Balmerova série

Abstrakt: V tomto experimentu se zaměříme na optické vlastnosti atomu, které nám umožňují zkoumat jeho vnitřní strukturu. Užitím hranolového spektrometru určíme pro známé vlnové délky ze spekter rtuti příslušné indexy lomu, abychom získali disperzní vztah pro užitý hranol.
Pomocí disperzní křivky poté lze určit vlnové délky čar viditelného spektra atomu vodíku. Z vlnových délek vodíkových spektrálních čar určíme Rydbergovu konstantu. Určíme také rozestup dvou čar ve spektru sodíku, tzv. sodíkového dubletu.

1 Pracovní úkoly

1. **DÚ: V přípravě odvoďte vzorec (11) pro případ, kdy je splněna podmínka úhlu nejmenší deviace $\alpha_1 = \alpha_2$.**
2. Metodou dělených svazků změřte lámavý úhel hranolu. Měření opakujte $5\times$.
3. Změřte index lomu hranolu v závislosti na vlnové délce pro čáry rtuťového spektra (o známé vlnové délce), vyneste do grafu a fitováním nelineární funkcí (13) určete disperzní vztah $n = n(\lambda)$.
4. Změřte spektrum vodíkové výbojky, vypočítejte vlnové délky jednotlivých čar a porovnejte s tabulkovými hodnotami. Ověřte pomocí naměřených hodnot platnost vztahu (5) a určete hodnotu Rydbergovy konstanty.
5. Určete charakteristickou disperzi $\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda}$ v okolí vlnové délky 589 nm (žlutá dvojitá čára v sodíkovém spektru). Poté spočítejte minimální velikost základny hranolu, vyrobeného ze stejného materiálu jako hranol, se kterým měříte, který je ještě schopný sodíkový dublet rozlišit.

2 Pomůcky

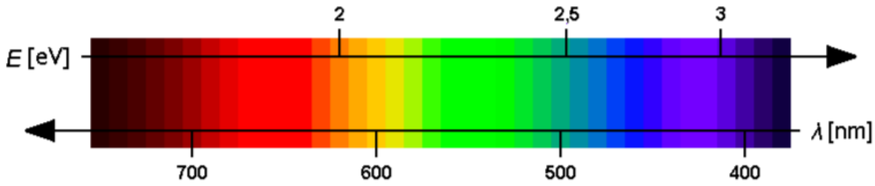
Pomůcky: Goniometr, nástavec s nitkovým křížem, nástavec se štěrbinou, optický hranol, stolní lampa, rtuťová, vodíková a sodíková výbojka.

3 Základní pojmy a vztahy

3.1 Spektrum záření atomu

Pozorujeme-li bílé světlo vycházející ze Slunce, zjistíme jeho rozkladem, že je tvořeno všemi barvami (Obr. 1). Každá barva odpovídá fotonům o stejné vlnové délce λ a energii dané vztahem

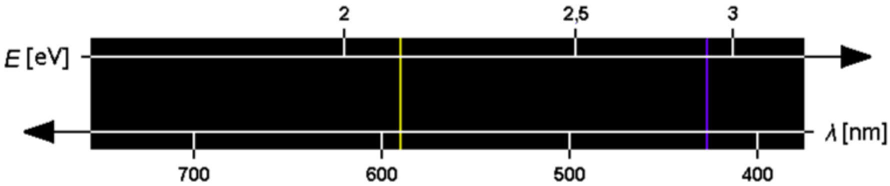
$$E = \frac{hc}{\lambda}, \tag{1}$$



Obr. 1: Viditelné spektrum vzniklé rozkladem bílého světla.

kde h je Plackova konstanta a c je rychlost světla ve vakuu.

Pozorujeme-li světlo emitované nějakou látkou (např. plyn ve výbojce), zjistíme, že není bílé a v jeho spektru jsou zastoupeny jen některé barvy, jak můžeme vidět na Obr. 2.



Obr. 2: Spektrum hypotetického atomu, zastoupeny pouze barvy o určitých vlnových délkách.

