#### Fyzikální praktikum 2 FJFI ČVUT v Praze

# Úloha číslo #7: Měření spektra gama scintilačním počítačem

Jméno: Vojtěch Fišer Datum měření: 7.4.2017

> Skupina: 2 Klasifikace:



# 1 Úkoly

- 1. DÚ: Pomocí rovnice (3) sestavte diferenciální rovnici a jejím řešením odvoďte zákon radioaktivního rozpadu. S jeho pomocí dále podle definice odvoďte vztah (2) pro poločas rozpadu.
- 2. Osciloskopem pozorujte spektrum <sup>137</sup>Cs na výstupu z jednokanálového analyzátoru. Načrtněte tvar spektra (závislost intenzity na energii záření) a přiložte k protokolu. (Osciloskop ukazuje tvary a amplitudy jednotlivých pulzů. Počet pulzů je dán intenzitou čáry a energie výškou impulzu.)
- 3. Naměřte spektrum impulzů  $^{137}$ Cs jednokanálovým analyzátorem pomocí manuálního měření. Okno volte o šířce 100 mV (10 malých dílků). Spektrum graficky zpracujte.
- 4. Mnohokanálovým analyzátorem naměřte jednotlivá spektra přiložených zářičů (<sup>137</sup>Cs, <sup>60</sup> Co, <sup>241</sup>Am a <sup>133</sup>Ba). Určete výrazné píky a porovnejte je s tabulkovými hodnotami. (Každé spektrum nabírejte 10 minut. Před zpracováním odečtěte pozadí viz úkol 9.)
- 5. Pomocí zářičů  $^{137}$ Cs a  $^{60}$  Co určete kalibrační křivku spektrometru a použijte ji při zpracování všech spekter naměřených mnohokanálovým analyzátorem. (Spektrum nemusíte nabírat znovu, použijte data z předchozího měření.)
- 6. S využitím všech naměřených spekter určete závislost rozlišení spektrometru na energii gama záření. (Je definováno jako poměr šířky fotopíku v polovině jeho výšky k jeho energii viz poznámka.)
- 7. Z naměřeného spektra <sup>137</sup>Cs určete hodnotu píku zpětného rozptylu, Comptonovy hrany, energii rentgenového píku a energii součtového píku.
- 8. Mnohokanálovým analyzátorem naměřte spektrum neznámého zářiče. Určete tento zářič, pozorujte a zaznamenejte další jevy v jeho spektru. (Spektrum nabírejte 10 minut.)
- 9. Mnohokanálovým analyzátorem naměřte spektrum pozadí v místnosti (zářiče uschovejte do trezoru). Najděte v pozadí přirozené zářiče a toto pozadí odečtěte od všech zaznamenaných spekter ještě před jejich vyhodnocením. (Pozadí nabírejte 10 minut.)
- 10. Graficky určete závislost koeficientu útlumu olova na energii gama záření. (Použijte zářiče <sup>137</sup>Cs, <sup>60</sup>Co a <sup>133</sup>Ba současně, jednotlivá spektra nabírejte 10 minut.)

# 2 Pomůcky

Scintilační detektor, zdroj vysokého napětí, osciloskop, jednokanálový analyzátor, čítač impulsů, multikanálový analyzátor, PC se softwarem MEASURE, trezor s olověnými destičkami, sada zářičů.

### 3 Teorie

Při různých dějích může dojít k vyzáření fotonu o energiích v řádech stovek keV - tzv. gama záření. V této práci se budeme převážně zabývat gama zářením vzniklým rozpadem jader atomů.

Jádra se mohou rozpadat tzv.  $\alpha$  rozpadem za vzniku jádra helia, nebo  $\beta$  rozpadem za vzniku elektronu ( $\beta^-$ ) nebo pozitronu ( $\beta^+$ ). Rozpad jader je pravděpodobnostní jev. Je však možné určit střední hodnoty dlouhodobé pravděpodobnosti. Počet rozpadů za jednotku času udává extensivní veličina aktivita A [Bq] a platí

$$A = -\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} \tag{1}$$

kde N je počet částic. Je možné odvodit [domácí příprava] tzv. poločas rozpadu  $T_{\frac{1}{2}}$  tj. dobu, za kterou se přemění polovina částic a platí

$$T_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{\lambda} \tag{2}$$

kde veličinu lambda nazýváme rozpadovou konstantou, pro kterou platí

$$A(t) = \lambda N(t). (3)$$

Pokud se jádro po rozpadu dostane do excitovaného stavu, může vyzářit právě gama foton. Energie fotonu pak je specifická pro jednotlivé izotopy, tyto hodnoty jsou tabelované.

