

Jméno: Simona Velichová
Datum měření: 5. 4. 2023
Číslo skupiny: 7 - středa 8:00
Doba vypracování: 15 h
Klasifikace:

1 Pracovní úkoly

1. DŮ: Spočítejte p-value nutnou pro uznání objevu částice.
2. Zpracujte alespoň 100 událostí z detektoru ATLAS pomocí programu HYPATIA.
3. Zobrazte spektrum invariantní hmotnosti dileptonových párů pro různě velké statistické soubory. Identifikujte ve spektru pík odpovídající bosonu Z^0 .
4. Zjistěte střední hodnotu invariantní hmotnosti Z^0 bosonu a šířku jeho píku pro různě velké statistické soubory. V diskuzi srovnajte s tabulkovými hodnotami.
5. Vyneste zjištěné chyby měření do grafu jako funkci počtu událostí a srovnajte je s očekávanou závislostí.
6. Komentujte očekávání/přítomnost dalších píků ve spektru.
7. Proveďte statistický test pro Higgsův boson pro několik hodnot m_H a vyneste do grafů závislost signifikace a p-value na m_H .
8. Interpretujte výsledky statistického testu pro Higgsův boson a rozhodněte, jestli byl učiněn objev. Srovnajte výsledek s tabulkovou hodnotou.

2 Použité přístroje a pomůcky

Počítač s nainstalovaným programem HYPATIA.

3 Teoretický úvod

Standardní model částic a jejich interakcí popisuje elementy mikrosvěta, konkrétně elementární částice. Základní stavební kameny hmoty jsou leptony a kvarky, které se společně řadí mezi fermiony. Tři základní interakce zahrnuté ve standardním modelu jsou zprostředkovány výměnou intermediálních částic. Fotonů pro elektromagnetickou interakci, gluonů pro silnou a bosonů W^\pm a Z^0 pro slabou interakci. Právě Z^0 bosonem a jeho vlastnostmi se budeme blíže zabývat. Jeho klidová hmotnost je přibližně $m_Z \approx 91 \text{ GeV}/c^2$ a má velmi krátkou střední dobu života. To znamená, že ho nelze pozorovat přímo, nýbrž jen detekovat jeho rozpadové produkty, například páry elektron-pozitron nebo mion-antimion, které se souhrnně označují za dileptony.

3.1 Určení invariantní hmotnosti

Pro invariantní hmotnost $m_{\text{inv}}^{(Z)}$ páru elektronu (označme e^-) a pozitronu (ozn. e^+) vzniklého z rozpadu Z^0 bosonu lze z Einsteinovy relativistické formule pro energii vztah

$$m_{\text{inv}}^{(Z)} = \sqrt{\left(\frac{E_{e^-} + E_{e^+}}{c^2}\right)^2 - \left(\frac{\vec{p}_{e^-} + \vec{p}_{e^+}}{c}\right)^2}, \quad (1)$$

kde se využívá zákona zachování energie a zákon zachování hybnosti a c je rychlost světla ve vakuu. Energie a hybnosti rozpadových produktů lze přímo měřit pomocí detektorů. V případě, že dileptony pochází z rozpadu Z^0 bosonu, bude platit $m_{\text{inv}}^{(Z)} \simeq m_0^{(Z)}$.

Naším cílem bude zpracovávat skutečná data naměřená na experimentu ATLAS nacházejícím se na urychlovači LHC v laboratoři CERN. Detektory v něm obsažené jsou navrženy tak, aby byly schopny detekovat částice produkované ve srážkách protonů a měřit jejich vlastnosti. Spektrum invariantní hmotnosti obsahuje píky odpovídající známým nebo hledaným částicím, jejichž klidová hmotnost se přibližně rovná střední hodnotě tohoto píku. V běžné praxi se střední hodnota píku a jeho šířka zjišťuje nafitováním dané oblasti Gaussovým rozdělením

$$f(x) = \frac{a}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad (2)$$

kde a je parametr, σ šířka píku a μ jeho střední hodnota. Pro neurčitost odhadu střední hodnoty pak existuje vztah

$$\hat{\sigma}_\mu = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}, \quad (3)$$

kde N je počet zpracovaných událostí.

3.2 Statistické testování

Každý proces měřený na urychlovači LHC má své pozadí vznikající například náhodnými kombinacemi rozpadových produktů. Pro rozlišení signálu od pozadí se mnohdy využívá právě spektrum invariantní hmotnosti rozpadových produktů zkoumané částice. Jsou-li dané rozpadové produkty skutečně původem z rozpadu zkoumané částice, budou vykazovat vždy podobnou hodnotu invariantní hmotnosti a vytvoří pík ve spektru. V opačném případě dají zcela náhodné kombinace a ve spektru vytvoří spojité pozadí. Aby šlo stanovit, zda se vskutku jedná o signál původem z rozpadu zkoumané částice a ne jen o náhodnou fluktuaci pozadí, je nutné provést statistické testování.

Pro objevy nových částic na urychlovači LHC se používá test nazývaný „podíl profilovaných věrohodností“ (z angličtiny "profile likelihood ratio test"). Hustota pravděpodobnosti pro testovanou hodnotu hmotnosti m v případě Gaussovského rozdělení bude

$$f(m, S, B) = \frac{S}{S+B} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(m-m_0)^2}{2\sigma^2}} + \frac{B}{S+B} \frac{e^{Am}}{(e^{-Am_{\min}} - e^{-Am_{\max}})}, \quad (4)$$

kde S a B jsou neznámá množství signálu a pozadí, m_0 a σ jsou střední hodnota a šířka píku, jenž pro zjednodušení zafixujeme dle tabulkových hodnot a druhý člen odpovídá velikosti pozadí ve zkoumaném intervalu hmotností, kde A je parametr fitu pozadí. Odtud se sestaví funkce věrohodnosti (z angličtiny "likelihood function") pro n naměřených hodnot

$$L(S, B) = \frac{(S+B)^n \cdot e^{-(S+B)}}{n!} \prod_{i=1}^n f(m_i, S, B), \quad (5)$$

