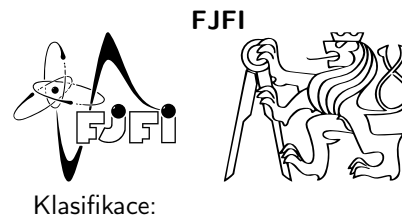


Jméno: **Ondřej Brož** Kolega: Stella Králová  
Kruh: **Úterý 9:30** Číslo skup.: 9  
Měřeno: **2.5.2022** Zpracování: 15h



## 1 Pracovní úkoly

1. DÚ: V přípravě odvoďte vzorec pro lom na hranolu pro případ, kde je splněna podmínka úhlu nejmenší deviace  $\alpha_1 = \alpha_2$ .
2. Metodou dělených svazků změřte lámavý úhel hranolu. Měření opakujte pětkrát.
3. Změřte index lomu hranolu v závislosti na vlnové délce pro čáry rtuťového spektra (o známé vlnové délce), vynesete do grafu a fitováním nelinaární funkcí  $n = n_n + \frac{C}{\lambda - \lambda_n}$  určete disperzní vztah  $n = n(\lambda)$ .
4. Změřte spektrum vodíkové výbojky, vypočítejte vlnové délky jednotlivých čar a porovnejte s tabulkovými hodnotami. Ověřte pomocí naměřených hodnot platnost Rydbergova vztahu a určete hodnotu Rydbergovy konstanty.
5. Určete charakteristickou disperzi  $\frac{dn}{d\lambda}$  v okolí vlnové délky 589 nm (žlutá dvojitá čára v sodíkovém spektru). Poté spočítejte minimální velikost základny hranolu, vyrobeného ze stejného materiálu jako hranol, se kterým měříte, který je ještě schopný sodíkový dublet rozlišit.

## 2 Pomůcky

Goniometr, nástavec s nitkovým křížem, nástavec se šterbinou, optický hranol, stolní lampa, rtuťová, vodíková a sodíková výbojka.

## 3 Teoretický úvod

### 3.1 Lom světla hranolem

Index lomu  $n$  optického hranolu je závislý na úhlu  $\alpha_1$ , který svírá paprsek světla dopadajícího do hranolu s normálou stěny hranolu. Ten se pro případ minimální deviace  $\varepsilon_0$  (rozdílu úhlů  $\alpha_1$  a  $\alpha_2$  svíraný paprskem vycházejícím z hranolu a normálou stěny hranolu) dá vyjádřit pomocí vztahu<sup>[1]</sup>

$$n = \frac{\sin\left(\frac{\varepsilon + \varphi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)}, \quad (1)$$

kde  $\varepsilon$  značí úhel deviace a  $\varphi$  značí lámavý úhel hranolu. Případně se dá aproximovat jako<sup>[1]</sup>

$$n = n_n + \frac{C}{\lambda - \lambda_n}, \quad (2)$$

kde  $n_n$ ,  $C$  a  $\lambda_n$  jsou konstanty určené proložení naměřených dat.

### 3.2 Balmerova série

Pro spektrální čáry atomárního vodíku platí empirický vztah nazývaný Balmerova série ve tvaru<sup>[1]</sup>

$$\lambda = \frac{4}{R} \cdot \frac{i^2}{i^2 - 4}, \quad (3)$$

kde  $\lambda$  značí vlnovou délku dané spektrální čáry,  $R = 10973731,57 \text{ m}^{-1}$  Rydbergovu konstantu<sup>[1]</sup> a  $i = \{3, 4, 5, 6\}$  celočíselný index určující danou sérii.

### 3.3 Rozlišovací schopnost hranolu

Rozlišovací schopnosti  $r$  se nazývá poměr měřené vlnové délky  $\lambda$  ku minimální rozlišitelné úhlové diferencii vlnové délky  $\Delta\lambda$  a lze ho vyjádřit pomocí derivace indexu lomu  $n$  podle vlnové délky  $\lambda$  a šířky podstavy hranolu  $a$  vztahem<sup>[1]</sup>

$$r = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = a \frac{dn}{d\lambda} = a \frac{C}{(\lambda - \lambda_n)^2}. \quad (4)$$

## 4 Postup měření

Nejprve na konec kolimátoru umístíme nástavec s nitkovým křížem a před kolimátor umístíme optický hranol hranou napřed. Dalekohledem nalezneme oba obrazy nitkového kříže a určíme jejich úhly. Toto měření opakujeme pro 5 různých vzdáleností hranolu od kolimátoru.