#### 3.1 Detekce

Pro měření fotonů budeme používat tzv. scintilační detektor. Ten se skládá ze samotného scintilačního krystalu (rozebráno níže) a fotonásobiče. Fotonásobič je napájen vysokým napětím a za pomoci dynod zvyšuje množství prolétávajících elektronů. Signál z fotonásobiče je dále za pomoci elektronických přístrojů zpracováván. Jednotlivé detekce ve scintilačním krystalu jsou přeneseny jako elektrický impuls odpovídající intenzity. Elektronika, která jej následuje, zpravidla signál zesílí a následně rozdělí na tzv. kanály - tedy oblasti, do kterých spadají jednotlivé velikosti pulzu.

#### 3.2 Jevy na scintilačním krystalu

Ve scintilačním krystalu je žádoucí, aby gama fotony předaly látce svou energii. Může nastat několik jevů. Pokud foton interaguje s elektronem v atomovém obalu, nastane tzv. fotoefekt. Tím se předá veškerá energie fotonu a ten zanikne. Elektron se vytrhne z obalu a jeho kinetická energie bude odpovídat energii gama fotonu. Do naměřeného spektra se tedy přenese přímo specifická energie fotonu.

Dále může nastat tzv. Comptonův rozptyl. Zde předá foton část své energie a rozptýlí se. Elektron získá menší energii. Takto zpomalený foton může dále interagovat (třeba fotoefektem), nebo uniknout z detektoru. Tím, že foton nepředá veškerou energii, ale náhodnou část, je spektrum rozptýlené energie  $E'_{\gamma}$  spojité a energie závisí na úhlu rozptylu  $\theta$ , platí

$$E_{\gamma}' = \frac{E_{\gamma}}{1 + \frac{E_{\gamma}}{mc^2} (1 - \cos \theta)} \tag{4}$$

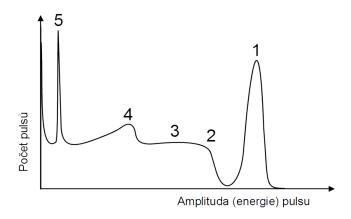
kde m je hmotnost elektronu a c rychlost světla. Při nulovém  $\theta$  je pohlcená energie maximální a žádné fotony vyšší energie se pak tedy nedetekují.

Dále je možné, že vznikne elektron-pozitronový pár. Tyto elektrony/pozitrony mohou buď uniknout z detektoru, nebo v něm opět anihilovat za vzniku fotonu o energii přibližně 511 keV, resp. 1022 při anihilaci a zachycení obou.

Dále můžeme detekovat fotony, které se po Comptonově rozptylu vrátí do detektoru, ty nám vytváří tzv. pík zpětného rozptylu.

V neposlední řadě je možno detekovat specifické rentgenové záření a tzv. součtové píky, které odpovídají energii součtu některých z výše popsaných jevů.

Příklad, jak spektrum může vypadat, je na Obr. 1.



Obr. 1: Ukázka gama spektra. Převzato z [1]. Jevy:

- 1. Pík úplného pohlcení (fotopík)
- 2. Comptonova hrana
- 3. Comptonovo kontinuum
- 4. Pík zpětného rozptylu
- 5. Rentgenový pík

#### 3.3 Gaussovo/normální rozdělení

Pro větší počet jevů platí pro náhodné veličiny tzv. normální rozdělení. Gaussovou funkcí se nazývá zvonovitá funkce

$$f(x) = a \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} + k \tag{5}$$

kde a má význam výšky vrcholu,  $\mu$  jeho polohy,  $\sigma$  šířky. Často se za Gaussovu funkci považuje funkce, kde k odpovídající konstantnímu posunutí je nulová a tato funkce se nazývá Gauss+konst. Tato funkce se často používá jako hustota pravděpodobnosti. Kvůli zajištění integrálu 1 se normalizuje koeficientem

$$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}.\tag{6}$$

Jelikož mě však bude zajímat spíše absolutní výška, než celková hustota, proto budu počítat s (5). Šířka v polovině píku w odpovídá