kde $f(m_i, S, B)$ je hustota pravděpodobnosti (4), přičemž m_i jsou všechny změřené hodnoty a S, B stejné parametry jako v (4). Maximalizací této funkce se získají konkrétní hodnoty S' a B' , které se využijí při určování veličiny q_0 definované jako

$$q_0 = -2 \log \frac{L(0, B')}{L(S, B')}, \quad (6)$$

jenž dále slouží ke stanovení signifikance z , která pro uznání objevu částice musí být vyšší než 5

$$z = \sqrt{q_0^{\text{obs}}}. \quad (7)$$

Ekvivalentní výpočtu signifikance je výpočet takzvané p-value definované jako

$$p = \int_{q_0^{\text{obs}}}^{+\infty} \chi^2(x, 1) dx = \int_{q_0^{\text{obs}}}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi x}} e^{-\frac{x}{2}} dx, \quad (8)$$

kde $\chi^2(x, 1)$ je χ^2 -pravděpodobnostní rozdělení s jedním stupněm volnosti.

Statistické testy mohou hypotézy jen vyvracet, nikoli potvrzovat. Když chceme potvrdit objev částice, jde o to vyvrátit hypotézu tvrdící, že částice neexistuje s dostatečnou přesností. V našem modelu bude tato nulová hypotéza odpovídat situaci $S = 0$ a tedy jakýkoli jiný výsledek naznačuje existenci částice.

4 Postup měření

Řídíme se postupem popsáním v [1]. Ze stránky <https://cernmasterclass.uio.no/datasets/> stáhneme dva datasety událostí, konkrétně Millán $\rightarrow 2 \rightarrow$ dataset group S a J. Soubory naimportujeme do programu HYPATIA, kde bude probíhat veškerý sběr dat. Analyzujeme celkem 100 událostí, přičemž se zaměřujeme na dileptonové páry, tedy elektron-pozitronové a mion-antimionové, se vzájemným úhlem přibližně 180° . Minimální energii zachycené částice nastavíme na 5 GeV/c a podle počtu zaznamenaných drah částic mírně upravujeme. Při kategorizaci rozpadového páru se zaměřujeme na opačná znaménka a jeho původ ze stejného místa. Vybíráme takové, jejichž invariantní hmotnost se bude nacházet zhruba kolem hodnoty 91 GeV/c². Hodnoty exportujeme v textovém souboru pro pozdější zpracování.

Pro statistický test Higgsova bosonu využíváme kód s názvem likelihood-students.py a hodnoty invariantní hmotnosti dostupné ze stránek <https://moodle-vyuka.cvut.cz/course/view.php?id=8190>.

5 Vypracování

Domácí úkol je k nahlédnutí na Obr. 1. Uvedená hodnota byla získána využitím Gaussova rozdělení místo χ^2 -pravděpodobnostního rozdělení, proto vychází menší než ta, která je pro naše měření relevantní. Tedy po opravě pro uznání objevu částice musí p-value klesnout pod $\approx 5,7 \cdot 10^{-7}$. Naměřené hodnoty byly zpracovány v programu Excel a graficky v programu Python.

5.1 Invariantní hmotnost bosonu Z^0

Pomocí programu HYPATIA bylo zpracováno přibližně 100 událostí z detektoru ATLAS. Z naměřených hodnot byly vytvořené čtyři různě velké statistické soubory obsahující 25%, 50%, 75% a 100% veškerých dat. Ty byly graficky zpracovány ve formě zobrazení spektra invariantní hmotnosti dileptonových párů, které jsou k nahlédnutí na Obr. 2, Obr. 3, Obr. 4 a Obr. 5. Histogramy byly proloženy Gaussovou funkcí (2) pro nalezení a identifikování píku ve spektru, který by odpovídal bosonu Z^0 . Z teorie víme, že μ odpovídá invariantní hmotnosti bosonu Z^0 a σ šířce píku. Tyto hodnoty jsou přehledně zapsány v Tab. 1. Dále byla užitím vzorce (3) vypočtena neurčitost odhadu střední hodnoty píku. Získané hodnoty invariantní hmotnosti bosonu Z^0 a zmíněné chyby jsou vyneseny do grafu v závislosti na počtu událostí N na Obr. 6 a Obr. 7.

5.2 Statistický test pro Higgsův boson

Pomocí zadaného kódu a hodnot invariantních hmotností Higgsova bosonu byl proveden statistický test pro Higgsův boson, přičemž grafické zpracování na Obr. 8 bylo proloženo funkcí (4) bez signálu i se signálem. Takto byl identifikován pík, jenž by potenciálně mohl odpovídat Higgsovu bosonu. Dále byla pomocí funkce věrohodnosti (5) a vztahů (6), (7) a (8) určena signifikance z a p -value pro 50 hodnot nacházející se v okolí tabulkové hodnoty hmotnosti Higgsova bosonu $m_H^{\text{tab}} = (125,35 \pm 0,15) \text{ GeV}/c^2$ [3]. Grafická zpracování jsou k nahlédnutí na Obr. 9 a Obr. 10. Odtud získáváme hodnotu píku $m_H = (124,79 \pm 0,03) \text{ GeV}/c^2$.