Poté nástavec s nitkovým křížem nahradíme rtuťovou výbojkou, optický hranol nastavíme co nejlépe na prostředek otočného stolku. Ten malinko pootočíme a dalekohledem nalezneme spektrální čáry. Poté stolkem pootáčíme, dokud nenalezneme úhel, pod kterým spektrální čára změní směr, kterým se posouvá, tedy úhel minimální deviance konkrétní čáry. Opakujeme pro všechny pozorovatelné spektrální čáry a následně opakujeme pro zrcadlové nastavení hranolu.

Toto měření opakujeme pro vodíkovou výbojku a následně i pro spektrální dublet (dvě spektrální čáry blízko u sebe) spektra sodíkové výbojky.

## 5 Naměřené hodnoty a vypracování

### 5.1 Domácí příprava

Domácí příprava je zobrazená na Obr. 1.

### 5.2 Lámaný úhel hranolu

Tabulka naměřených úhlů  $d_1$ ,  $d_2$  při kterých byl pozorován obraz nitkového křížku při dané poloze optického hranolu a polovina jejich rozdílů, tedy konkrétní hodnota lámavého úhlu  $\varphi$  jsou zobrazeny v Tab. 1. Z nich dostáváme finální hodnotu lámavého úhlu  $\bar{\varphi} = (1,0544 \pm 0,0012)$ .

### 5.3 Disperzní vztah

Tabulka naměřených úhlů  $d_1$ ,  $d_2$  při kterých docházelo k minimální devianci spektrálních čar rtuťové výbojky o vlnové délce  $\lambda$ , polovina jejich rozdílů, tedy úhel nejmenší deviance  $\varepsilon$  a z něj pomocí vztahu (1) určený index lomu  $n$  jsou zobrazeny v Tab. 2. Hodnoty indexu lomu  $n$  v závislosti na vlnové délce spektrálních čar  $\lambda$  jsou vykresleny v grafu na Obr. 2 a proloženy fitem podle vztahu (2), ze kterého získáváme disperzní vztah pro tento optický hranol

$$n(\lambda) = (1,594 \pm 0,004) + \frac{(6,7 \pm 1,6)}{\lambda - (270 \pm 20)}.$$

### 5.4 Určení Rydbergovy konstanty

Tabulka naměřených úhlů  $d_1$ ,  $d_2$  při kterých docházelo k minimální devianci spektrálních čar rtuťové výbojky o vlnové délce  $\lambda$ , polovina jejich rozdílů, tedy úhel nejmenší deviance  $\varepsilon$ , z něj pomocí vztahu (1) určený index lomu  $n$ , teoretické hodnoty vlnové délky spektrálních čar  $\lambda_{teo}$ , jejich experimentální hodnoty určené z disperzního vztahu určeného v předchozí podsekcí  $\lambda_{exp}$  a z nich pomocí vztahu Balmerovy série (3) hodnoty Rydbergovy konstanty  $R$  jsou zobrazeny v Tab. 3. Z nich získáváme finální hodnotu Rydbergovy konstanty  $\bar{R} = (11 \pm 3) \cdot 10^6 \text{ m}^{-1}$ .

### 5.5 Minimální velikost podstavy hranolu

Tabulka naměřených úhlů  $d_1$ ,  $d_2$  při kterých docházelo k minimální devianci spektrálních čar rtuťové výbojky o vlnové délce  $\lambda$ , polovina jejich rozdílů, tedy úhel nejmenší deviance  $\varepsilon$ , z něj pomocí vztahu (1) určený index lomu  $n$ , z něj pomocí námi určeného disperzního vztahu vlnové délky spektrálních čar  $\lambda$ , rozdíl mezi nimi  $\Delta\lambda$  a rozlišovací schopnosti  $r$  a nejmenší možná velikost základny  $a$  optického hranolu určené ze vztahu (4) jsou zobrazeny v Tab. 4.