$$w = 2 \cdot \sqrt{2 \ln 2} \cdot \sigma \approx 2.3548\sigma. \tag{7}$$

#### 3.4 Stínění

Budeme předpokládat, že průchodem látkou se mění intenzita svazku, ale energie jednotlivých částic se nemění. Pak pro intenzitu prošlého svazku I platí vztah

$$I = I_0 e^{-\mu d} \qquad \frac{I}{I_0} = e^{-\mu d} \tag{8}$$

kde d je tloušťka materiálu a  $\mu$  se nazývá lineární činitel útlumu a obecně závisí na energii záření. Pro přehlednost si vyjádřím  $\mu$ 

$$\mu = -\frac{d}{\ln \frac{I}{I_0}} \tag{9}$$

U[100  mV]	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-9	9-10
	308.1 297.4 295.0	101.2	101.7	7.2	2.9	1.27	0.86	0.45	0.26	0
1	297.4	97.5	114.3	9.8	3.0	1.80	1.38	0.55	0.26	0
pulzy	295.0	102.2	117.0	8.8	2.2	1.58	0.63	0.59	0.16	0

Tab. 1: Naměřené četnosti pulzů za deset sekund pro jednotlivá okna jednokanálového analyzátoru. Rozdílné počty desetinných míst jsou udané kvůli velkému rozptylu prvních hodnot, kde jsme si ani další desetinná místa nepsali, jelikož to nemělo smysl.

## 4 Postup měření

Nejprve jsme zapojili pomocí BNC kabelu výstup z fotonásobiče do zesilovače a dalším BNC kabelem do osciloskopu. Nechali jsme si panem asistentem odborně zapnout vysokonapěťový zdroj a umístili jsme zářič s radionuklidem <sup>137</sup>Cs na scintilátor. Poté jsme (při experimentálním nastavení časové základny a úrovně triggeru) pozorovali časové průběhy pulzů na osciloskopu a pokusili jsme se načrtnout závislost četnosti na energii.

Potom jsme místo osciloskopu připojili zesilovač na vstup jednokanálového analyzátoru a výstup analyzátoru na čítač. Na čítači jsme nastavili mód součtu pulsů za deset sekund a na analyzátoru jsme postupně nastavovali okno o šířce deseti malých kroků. Pro deset oken jsme si vždy zapsali tři hodnoty.

Potom jsme odpojili analyzátor od zesilovače a zapnuli jsme připravený počítač se softwarem Measure. Vždy jsme nechali ukládat číslo kanálu a počet pulzů a nechali jsme nabírat data po dobu deseti minut. Toto jsme dělali pro situaci, kdy na scintilátoru

- nebylo nic (měření pozadí)
- $\bullet\,$ byl jeden ze zářičů: {  $^{137}\mathrm{Cs},\,^{60}\,$  Co,  $^{241}\mathrm{Am},\,^{133}\mathrm{Ba}\}$
- $\bullet\,$ byly zářiče $^{137}\mathrm{Cs},\,^{60}\mathrm{Co},\,^{133}\mathrm{Ba}$ současně
- $\bullet\,$ byly zářiče $^{137}\mathrm{Cs},\,^{60}\mathrm{Co}$ a $^{133}\mathrm{Ba}$ odstíněny třemi olověnými plátky

Přitom jsme měli nepoužívané zářiče zavřené v trezoru a obložené olověnými plátky.

# 5 Vypracování

Náčrtek spektra podle osciloskopu přikládám na papíře.

Četnosti pulzů při měření s jednokanálovým analyzátorem jsou uvedeny v tabulce. Dále jsem pro každou trojici měření spočetl aritmetický průměr a odchylku a přikládám spektrum graficky na Obr. 3

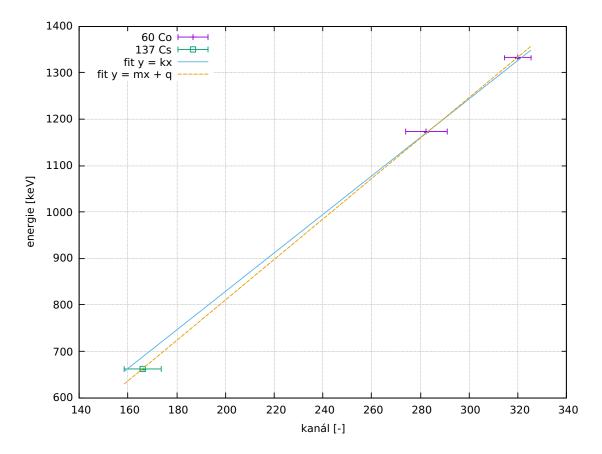
Pro data z vícekanálového měření neuvádím tabulky hodnot, jelikož je dat skutečně hodně.