6 Diskuze

6.1 Invariantní hmotnost bosonu Z^0

Námi stanovené invariantní hmotnosti bosonu Z^0 jsou zaznamenány v Tab. 1, konkrétně $m_{25\%}^{Z^0} = 91,0 \pm 0,4 \text{ GeV}/c^2$, $m_{50\%}^{Z^0} = 90,7 \pm 0,3 \text{ GeV}/c^2$, $m_{75\%}^{Z^0} = 90,8 \pm 0,1 \text{ GeV}/c^2$ a $m_{100\%}^{Z^0} = 90,4 \pm 0,1 \text{ GeV}/c^2$. Tabulkové hodnotě $m_{\text{tab}}^{Z^0} = 91,1876 \pm 0,0021 \text{ GeV}/c^2$ [2] se nejvíce blíží hodnota $m_{25\%}^{Z^0}$, což je překvapivé vzhledem k tomu, že bylo v tomto případě zpracováno nejmenší množství dat, čemuž naznačuje i největší hodnota chyby. Náš předpoklad, že se hodnota bude blížit tabulkové s rostoucí velikostí statistického souboru se tedy nepotvrdil. Tomuto výsledku mohlo přispět množství vybraných událostí pro zpracování, kde byly specificky vybírány hodnoty v intervalu $80 \text{ GeV}/c^2$ až $100 \text{ GeV}/c^2$, což nám ve výsledku dalo 71 hodnot z celkových 236, kde byly zaznamenávány i částice, jejichž hmotnost se nenacházela ve zvoleném intervalu. Přestože se tabulkové hodnotě nejvíce blíží hodnota $m_{25\%}^{Z^0}$, za naší výslednou hmotnost považujeme hodnotu $m_{100\%}^{Z^0} = 90,4 \pm 0,1 \text{ GeV}/c^2$ a to především kvůli nejvyššímu počtu zpracovaných dat a nejmenší chybě. Neurčitost odhadu střední hodnoty vypočtená pomocí vzorce (3) a vyobrazena na Obr. 7 potvrzuje očekávanou závislost, a sice že s rostoucím počtem zpracovaných událostí bude hodnota této chyby klesat. V kontextu našeho měření nás zajímal pouze možný výskyt bosonu Z^0 , proto jsme se snažily zaznamenávat především relevantní hodnoty, které jsme následně před zpracováním omezily zmíněným intervalem. Z tohoto důvodu nejsou v našem spektru pozorovatelné další píky, jenž by odpovídaly hmotnostem jiných bosonů. Přesto v našich spektrech pozorujeme mírný nárůst kolem hodnoty $100 \text{ GeV}/c^2$, ale může se jednat pouze o pozadí.

6.2 Statistický test Higgsova bosonu

Námi stanovený konečný výsledek statistického testu Higgsova bosonu $m_H = (124,79 \pm 0,03) \text{ GeV}/c^2$ splňuje požadavky na hodnotu p -value a signifikance z , jak je znát z Obr. 9 a Obr. 10. Na základě toho můžeme potvrdit existenci bosonu s výše zmíněnou hmotností. Tabulková hodnota invariantní hmotnosti Higgsova bosonu je $m_H^{\text{tab}} = (125,35 \pm 0,15) \text{ GeV}/c^2$ [3], tedy ačkoli si hodnoty v rámci chyby neodpovídají, rozdíl mezi nimi činí 0,45 %. Tudíž náš objev považujeme za potvrzený.

7 Závěr

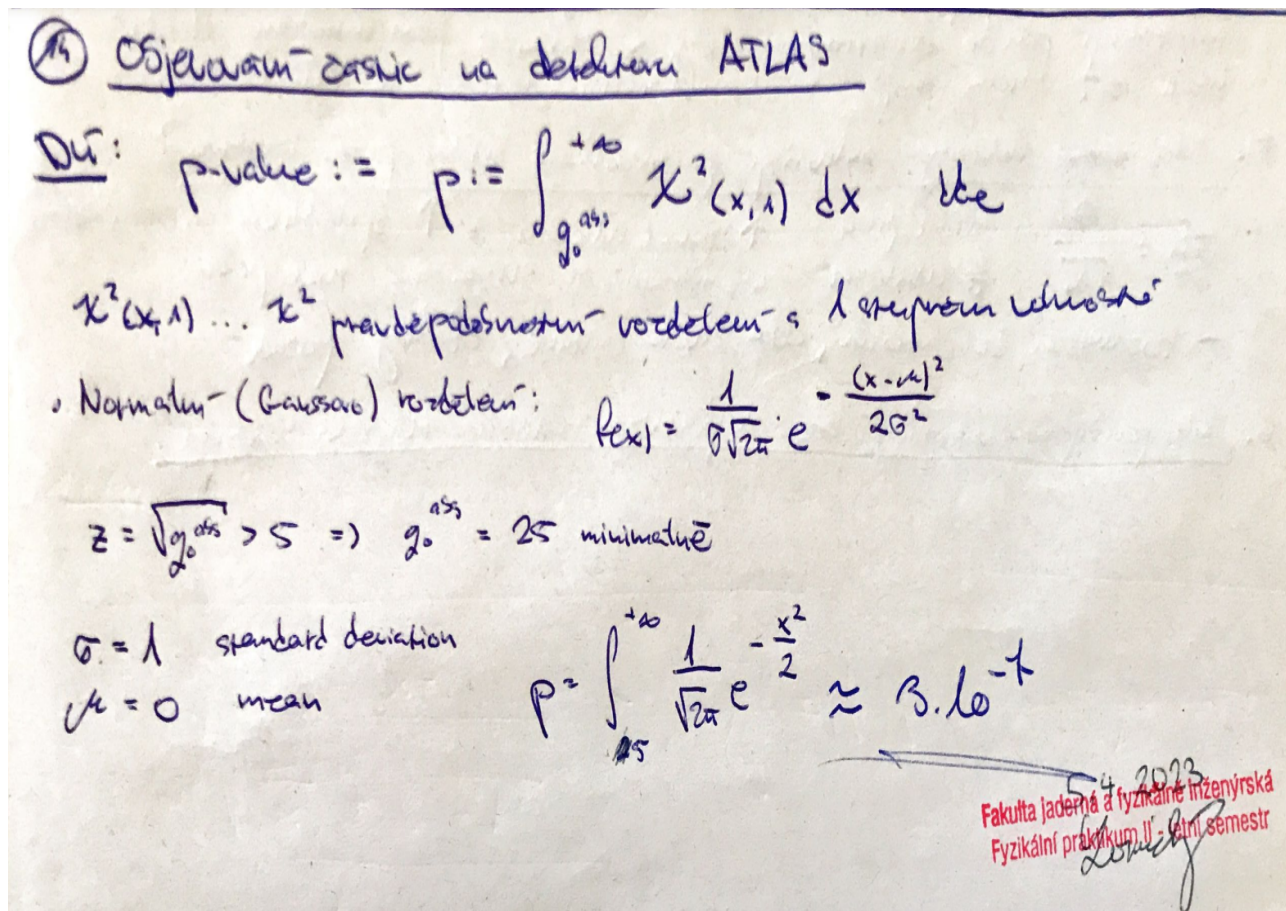
Vyzkoušely jsme si zpracovávat reálná data nasbíraná na experimentu ATLAS a pokusily se najít vzácné částice, které vznikají ve srážkách protonů, a změřit jejich základní vlastnosti. Zpracovaly jsme přibližně 100 událostí a zobrazily spektrum invariantní hmotnosti dileptonových párů pro různě velké statistické soubory, v nichž jsme identifikovaly pík odpovídající bosonu Z^0 . Tímto jsme zjistily střední hodnoty invariantní hmotnosti bosonu Z^0 a šířky jeho píku. Zároveň jsme zjištěné odchylky od těchto středních hodnot vynesly do grafu v závislosti na počtu zpracovaných událostí. Výslednou invariantní hmotnost bosonu Z^0 jsme stanovily na $m^{Z^0} = 90,4 \pm 0,1 \text{ GeV}/c^2$.