Jak taková situace nastává? Dle kvantové mechaniky může atom existovat pouze v určitých povolených energetických konfiguracích. Energeticky nejvýhodnější konfigurací, ve které může atom setrvávat po neomezenou dobu, je tzv. základní stav. Ostatní povolené stavy nazýváme excitované, ty mají krátkou dobu života ($\sim$ 1 μs a méně). Nachází-li se atom v některém z excitovaných stavů, po uplynutí této krátké doby přejde na stabilnější konfiguraci (ne nutně základní) a energetický rozdíl je vyzářen jako foton. Energie tohoto fotonu a tudíž i vlnová délka pak závisí na tom, mezi jakými konfiguracemi se přechod odehrál. Barva záření emitovaného touto látkou navenek (např. barva výbojky) je pak důsledkem složení barev odpovídajících emisi fotonů při příslušném přechodu, přičemž barvy se skládají s ohledem na intenzitu (tedy četnost daného přechodu). Tyto jevy jsou schématicky znázorněny na Obr. 3. Pozorováním jednotlivých čar ve spektru daného atomu pak můžeme získat informace o konfiguraci jeho elektronovém obalu a přechodech, které se v něm odehrávají.

3.2 Bohrův model atomu

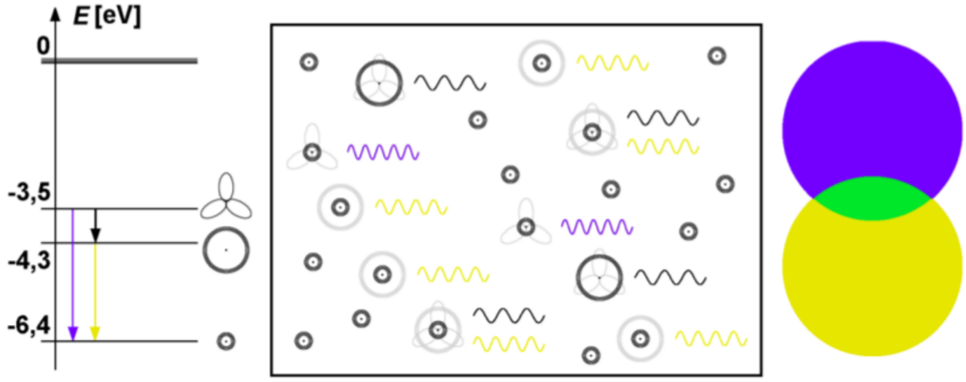
Pro popis takto se chovajícího atomu potřebujeme i odpovídající model. Nejjednodušším je tzv. Bohrův model, který byl vytvořen vylepšením původního planetarního modelu s ohledem na zákonitosti kvantové mechaniky. V planetárním modelu atomu obíhají záporně nabité elektrony podle Keplerových zákonů kolem kladně nabitého jádra, podobně jako planety obíhají kolem Slunce. Podle klasické elektrodynamiky je však takovýto atom nestabilní a časem by se zhroutil. Elektrony jakožto nabité částice pohybující se po zakřivené trajektorii ztrácejí svou energii vyzařováním, v důsledku čehož obíhají stále blíž a blíž jádru, až do něj nakonec spadnou (za $\sim 10^{-15}$ s). Navíc podle planetárního modelu by spektrum záření pocházející z těchto elektronů mělo být spojité, což je v rozporu s pozorováními diskrétních spektrálních čar.

Niels Bohr v rámci svého modelu stanovil omezení na moment hybnosti elektronu tak, aby byl celočíselným násobkem redukované Plackovy konstanty

$$L = k\hbar, \qquad k \in \mathbb{Z}, \tag{2}$$

v důsledku čehož jsou povoleny pouze některé orbity elektronu. Atom tedy setrvává pouze v určitých stacionárních stavech, v nichž nevyzařuje ani nepohlcuje energii, a při přechodu z jednoho stacionárního stavu na jiný dojde k vyzáření nebo k pohlcení energie E ve formě fotonu o velikosti

$$E = E_m - E_n, \qquad m, n \in \mathbb{N}. \tag{3}$$



Obr. 3: Emise záření atomem. V levé části můžeme vidět energetický diagram pro základní a první a druhý excitovaný stav (černá barva odpovídá fotonům, které nelze pozorovat lidským okem). Uprostřed pak máme soubor takovýchto atomů a napravo vidíme, jak jednotlivé vyzářené barvy spektra dohromady složí výslednou barvu záření látky.