Nejprve je potřeba zpracovat gama pozadí. Na Obr. 4 je spektrum pozadí vyneseno v logaritmické škále. Primární škálou na ose X je kanál analyzátoru. Sekundární škálu odpovídající energii jsem přidal až později. Toto spektrum jsem odečetl ode všech ostatních. Jelikož rozpad jader je pravděpodobnostní jev, občas se stávalo, že mi počet pulzů pro nějaký kanál vyšel záporný. Takové hodnoty jsou pochopitelně nesmyslné a proto jsem je zahodil a počítal místo nich s nulou.

Dále jsem potřeboval, aby hodnoty kanálu měly fyzikální smysl energie. Pro kalibraci jsem využil píky plného pohlcení  $^{60}$  Co i  $^{137}$  Cs. Jejich parametry jsem určil fitem - Obr. 5, 6. Tyto hodnoty jsem porovnal s tabulkovými [2]. Tyto tři hodnoty jsem proložil obecnou přímkou a přímkou procházející počátkem. Obecná přímka y = kx + q měla absolutní člen záporný. To by znamenalo, že první kanály odpovídají záporné energii, což je nesmysl. Počítal jsem tedy s ještě jednodušším kalibračním vztahem pro energii e

$$e = 1.45 \cdot k \tag{10}$$

kde k je číslo kanálu.



Obr. 2: Kalibrační vztahy. Koeficienty fitu:  $k = (4.14 \pm 0.04), m = (4.35 \pm 0.03), q = (-61 \pm 7).$ 

Na Obr. 7 je část spektra cesia. Pík úplného pohlcení jsme určil klasicky fitem (5). Na spektru je patrné Comptonovo kontinuum. Comptonovo hranu jsem určil opět fitem (5) tak, že oblast fitování obsahovala prakticky téměř jen vrchol a jednu stranu. Energii comptonovy hrany jsem tak určiil  $(441 \pm 50)$  keV. Ve spektru bylo možné pozorovat ještě jeden pík. Odhadl jsem, že to je pík zpětného rozptylu, hodnoty jsem určil fitem (5). Další píky jsem již ve spektru neobjevil.

Spektrum neznámého zářiče je na Obr. 9. Poloha jednoho píku 579 keV je celkem blízko k hodnotě 511 keV. Usoudil jsem tedy, že neznámý vzorek podléhá  $\beta^+$  rozpadu. V tabulce [2] je mezi  $\beta^+$  aktivními izotopy pouze jediný s poločasem rozpadu v řádu let -  $^{22}$ Na. Ten má mít fotony energie 1874 keV. Náš vzorek měl pík plného pohlcení (860 ± 40) keV. Vzorek tedy není určený s jistotou.

Na Obr. 10 je část spektra americia. Pokusil jsem se alespoň jeden pík zpracovat. Jeho energie mi vyšla  $e=(100\pm10)~{\rm keV}.$ 

Na Obr. 11 je část spektra <sup>22</sup>Na. Dva píky jsem nalezl:  $e_1=(94\pm5),\,e_2=(360\pm30)$ 

Přehled nalezených význačných píků je v Tab. 2

Při výpočtu činitele útlumu jsem ze spekter pro každý kanál (energii) vypočetl  $\mu$  z (9). Tyto jsem vynesl do grafu - Obr. 12. Lze z grafu vidět, že pro energie menší než cca 500 keV dominuje šum a měření neodpovídá zbytku. Dále se zvyšující se energií hodnoty začínají mít velký statistický rozptyl. Rozhodl jsem se určit  $\mu$  lineárním fitem pro oblast 500 až 3000 keV. Určil jsem, že pro tuto oblast přibližně platí vztah

$$\mu \approx 0.12 \cdot e - 119 \tag{11}$$

kde e je energie záření.