## 6 Diskuse

### 6.1 Lámaný úhel hranolu

Naměřená hodnota lámavého úhlu  $\varphi = (1,0544 \pm 0,0012)$  odpovídá očekávání, jelikož podstava hranolu má tvar rovnostranného trojúhelníku a měl by tedy mít lámavý úhel v okolí  $\frac{\pi}{3}$  rad. Vzhledem k tomu, že nitkový kříž nebyl ani přibližně rovnoběžný s měrnými ryskami v dalekohledu, je možné že došlo k jistým nezapočítaným nepřesnostem v měření, ty by se ale v ideálním případě měly do určité míry vzájemně vyrušit, jelikož finální hodnota je rozdílem měřených úhlů.

### 6.2 Disperzní vztah

Naměřený disperzní vztah  $n(\lambda) = (1,594 \pm 0,004) + \frac{(6,7 \pm 1,6)}{\lambda - (270 \pm 20)}$  odpovídá očekávání, ovšem v některých složkách nabírá poměrně vysoké chyby, pravděpodobně způsobené uvažováním přesných hodnot vlnové délky  $\lambda$  a nenulové chyby indexu lomu  $n$ . Zároveň je možné, že měření postihuje stejná chyba jako ta zmíněná v předchozí podsekcí. Nenulová šířka spektrálních čar, či nemožnost pozorování dvou z očekávaných deseti spektrálních čar, mohla také do měření vnést nezapočítanou chybu. Tyto chyby nemají tak zásadní vliv na určování indexu lomu pomocí tohoto vztahu, ovšem při inverzním postupu, tj. výpočtu vlnové délky z indexu lomu, dochází k prudkému nárůstu chyby, který pravděpodobně znehodnotil následující měření.

### 6.3 Určení Rydbergovy konstanty

Naměřená hodnota  $R = (11 \pm 3) \cdot 10^6 \text{ m}^{-1}$  sice není v rozporu s očekávanou hodnotou<sup>[1]</sup>  $R_{teo} = 10973731,57 \text{ m}^{-1}$ , ovšem její chyba je tak velká, že její informační hodnota je téměř nulová. Chyba by mohla být způsobována nemožností pozorovat čtvrtou spektrální čáru vodíkové výbojky, či chybami provázejícími měření dalekohledem zmíněné výše, ovšem nejpravděpodobnějším zdrojem chyby je námi naměřený disperzní vztah, který i z kvalitně naměřených dat produkuje vysokou chybu.

K podobném závěru lze dojít i při porovnání experimentálních a teoretických hodnot vlnových délek zmíněných spektrálních čar s jejich teoretickými hodnotami, které sice nejsou v rozporu, ovšem relativní chyby experimentálních hodnot sahají do desítek procent.

### 6.4 Minimální velikost podstavy hranolu

Naměřená nejmenší hodnota základny hranolu  $a = 0,0021 \text{ m}$  je zaprvé pravděpodobně špatná a zároveň má řádově vyšší chybu, než hodnota samotná. K tomu dochází proto, jelikož hodnota je určována z rozdílu vlnových délek spektrálních čar (menší než 1 nm), které ovšem mají chybu v desítkách nm, což vede k drastické kumulaci chyb. Jak bylo již několikrát zmíněno výše hlavním zdrojem chyb je velmi pravděpodobně námi určený disperzní vztah.