Nakonec jsme provedly statistický test pro Higgsův boson pro zadané hodnoty jeho invariantní hmotnosti a vynesly do grafů závislost signifikance a p -value na této invariantní hmotnosti. Invariantní hmotnost Higgsova bosonu jsme určily na $m_H = (124,79 \pm 0,03) \text{ GeV}/c^2$ a objev považujeme za potvrzený.

Literatura

- [1] Kolektiv KF. Objevování částic na detektoru ATLAS [online]. In: . s. 18 [cit. 2023-03-22]. Dostupné z: https://moodle-vyuka.cvut.cz/pluginfile.php/543910/mod_resource/content/3/Castice_praktikum_220410.pdf
- [2] GAUGE AND HIGGS BOSONS. PDG Live: Particle Data Group [online]. [cit. 2023-03-27]. Dostupné z: <https://pdglive.lbl.gov/Particle.action?node=S044>
- [3] CMS PRECISELY MEASURES THE MASS OF THE HIGGS BOSON. CERN: Accelerating science [online]. Geneva, Switzerland [cit. 2023-03-27]. Dostupné z: <https://cms.cern/news/cms-precisely-measures-mass-higgs-boson>

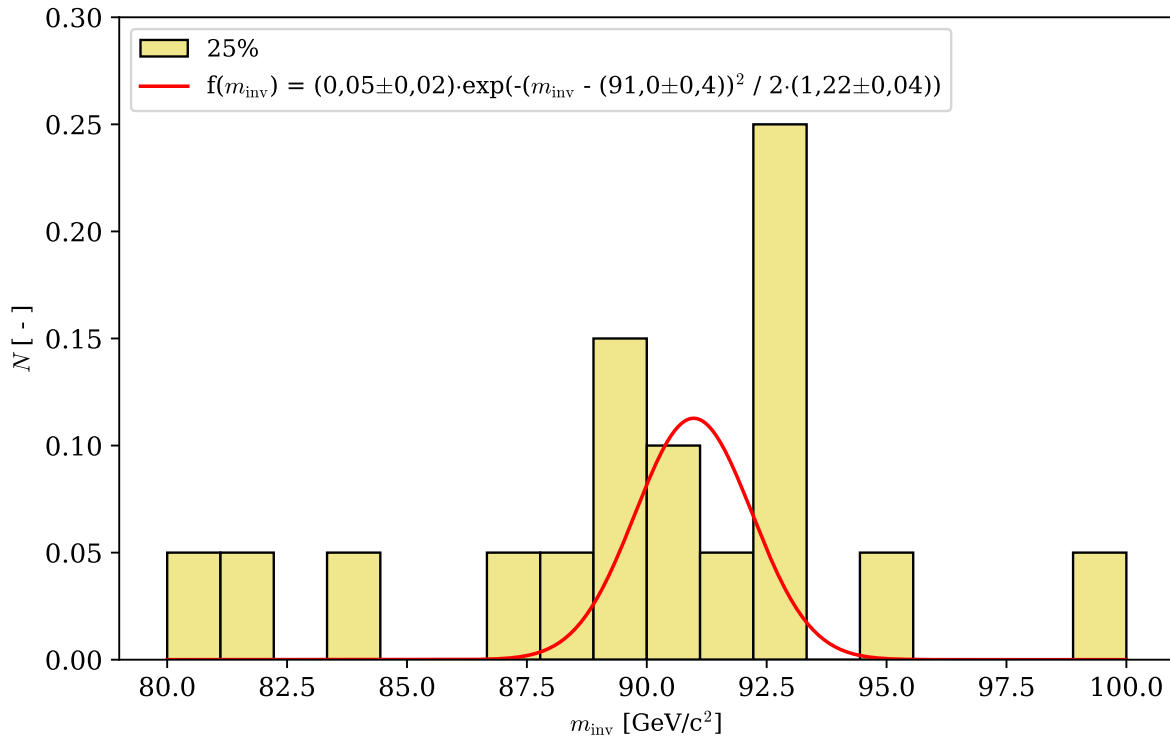
Příloha



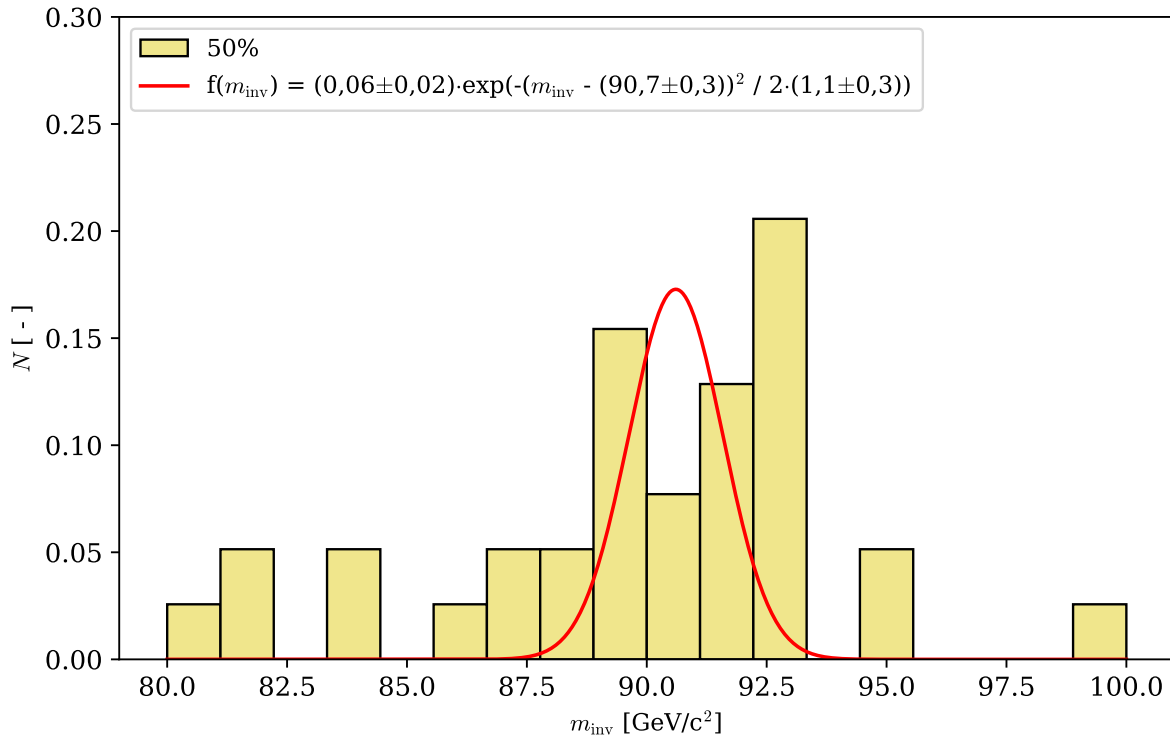
Obr. 1: Domácí příprava. Výpočet p-value nutné pro uznání objevu částice. Tato hodnota byla získána využitím Gaussova rozdělení místo χ^2 -pravděpodobnostního rozdělení.

Velikost souboru [%]	μ [GeV/c ²]	σ [GeV/c ²]
25	91,0 ± 0,4	1,22 ± 0,04
50	90,7 ± 0,3	1,1 ± 0,3
75	90,8 ± 0,1	0,8 ± 0,1
100	90,4 ± 0,1	0,9 ± 0,1

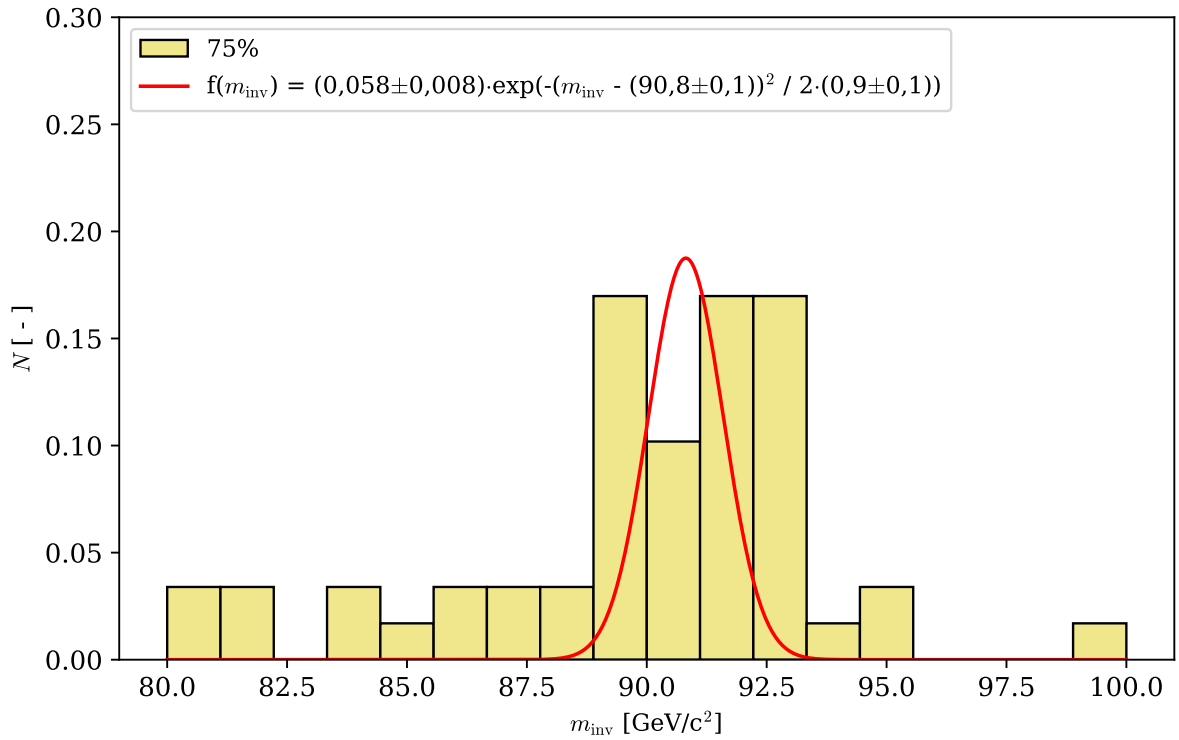
Tab. 1: Tabulka vypočtených parametrů μ a σ gaussovského fitu pomocí funkce (2) pro různě velké statistické soubory.