zářič	e [keV]	typ	tabulková hodnota
$_{ m 137_{Cs}}$	$(690 \pm 30)$	fotopík	662
	$(230\pm70)$	zpětný rozptyl	
$^{60}$ Co	$(1170 \pm 30)$	fotopík	1173
	$(1325\pm20)$	fotopík	1332
-241Am	$(96 \pm 10)$	fotopík	60
noznámú	$(856 \pm 40)$	fotopík	1274
neznámý	$(579 \pm 60)$	anihilační	511
$^{-133}$ Ba	$(94 \pm 5)$	fotopík	80
ъa	$(364 \pm 30)$	fotopík	356

Tab. 2: Přehled energií nalezených píků e ve spektrech jednotlivých zářičů.

#### 6 Diskuze

Měření jednokanálovým analyzátorem se podařilo. Výsledky odpovídají tomu, že jsme měřili s velmi malým rozlišením. Zajímavé by mohlo být naměřit i jen pozadí a odečíst jej. Pro využití naměřeného pozadí multikanálovým analyzátorem jsem neměl dost dobrou informaci o oknech analyzátoru - kalibrace s naším rozlišením nepřicházela v úvahu.

Pozadí jsme naměřili a odečetli v pořádku. Problém ovšem nastal u kalibrace. Obecný lineární vztah dával nesmyslné výsledky. Zjednodušením jsem již získal reálnější, ale pořád nejspíše špatné výsledky. Náš detektor zachytává jen gama fotony a tedy první kanál na analyzátoru by měl odpovídat energii přibližně kolem 100 keV a ne nule. Dovoluji si tvrdit, že lineární vztah není dostatečně dobrou aproximací vlastností tohoto detektoru a analyzátoru. To má pak i další dosah. Oba píky <sup>60</sup> Co i pík <sup>137</sup> Cs jsou v horní části spektra, kterým jsem se zabýval. Pro nižší hodnoty tedy v podstatě provádím extrapolaci nelineárního vztahu, o kterém toho moc nevím, ze tří bodů. Mnohem lepší by podle mě bylo, kdybych mohl použít nějaký bod o nižší energii pro určení kalibrace - třeba nižší pík <sup>133</sup>Ba. Se špatným kalibračním vztahem pak pochopitelně hodnoty vycházely odchýlené.

Ve spektru <sup>137</sup> Cs se nezdařilo nalézt všechny jevy. Comptonovu hranu jsem určil tak, že jsem fitoval (5). Podle teorie totiž nemají být ve spektru již žádné fotony o vyšší energii, než  $T_{max}$ , hranu tedy určuje rozlišení detektoru a tedy rozložení bude v okolí hrany odpovídat normálnímu.

Záření <sup>241</sup>Am bylo velmi slabé a naměřené spektrum se od pozadí lišilo pouze o řádově jednotky pulzů za deset minut. Koeficienty fitu píku pak tedy měly velkou nejistotu.

Porovnání ukazuje, že zvlášť v oblastech nižší energie jsou hodnoty od tabulkových odchýlené. To je z důvodu špatné kalibrace.

Určování neznámého zářiče bylo problematické kvůli špatné kalibraci a tedy systematické chybě odečtu energií. Klíčový byl odhad, že široký pík s vrcholem (580  $\pm$  50) keV odpovídal anihilačnímu píku 511 keV. Zúžením na  $\beta^+$  zářiče se pak výběr podstatně zúžil. Důležitý parametr byl poločas rozpadu izotopů. Lze předpokládat, že neznámý vzorek byl izotop s poločasem rozpadu v řádu alespoň let. A ten byl mezi  $\beta^+$  aktivními prvky jediný. Podle fotopíku bych asi prvek takto neurčil. Přiznávám, že jsem podobnou úlohu řešil před čtyřmi lety v rámci týdne vědy na jaderce a pamatoval jsem si výsledek. Bez toho bych asi považoval pík s vrcholem (580  $\pm$  50) keV jen za projev Comptonova rozptylu a nenapadlo by mě určit jej jako anihilační.