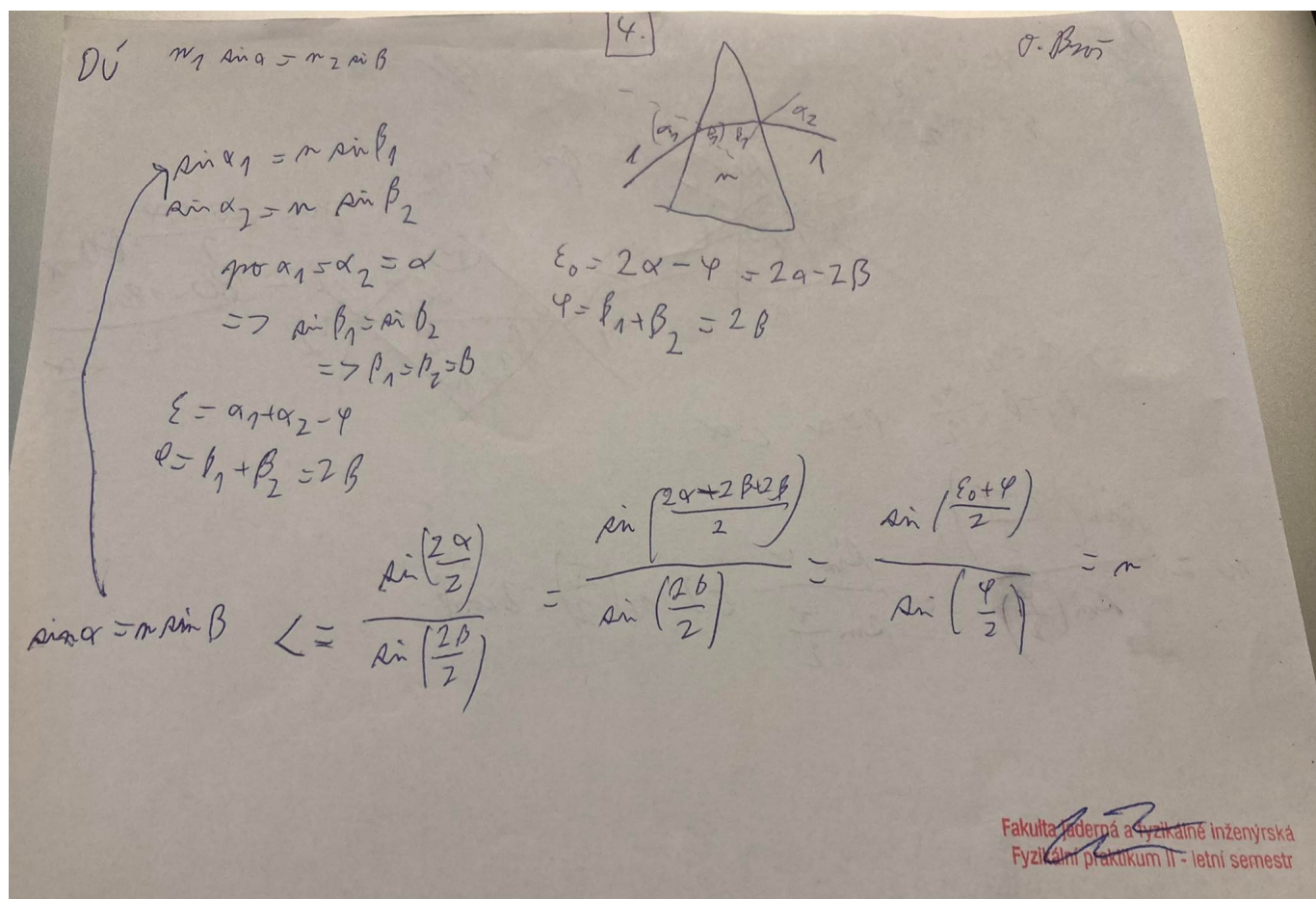
## 7 Závěr

Seznámili jsme se s optickými vlastnostmi atomu umožňující zkoumání jeho vnitřních vlastností, analýzou spektrálních linií a s hranolovým spektrometrem. Změřili jsme lámavý úhel hranolu jako  $\varphi = (1,0544 \pm 0,0012)$ , disperzní vztah hranolu jako  $n(\lambda) = (1,594 \pm 0,004) + \frac{(6,7 \pm 1,6)}{\lambda - (270 \pm 20)}$ , Rydbergovu konstantu jako  $R = (11 \pm 3) \cdot 10^6 \text{ m}^{-1}$  a nejmenší možnou základnu optického hranolu, při kterém lze pozorovat sodíkový dublet  $a = 0,0021 \text{ m}$ .