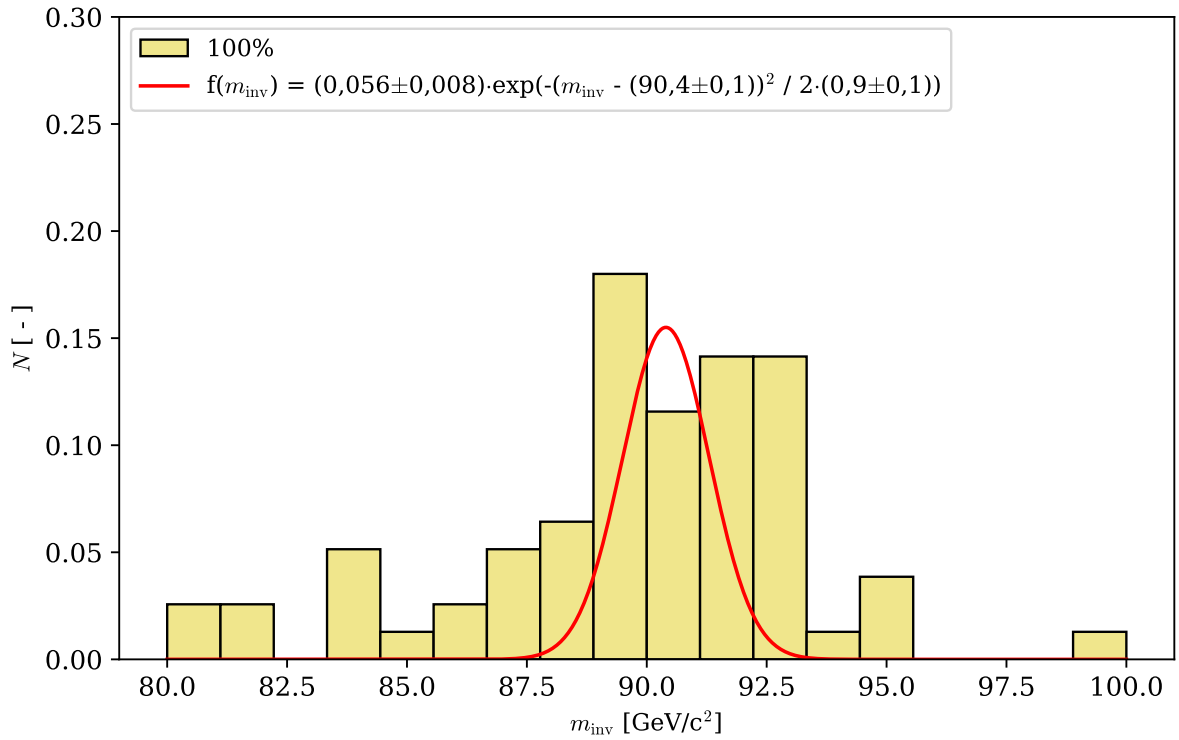
Obr. 2: Histogram naměřených hodnot invariantní hmotnosti Z^0 bosonu ze souboru obsahujícího 25% veškerých dat a jejich proložení Gaussovou funkcí (2).



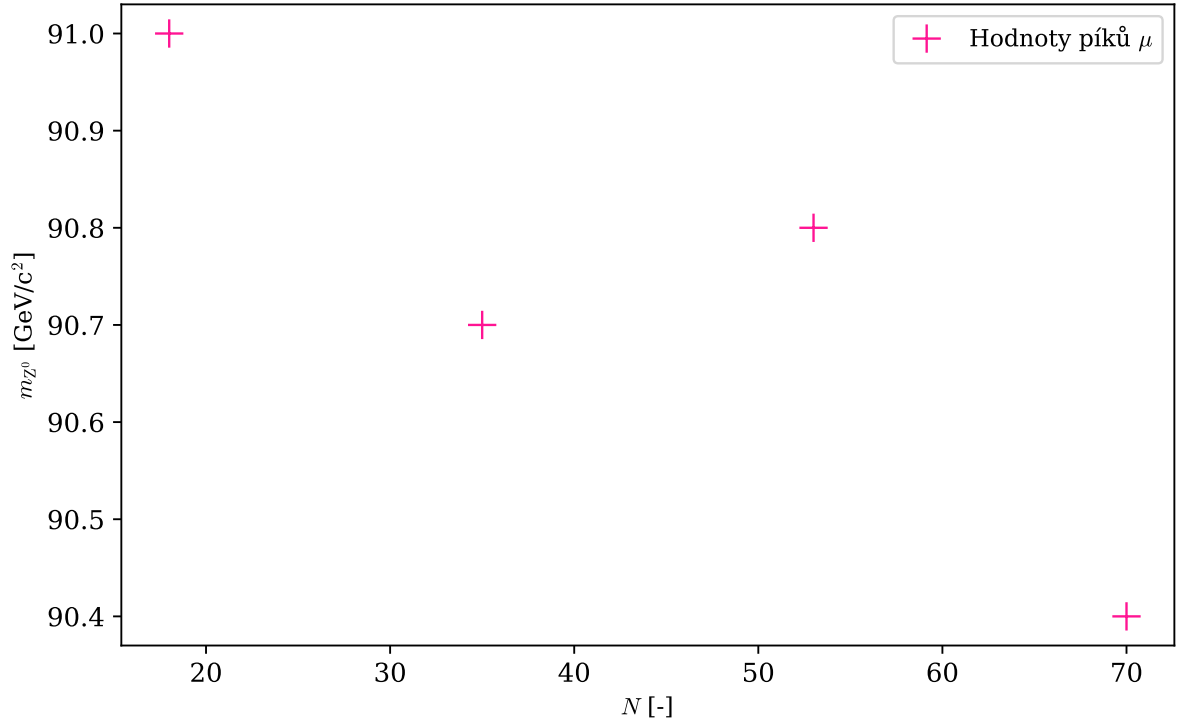
Obr. 3: Histogram naměřených hodnot invariantní hmotnosti Z^0 bosonu ze souboru obsahujícího 50% veškerých dat a jejich proložení Gaussovou funkcí (2).