Při určování koeficientu útlumu jsem místo navržené metody určování plochy píků numericky spočetl pro každou měřenou energii  $\mu$  podle (9) a následně proložil přímkou. Tím jsem přenesl všechny hodnoty až do posledního kroku a tam i určil statistické nejistoty. Na Obr. 12 jsou patrné systematické výchylky u energií mezi 1000 a 1500 keV, které přibližně odpovídají fotopíkům <sup>60</sup> Co. Usuzuji tedy, že detektor při silnějším záření nepřenesl všechny pulzy. Zajímavá je také změna trendu u energií pod 500 keV. Tu přisuzuji podobnému chování zapříčiněnému silným zářením  $^{133}$ Ba na nižších energiích. Tuto oblast jsem tedy pak z fitu vypustil.

### 7 Závěr

Podařilo se změřit spektrum pomocí jednokanálového analyzátoru, Obr. 3.

Určil jsem kalibrační křivku  $e = 4.145 \cdot k$ , kde k je číslo kanálu, správnost je diskutována.

Na okalibrovaných spektrech s odečteným pozadím jsem nalezl význačné píky (Tab. 2) a hodnoty jsem porovnal s tabulkovými [2]. Na spektru  $^{137}$ Cs jsem nalezl jen některé jevy. Energii comptonovy hrany jsem určil ( $441 \pm 50$ ) keV.

Určil jsem neznámý zářič jako  $^{22}\mathrm{Na}.$ 

Koeficient útlumu  $\mu$  jsem určil pro oblast energie e 500 až 3000 keV.

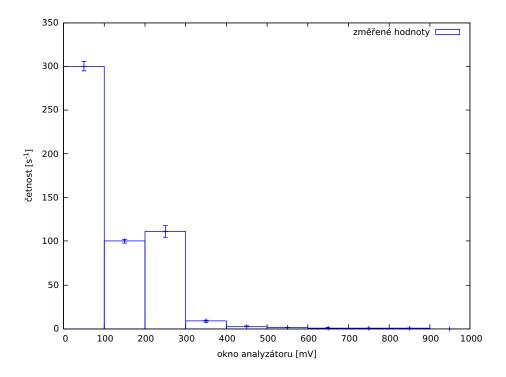
$$\mu \approx 0.12 \cdot e - 119. \tag{12}$$

### Literatura

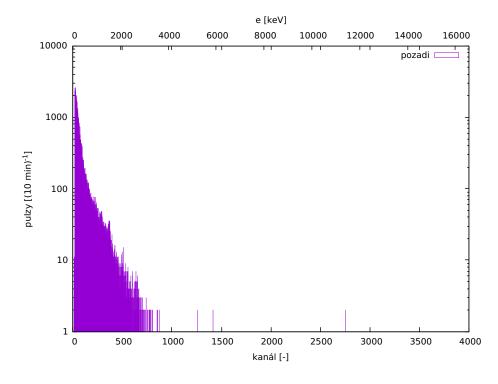
- [1] Návod Měření spektra gama scintilačním počítačem dostupné online http://praktikum.fjfi.cvut.cz/mod/resource/view.php?id=342 [cit.14.3.2017]
- [2] Tabulka gama aktivních izotopů dostupné online https://www.cpp.edu/~pbsiegel/bio431/genergies.html [cit.12.4.2017]

# Příloha

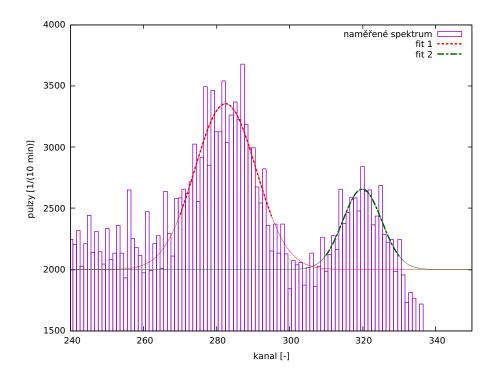
Ve všech grafech platí, že pokud jsem prováděl fit přes část grafu, je ta část fitované funkce zvýrazněna tlustší čarou.



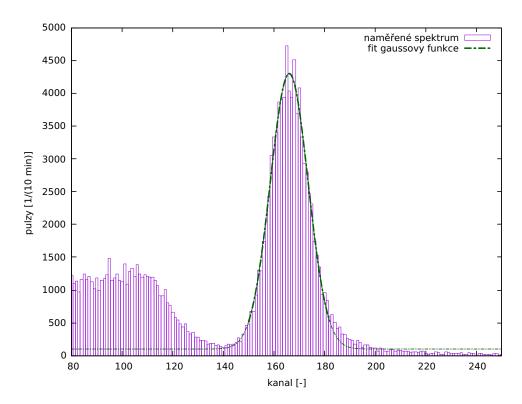
Obr. 3: Gama spektrum se zářičem  $^{137}$  Cs měřeno jednokanálovým analyzátorem.



