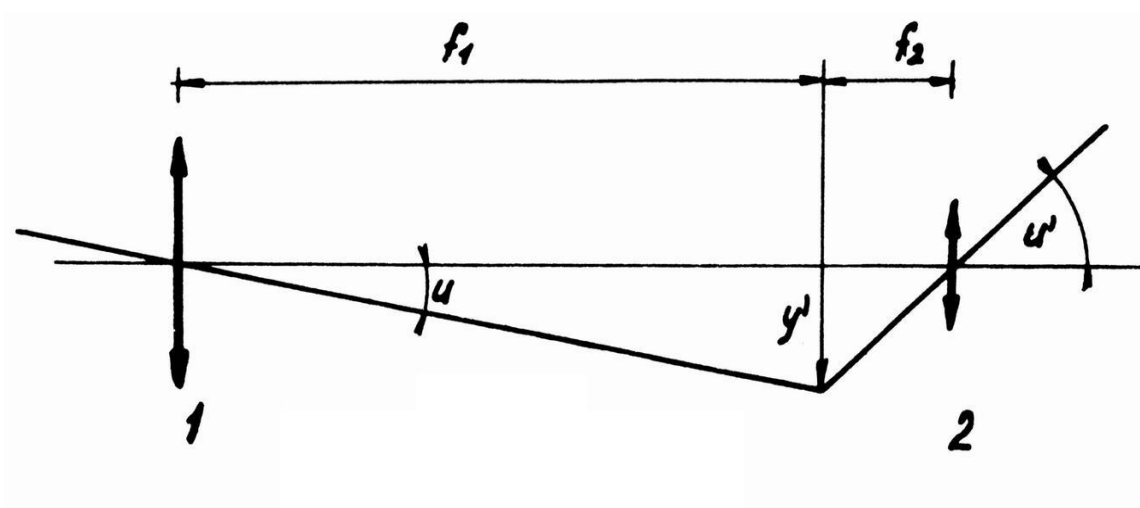
Výsledné zvětšení mikroskopu je

$$Z = Z_1 Z_2 = \frac{\Delta l}{f_1 f_2}. \quad (15)$$

3.3.3 Dalekohled

Dalekohled slouží k zvětšení zorného úhlu, pod nímž vidíme vzdálené předměty. Sestává nejčastěji ze dvou spojných soustav, objektivu a okuláru. Objektiv vytvoří ve své ohniskové rovině obraz vzdáleného předmětu, který pozorujeme okulárem jako lupou.

Uvažujeme-li dalekohled jako centrovanou soustavu dvou čoček, je její optický interval $\Delta = 0$, následkem čehož $e' \rightarrow \infty$; $e \rightarrow \infty$; $f \rightarrow \infty$. Paprsky vstupující do takové soustavy rovnoběžně z ní vystupují zase rovnoběžně.



Obr. 9: Chod paprsků v dalekohledu složeného z čočky 1 a okuláru 2.

Zvětšení dalekohledu lze nejjednodušeji vyjádřit na základě poměru zorných úhlů. Z Obr. 9 plyne

$$u \approx \operatorname{tg} u = \frac{y}{f_1} \quad ; \quad u' = \frac{y}{f_2} \quad ; \quad (16)$$

$$Z = \frac{u'}{u} = \frac{f_1}{f_2}. \quad (17)$$

Pozorujeme-li dalekohledem blízký předmět, ležící ve vzdálenosti a od objektivu, vznikne jeho obraz ve vzdálenosti a' od objektivu, která je větší než ohnisková vzdálenost.

Z čočkové rovnice plyne

$$a' = \frac{af_1}{a - f_1} \quad (18)$$

a zvětšení

$$Z' = \frac{a'}{f_2} = \frac{f_1}{f_2} \frac{a}{a - f_1} = Z \frac{a}{a - f_1}. \quad (19)$$

Zvětšení dalekohledu lze vyjádřit i poměrem průměrů jeho vstupní a výstupní pupily. Vstupní pupilou rozumíme průměr otvoru, jímž vstupuje světlo do dalekohledu. Obvykle je průměr vstupní pupily roven průměru objektivu. Optická soustava dalekohledu zobrazí vstupní pupilu D_1 tak, že z okuláru vystupuje svazek paprsků, jehož průměr D_2 určuje průměr výstupní pupily.

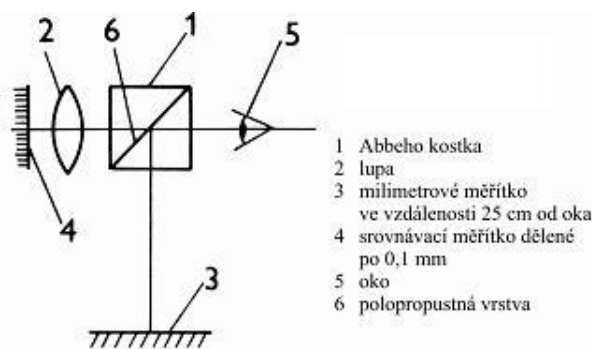
Pro zvětšení dalekohledu platí

$$Z = \frac{D_1}{D_2}. \quad (20)$$

Průměr výstupní pupily lze změřit tak, že celou plochu objektivu osvětlíme rovnoběžným svazkem paprsků, za okulárem zachytíme vystupující svazek na stínítko a změříme jeho průměr.