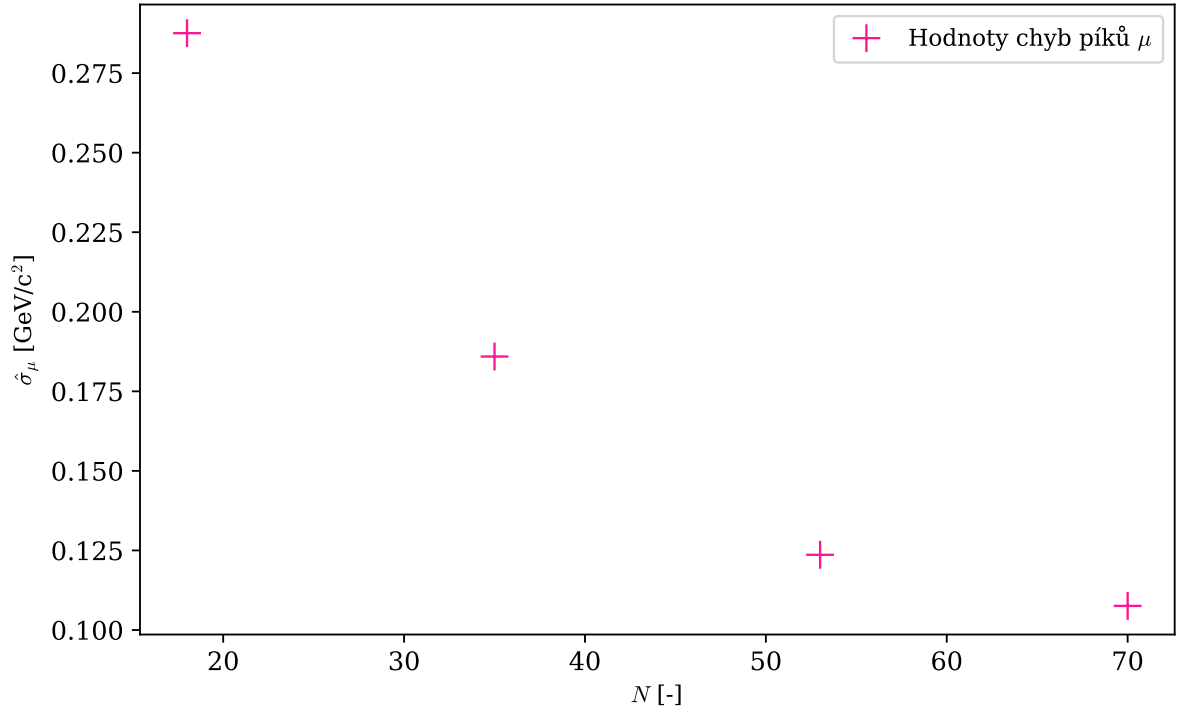
Obr. 4: Histogram naměřených hodnot invariantní hmotnosti Z^0 bosonu ze souboru obsahujícího 75% veškerých dat a jejich proložení Gaussovou funkcí (2).



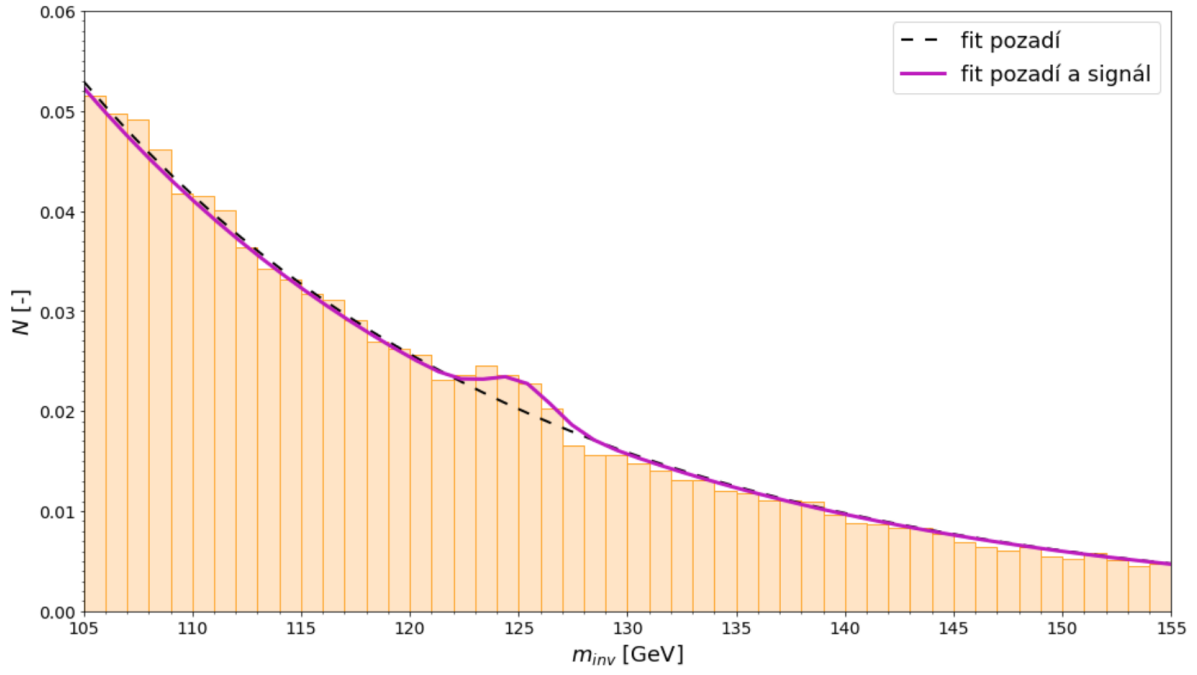
Obr. 5: Histogram naměřených hodnot invariantní hmotnosti Z^0 bosonu ze souboru obsahujícího 100% veškerých dat a jejich proložení Gaussovou funkcí (2).