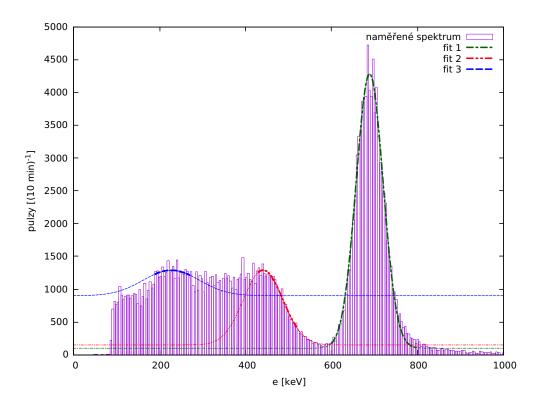
Obr. 4: Gama spektrum meřeno vícekanálovým analyzátorem bez zářiče - pozadí. Druhá osa X s energií pouze pro zajímavost.



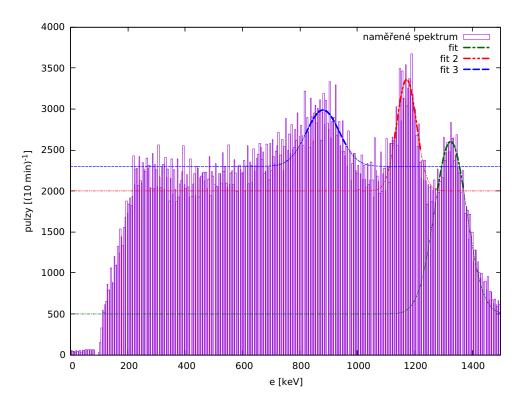
Obr. 5: Část spektra <sup>60</sup> Co, fity (5). Koeficienty fitu 1:  $\mu = (282.4 \pm 0.6)$ ,  $\sigma = (8.3 \pm 0.7)$ ,  $a = (1350 \pm 80)$ . Koeficienty fitu 2:  $\mu = (319.8 \pm 0.6)$ ,  $\sigma = (5.3 \pm 0.6)$ ,  $a = (660 \pm 60)$ . Parametr k jsem určil odhadem a nechal pevně 2000.



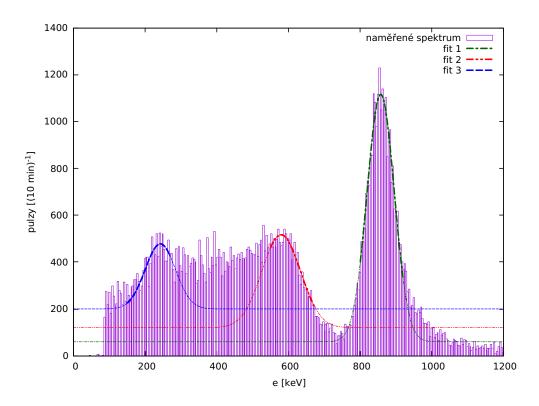
Obr. 6: Část spektra <sup>137</sup> Cs, fit (5). Koeficienty fitu:  $\mu=(166.0\pm0.1),\ \sigma=(7.5\pm0.1),\ a=(4200\pm70).$  Parametr k jsem určil odhadem a nechal pevně 100.



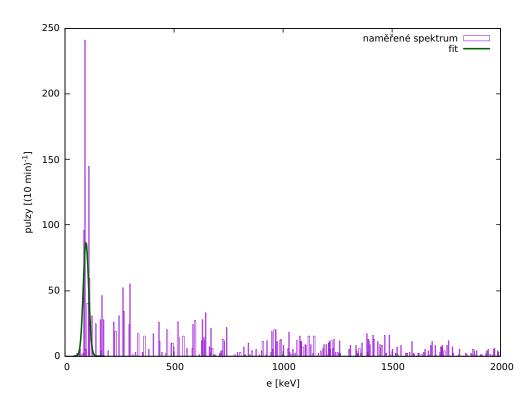
Obr. 7: Část spektra <sup>137</sup> Cs, fity (5). Parametry k jsem určil odhadem. Koeficienty fitů: 1:  $\mu = (688, 3 \pm 0, 3)$ ,  $\sigma = (31, 3 \pm 0, 5)$ ,  $a = (4200 \pm 60)$ . k = 100 2:  $\mu = (441 \pm 4)$ ,  $\sigma = (46 \pm 3)$ ,  $a = (1140 \pm 20)$ . k = 150 3:  $\mu = (230 \pm 10)$ ,  $\sigma = (70 \pm 30)$ ,  $a = (390 \pm 30)$ . k = 900.