4 Postup měření

1. Měření ohniskové vzdálenosti tenké spojky (+200) proved'te na optické lavici v temné místnosti. Jako předmět použijte clonu s průřezem ve tvaru šipky, obraz bude zachycen na matnici obrácenou matnou stranou k čočce. Posouváním čočky po lavici se určí bod, v němž se na matnici vytvoří ostrý obraz. Poté na lavici lze odečíst jednotlivé vzdálenosti.
2. Pro měření ohniskové vzdálenosti Ramsdenova okuláru a mikroskopického objektivu namísto matnice z předešlého měření použijte pomocný mikroskop s malým zvětšením. Před použitím pomocného mikroskopu musíte určit, v jaké vzdálenosti leží jeho předmětová rovina, tedy v jaké vzdálenosti od mikroskopu lze vidět předmět ostře. Při měření ohniskové vzdálenosti okuláru a objektivu je tedy fakticky ostrý obraz kousek před pomocným mikroskopem a tuto vzdálenost (velikost předmětové roviny) je nutno odečíst od daných vzdáleností pomocného mikroskopu a čočky, resp. předmětu. Jako předmět použijte skleněný kvádrík se stupnicí o velikosti 5 mm, dělenou po 0,1 mm (je připevněn ke zdroji světla).
3. Měření zvětšení provedeme přímou metodou. Jako lupu použijeme Ramsdenův okulár, jako předmět použijte skleněný kvádrík se stupnicí o velikosti 5 mm, dělenou po 0,1 mm a jako srovnávací stupnici použijte milimetrové měřítko umístěné kolmo na optickou lavici (viz Obr. 10) ve vzdálenosti $l = 25$ cm. Mezi oko a lupu umístíme Abbeho kostku (Obr. 10), která nám umožní současně pozorovat zvětšený obraz srovnávacího měřítka i milimetrové měřítko. Tato kostka je připevněna k Ramsdenovu okuláru a lze odklápět. Zvětšení lupy při akomodaci oka na normální zrakovou vzdálenost je potom dáno poměrem velikostí obou stupnic.
4. Určení ohniskových rovin Ramsdenova okuláru a mikroskopického objektivu proved'te pomocným dalekohledem zaostřeným na nekonečno (sestavení podobné jako při měření jejich ohniskové vzdálenosti, místo pomocného mikroskopu je použit pomocný dalekohled). Ve chvíli, kdy skrze čočku budeme v dalekohledu pozorovat ostrý obraz, bude se předmět nacházet v ohniskové rovině čočky.
Mikroskopický objektiv má ohniskové roviny na opačné straně než Ramsdenův okulár, proto je potřeba objektiv pro toto měření otočit.



Obr. 10: Využití Abbeho kostky při měření zvětšení čočky.

5. Mikroskop: Zvětšení tohoto přístroje měříme obdobně jako v případě lupy, místo čočky použijeme mikroskopický objektiv (blíže předmětu) a Ramsdenův okulár s Abbeho kostkou. Jako předmět použijeme jemně dělenou stupnici, tzv. objektivový mikrometr (stupnice o velikosti 1 mm dělená po 0,01 mm), jako srovnávací stupnici použijeme milimetrové měřítko. Zvětšení plyne opět z poměru velikostí obou stupnic.
6. Dalekohled se skládá z trojnožky, optické lavice, spojky +200 a Ramsdenova okuláru s Abbeho kostkou. Jako předmět použijte stupnici dělenou po 1 cm umístěnou svisle na stěně ve vedlejší místnosti.

5 Poznámky

1. Ohnisková vzdálenost závisí na indexu lomu, který je závislý na barvě světla (jeho vlnové délce). Proto při zobrazování složeným bílým světlem vzniká odchylka, které říkáme barevná vada, projevující se na zabarvení okrajů obrazu.
2. Uvědomte si, že zvětšení při akomodaci oka na konvenční zrakovou vzdálenost je jiná veličina než zvětšení při akomodaci oka na nekonečno.

6 Otázky

1. Co je to hlavní rovina?
2. Jaký je rozdíl mezi tenkou a tlustou čočkou? (Proč je třeba je odlišovat)
3. Jaká je výhoda Besselovy metody?
4. Jaký je rozdíl mezi Galileovým a Keplerovým dalekohledem?
5. Jaké hlavní části nesmí mikroskop postrádat?

7 Literatura:

- [1] Klier: Úvod do fyziky, IV. Část, Optika (skriptum), SPN, Praha, 1954.
- [2] Fuka, Havelka: Optika, SPN, Praha, 1961, str. 139 až 144, 154 až 177 a 254 až 320.
- [3] Horák: Praktická fyzika, SNTL, Praha, 1958, str. 515 až 521.
- [4] Brož: Základy fyzikálních měření I, SPN, Praha, 1983, str. 496 až 528.
- [5] Friš, Timoreva: Kurs fyziky III, NČSAV, Praha, str. 245 a 249 až 255.