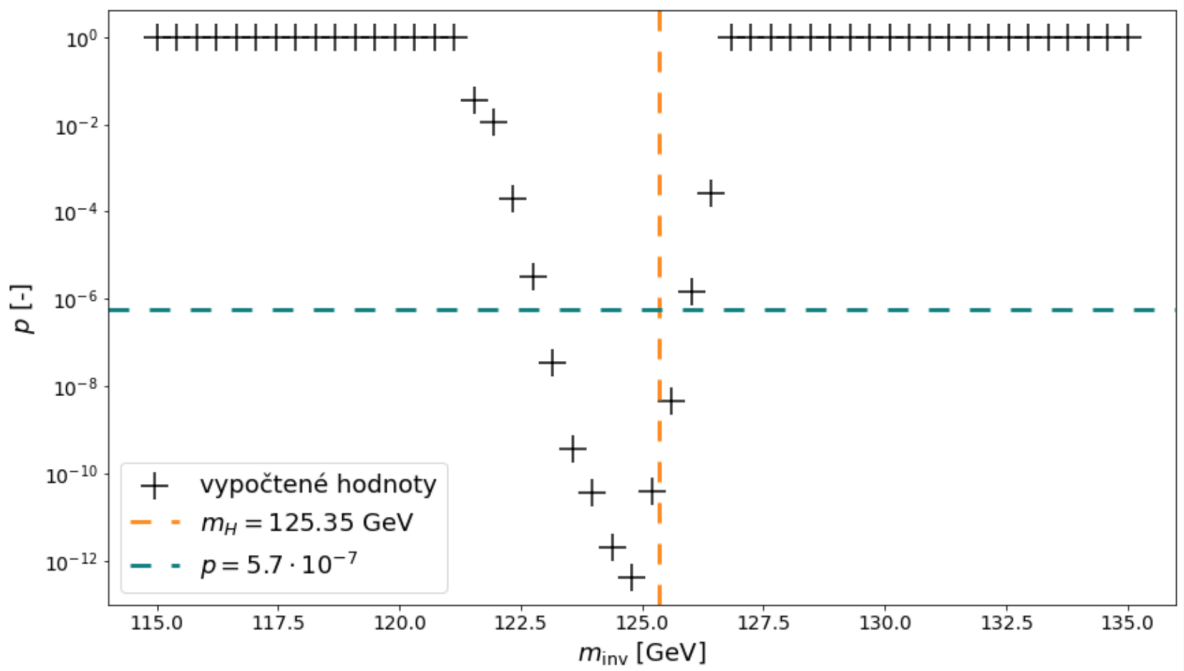
Obr. 6: Graf zobrazující hodnoty píků μ odpovídající invariantní hmotnosti bosonu Z^0 m_{Z^0} v závislosti na počtu událostí N , ze kterých byly příslušné hodnoty získány.



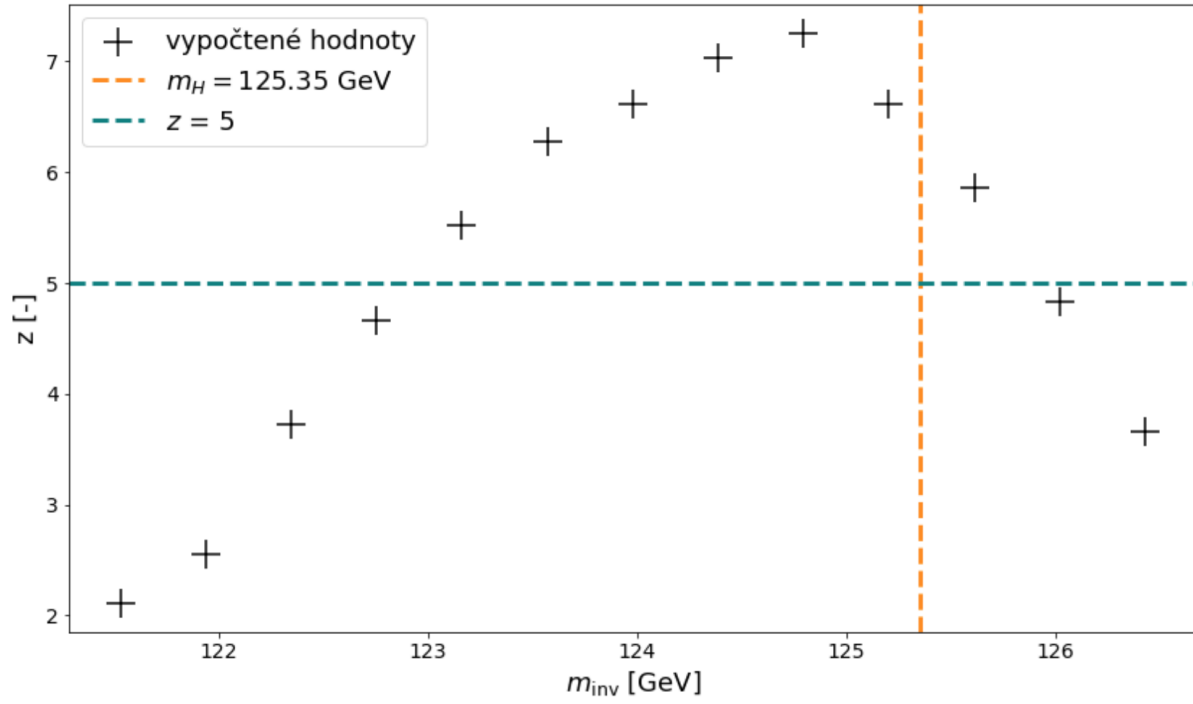
Obr. 7: Graf zobrazující hodnoty chyb $\hat{\sigma}_\mu$ píků μ odpovídající invariantní hmotnosti bosonu Z^0 m_{Z^0} v závislosti na počtu událostí N , ze kterých byly příslušné hodnoty získány v kombinaci se vzorcem (3).



Obr. 8: Histogram zobrazující četnost zadaných hodnot N v závislosti na invariantní hmotnosti Higgsova bosonu m_{inv} , proložený funkcí (4) bez signálu i signálem využitím zadaného kódu.



Obr. 9: Graf závislosti hodnot p-value p na invariantní hmotnosti Higgsova bosonu m_{inv} . Oranžová svislá čára odpovídá tabulkové hodnotě hmotnosti Higgsova bosonu $m_{\text{H}}^{\text{tab}} = (125,35 \pm 0,15) \text{ GeV}/c^2$ [3] a modrá vodorovná čára odpovídá hodnotě p-value $\approx 5,7 \cdot 10^{-7}$.



Obr. 10: Graf závislosti hodnot signifikance z na invariantní hmotnosti Higgsova bosonu m_{inv} . Oranžová svislá čára odpovídá tabulkové hodnotě hmotnosti Higgsova bosonu $m_H^{\text{tab}} = (125,35 \pm 0,15)$ GeV/ c^2 [3] a modrá vodorovná čára odpovídá hodnotě signifikance $z = 5$.