3.3 Spektrální série energetických hladin atomu vodíku

Při studiu spektrálních čar atomárního vodíku (1911) bylo zjištěno, že vlnové délky čtyř čar ležících ve viditelné části spektra, tzv. Balmerova série, mohou být vyjádřeny empirických vztahem

$$\lambda = B\frac{n^2}{n^2 - 4}, \qquad n = 3, 4, 5, 6; \qquad B = 364{,}56\ \text{nm}. \tag{4}$$

Ve spektroskopii se často používá místo vlnové délky tzv. vlnočet ν, což je převrácená hodnota vlnové délky a platí pro ni v tomto případě empirický vztah

$$\nu = \frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right), \qquad n = 3, 4, 5, 6; \qquad R = \frac{4}{B}. \tag{5}$$

Veličina R se nazývá Rydbergova konstanta a můžeme vyjádřit jako

$$R = \frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c}, \tag{6}$$

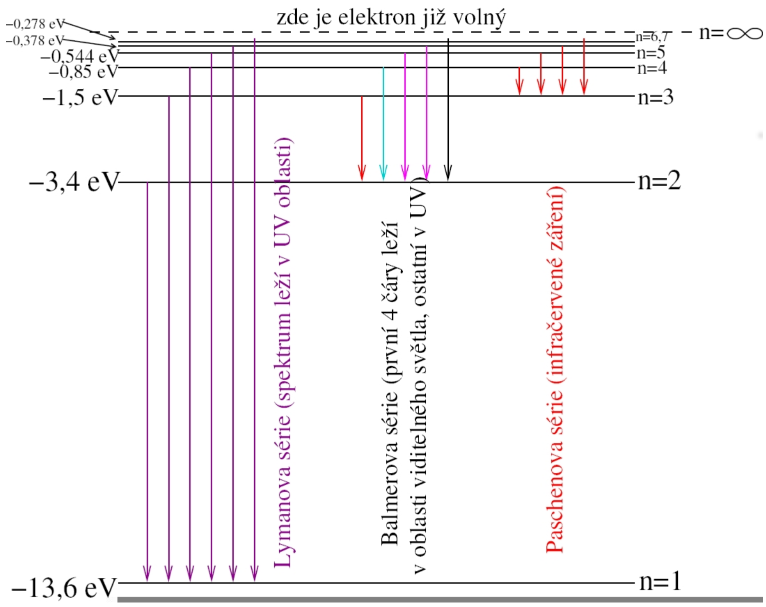
kde m_e je klidová hmotnost elektronu, e je elementární náboj, ε_0 permitivita vakua, h je Planckova konstanta a c je rychlost světla ve vakuu. Po dosazení číselných hodnot příslušných konstant a korekcí na pohyb jádra v atomu dostaneme hodnotu $R = 10973731{,}57\ \mathrm{m}^{-1}$ [5]. [1]

Ze vzorce (5) je zřejmé, že s růstem n se zmenšuje rozdíl mezi vlnočty sousedních čar a při $n \to \infty$ dostaneme konstantní hodnotu $\nu = \frac{R}{4}$. Zároveň s Balmerovou sérií byly objeveny ve spektru atomárního vodíku ještě jiné série nacházející se mimo viditelné spektrum (Obr. 4), které lze vyjádřit analogicky.

Zobecněný vzorec pak vypadá následovně:

$$\nu = \frac{4}{B}\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right), \tag{7}$$

kde $m \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ určuje danou sérii a n nabývá stejných hodnot jako ve vztazích (4) a (5). Tyto série se ve směru rostoucího m nazývají Lymanova, Balmerova, Paschenova, Brackettova a Pfundova.