## Literatura

1. Návod k úloze 4. Balmerova série - Fyzikální praktika 2 [9.5.2022]  
[https://moodle-vyuka.cvut.cz/pluginfile.php/435553/mod\\_resource/content/10/Uloha\\_4\\_LS\\_20200219.pdf](https://moodle-vyuka.cvut.cz/pluginfile.php/435553/mod_resource/content/10/Uloha_4_LS_20200219.pdf)

## Přílohy



Obr. 1: Domácí příprava

|                                     |        |        |        |        |        |
|-------------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $d_1 (\pm 0,0003) [\text{rad}]$     | 3,0220 | 3,2233 | 3,1194 | 3,1486 | 3,1227 |
| $d_2 (\pm 0,0003) [\text{rad}]$     | 0,9245 | 1,0531 | 1,0231 | 1,0563 | 1,0303 |
| $\varphi (\pm 0,0006) [\text{rad}]$ | 1,0488 | 1,0851 | 1,0482 | 1,0462 | 1,0462 |

Tab. 1: Tabulka naměřených hodnot úhlů  $d_1$  a  $d_2$  při kterých byly pozorovány obrazy nitkového kříže a poloviny jejich rozdílů  $\varphi$ .

| $d_1 (\pm 0,0003) [\text{rad}]$ | $d_2 (\pm 0,0003) [\text{rad}]$ | $\epsilon (\pm 0,0006) [\text{rad}]$ | $n (\pm 0,0007) [-]$ | $\lambda [\text{nm}]$ |
|---------------------------------|---------------------------------|--------------------------------------|----------------------|-----------------------|
| 2,9042                          | 1,2334                          | 0,8354                               | 1,6108               | 690,7                 |
| 2,9107                          | 1,2273                          | 0,8417                               | 1,6145               | 579,1                 |
| 2,9112                          | 1,2263                          | 0,8425                               | 1,6149               | 577,0                 |
| 2,9159                          | 1,2217                          | 0,8471                               | 1,6176               | 546,1                 |
| 2,9269                          | 1,2092                          | 0,8589                               | 1,6244               | 491,6                 |
| 2,9491                          | 1,1900                          | 0,8796                               | 1,6361               | 435,8                 |
| 2,9613                          | 1,1769                          | 0,8922                               | 1,6432               | 407,8                 |
| 2,9622                          | 1,1751                          | 0,8935                               | 1,6495               | 404,7                 |

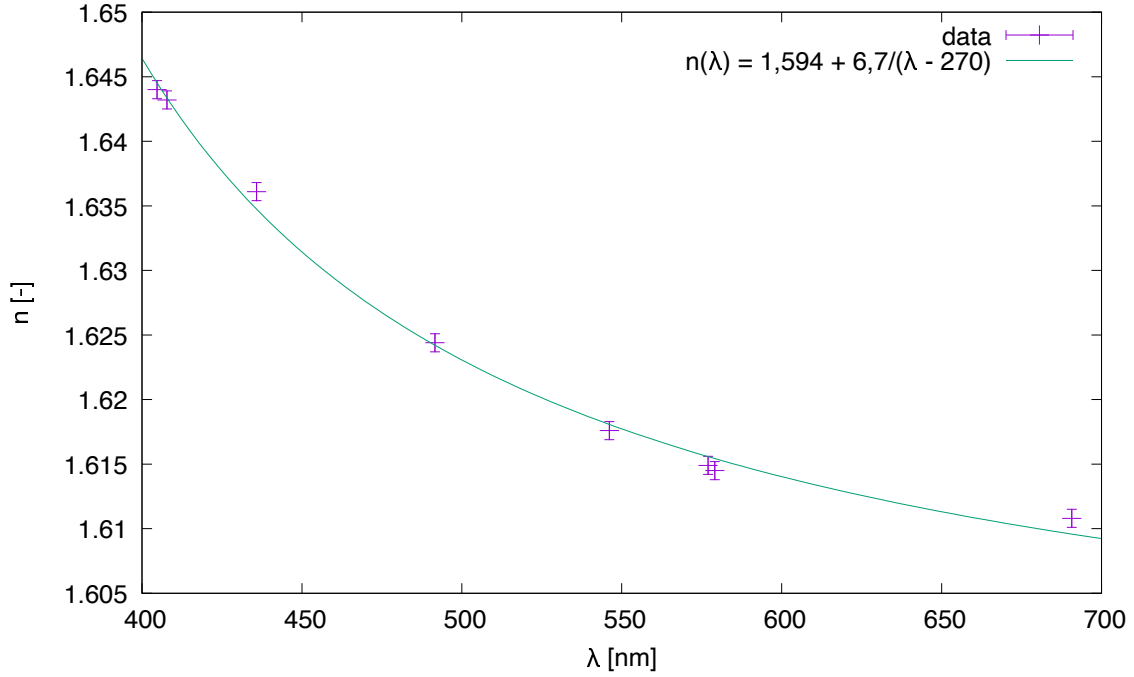
Tab. 2: Tabulka naměřených úhlů  $d_1$  a  $d_2$ , při kterých byla pozorována nejmenší deviance spektrálních čar, polovina jejich rozdílů  $\epsilon$ , z nich pomocí vztahu (1) určené hodnoty indexu lomu  $n$  a teoretické vlnové délky daných spektrálních čar  $\lambda$ .