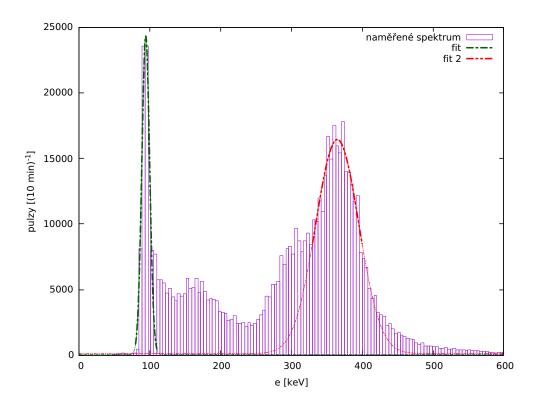
Obr. 8: Část spektra <sup>60</sup> Co, fity (5). Parametry k jsem určil odhadem. Koeficienty fitů: 1:  $\mu = (1325 \pm 2)$ ,  $\sigma = (56 \pm 6)$ ,  $a = (2102 \pm 50)$ . k = 500 2:  $\mu = (1172 \pm 3)$ ,  $\sigma = (34 \pm 4)$ ,  $a = (1357 \pm 86)$ . k = 2000 3:  $\mu = (880 \pm 6)$ ,  $\sigma = (60 \pm 10)$ ,  $a = (690 \pm 60)$ . k = 2300.



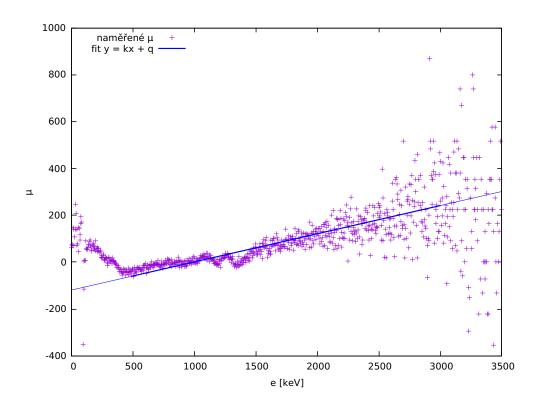
Obr. 9: Část spektra neznámeho vzorku, fity (5). Parametry k jsem určil odhadem. Koeficienty fitů: 1:  $\mu = (856 \pm 1)$ ,  $\sigma = (38 \pm 1)$ ,  $a = (1060 \pm 20)$ . k = 60 2:  $\mu = (579 \pm 4)$ ,  $\sigma = (54 \pm 4)$ ,  $a = (400 \pm 10)$ . k = 120 3:  $\mu = (242 \pm 6)$ ,  $\sigma = (42 \pm 7)$ ,  $a = (280 \pm 20)$ . k = 200.



Obr. 10: Část spektra <sup>241</sup> Am, fit (5). Koeficienty fitu:  $\mu = (96.0 \pm 4)$ ,  $\sigma = (12 \pm 4)$ ,  $a = (90 \pm 20)$ . Parametr k jsem určil odhadem a nechal pevně 0.



Obr. 11: Část spektra <sup>133</sup> Ba, fity (5). Parametry k jsem určil odhadem. Koeficienty fitů: 1:  $\mu = (94 \pm 1)$ ,  $\sigma = (5 \pm 1)$ ,  $a = (24000 \pm 3000)$ . k = 60 2:  $\mu = (364 \pm 1)$ ,  $\sigma = (30 \pm 2)$ ,  $a = (16300 \pm 500)$ . k = 120.



Obr. 12: Koeficient útlumu  $\mu$ , fit (5). Koeficienty fitu:  $k=(0.120\pm0.004), q=(-119\pm7).$