Obr. 4: Spektrální série atomu vodíku.

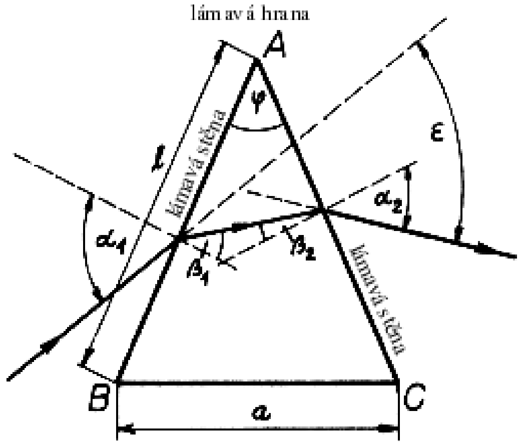
3.4 Lom světla hranolem

Hranolem nazýváme čiré látkové prostředí ohraničené dvěma různoběžnými rovinami, lámavými stěnami (Obr. 5). Průsečnice lámavých stěn se nazývá lámavá hrana a úhel jimi sevřený lámavý úhel φ. Na hranol nechť dopadá monochromatický světelný paprsek dané vlnové délky λ v rovině kolmé na lámavou stěnu, tedy v tzv. hlavním řezu. Paprsek dopadá na lámavou stěnu pod úhlem α_1 a láme se podle (Snellova) zákona lomu

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta, \tag{8}$$

[1] Odvození vztahu (6) není pro účely této úlohy příliš důležité, zvídavý čtenář jej nicméně může nalézt například v [6].

zde se tedy láme pod úhlem β_1 a jelikož lom probíhá na rozhraní vzduch-hranol, položíme $n_1 = 1$ a n_2 označíme jako n. Úhel dopadu na další stěně označíme β_2 a úhel do vnějšího prostředí α_2.



Obr. 5: Lom světla hranolem.

Úhel mezi paprskem vstupujícím do hranolu a paprskem vystupujícím budeme nazývat deviací ε. Jak je možno nahlédnout z Obr. 5, platí pro zmíněné úhly vztahy

$$\alpha_1 + \alpha_2 = \varepsilon + \varphi \tag{9}$$

$$\beta_1 + \beta_2 = \varphi \tag{10}$$

Samotný úhel ε není dán jednoznačně. Různá orientace hranolu vzhledem k dopadajícím paprskům nám dává různé úhly deviace. Zároveň je také ε závislé na vlnové délce. Zvolíme-li úhel dopadu tak, aby uvnitř hranolu byl paprsek kolmý k ose lámavého úhlu φ (a tedy rovnoběžný se základnou hranolu), bude jeho deviace od původního směru minimální a bude platit $\alpha_1 = \alpha_2$. Mezi lámavým úhlem hranolu φ a minimální deviaci paprsku ε_0 platí vztah

$$\frac{\sin(\frac{\varepsilon_0+\varphi}{2})}{\sin(\frac{\varphi}{2})} = n, \tag{11}$$

kde n je relativní index lomu materiálu, ze kterého je hranol vyroben, a který je obecně závislý na vlnové délce dopadajícího paprsku. Tuto závislost vyjadřujeme pro jednotlivé materiály pomocí tzv. disperzních vztahů.

Povahu změny úhlu ε v závislosti na vlnové délce můžeme vyjádřit pomocí úhlové disperze, kterou získáme vyjádřením ε_0 ze vztahu (11) a následnou derivací podle vlnové délky

$$\frac{\mathrm{d}\varepsilon_0}{\mathrm{d}\lambda} = \frac{2\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\varepsilon_0+\varphi}{2}\right)}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda} = \frac{2\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)}{\sqrt{1-n^2\sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)}}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda}, \tag{12}$$

kde veličina $\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda}$ se nazývá charakteristická disperze a je možno ji vyjádřit pomocí disperzní závislosti $n = n(\lambda)$, známe-li její analytické vyjádření. Velmi dobře vyhovující aproximací průběhu této disperzní závislosti je

$$n = n_n + \frac{C}{\lambda - \lambda_n}, \tag{13}$$

kde n_n, λ_n a C jsou konstanty, které je třeba určit proložením naměřených dat.