|                                      |               |                |                |
|--------------------------------------|---------------|----------------|----------------|
| $d_1$ ( $\pm 0,0003$ ) [rad]         | 2,9020        | 2,9313         | 2,9496         |
| $d_2$ ( $\pm 0,0003$ ) [rad]         | 1,2371        | 1,2078         | 1,1900         |
| $\varepsilon$ ( $\pm 0,0006$ ) [rad] | 0,8324        | 0,8618         | 0,8798         |
| $n$ ( $\pm 0,0007$ ) [-]             | 1,6091        | 1,6260         | 1,6363         |
| $\lambda_{teo}$ [nm]                 | 656,3         | 486,1          | 410,2          |
| $\lambda_{exp}$ [nm]                 | $700 \pm 150$ | $480 \pm 60$   | $430 \pm 50$   |
| $R$ [ $10^6 \text{ m}^{-1}$ ]        | $10 \pm 2$    | $11,1 \pm 1,4$ | $11,1 \pm 1,2$ |

Tab. 3: Tabulka naměřených úhlů  $d_1$  a  $d_2$ , při kterých byla pozorována nejmenší deviance spektrálních čar, polovina jejich rozdílů  $\varepsilon$ , z nich pomocí vztahu (1) určené hodnoty indexu lomu  $n$ , teoretické hodnoty<sup>[1]</sup> vlnové délky těchto spektrálních čar  $\lambda_{teo}$  a hodnota určená pomocí vztahu (2)  $\lambda_{exp}$  a nakonec hodnoty Rydbergovy konstanty  $R$  určené pomocí vztahu (3).

| $d_1$ ( $\pm 0,0033$ ) [rad] | $d_2$ ( $\pm 0,0003$ ) [rad] | $\varepsilon$ ( $\pm 0,0006$ ) [rad] | $n$ ( $\pm 0,0007$ ) [-] | $\lambda$ [nm] | $\Delta\lambda$ [nm] | $r$ [-] | $a$ [m] |
|------------------------------|------------------------------|--------------------------------------|--------------------------|----------------|----------------------|---------|---------|
| 2,9091                       | 1,1380                       | 0,8856                               | 1,6395                   | 419,02         | 0,62                 | 672,35  | 0,0021  |
| 2,9089                       | 1,1385                       | 0,8852                               | 1,6393                   | 419,64         |                      |         |         |

Tab. 4: Tabulka naměřených úhlů  $d_1$  a  $d_2$ , při kterých byla pozorována nejmenší deviance spektrálních čar, polovina jejich rozdílů  $\varepsilon$ , z nich pomocí vztahu (1) určené hodnoty indexu lomu  $n$ , hodnota určená pomocí vztahu (2)  $\lambda$ , jejich rozdíl  $\Delta\lambda$ , z něj pomocí vztahu (4) určená hodnota rozlišovací schopnosti hranolu  $r$  a ze stejného vztahu určená teoretická nejmenší možná velikost podstavy hranolu  $a$ .



Obr. 2: Graf naměřených hodnot indexu lomu optického hranolu  $n$  v závislosti na vlnové délce spektrální čáry pro niž byla určována  $\lambda$  proložené fitem  $n(\lambda) = (1,594 \pm 0,004) + \frac{(6,7 \pm 1,6)}{\lambda - (270 \pm 20)}$