3.5 Rozlišovací schopnost hranolu

Hranol, pomocí něhož dané světlo rozkládáme, má pouze omezenou schopnost odlišení jednotlivých spektrálních čar (a tedy vlnových délek). Tuto schopnost charakterizujeme pomocí tzv. rozlišovací schopnosti hranolu r. Ta je omezena ohybovými jevy nastávajícími při průchodu světla hranolem. Pro naše účely uvažujme rovnoramenný hranol. Rozlišovací schopnost hranolu je obvykle charakterizována jako

$$r = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = a\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda}, \tag{14}$$

kde $\Delta\lambda$ je minimální úhlová diference vlnových délek, které mohou být hranolem ještě rozlišeny. Druhou rovnost jsme získali aplikací Rayleighova kritéria udávajícího mez rozlišitelnosti objektů, kde a je šířka podstavy hranolu (viz Obr. 5).

4 Postup měření

Energetické hladiny měříme zařízením, které se nazývá spektrometr. Slouží k rozkladu záření, které vychází z daného atomu, na spektrální čáry. Každá z těchto čar odpovídá přechodu mezi příslušnými hladinami. Jako zdroj záření použijeme výbojku – budeme postupně měřit s výbojkou rtuťovou, vodíkovou a sodíkovou. Samotný spektrometr se skládá z hranolu umístěného na otáčecím stolečku, kolimátoru a dalekohledu se stupnicí pro přesné měření úhlů, pod kterým se daná spektrální čára láme při průchodu hranolem.

4.1 Měření lámavého úhlu hranolu metodou dělených svazků

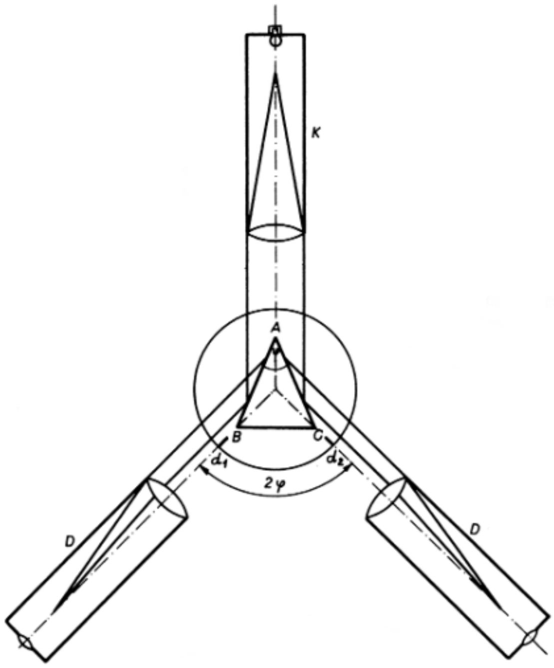
Rozdělením světelného paprsku na lámavé hraně můžeme snadno změřit lámavý úhel φ. Na konec kolimátoru umístěte nástavec s nitkovým křížem (červenou tečkou vzhůru!) a utáhněte pomocí dvojice šroubů. Podívejte se dalekohledem přímo do kolimátoru a prohlédněte si, jak nitkový kříž vypadá. Na otočný stolek pak opatrně umístěte hranol (nedotýkejte se jeho stěn!) co nejdále od kolimátoru. Hranol nastavíme lámavou hranou směrem ke kolimátoru (Obr. 6). Takových poloh je mnoho, liší se mírným natočením hranolu či změnou jeho vzdálenosti od kolimátoru – měření provádíme v alespoň 5 různých polohách hranolu. Dalekohledem zaměřte obě místa, kam se rozdělený paprsek zlomí, tj. hledáte odraz nitkového kříže do obou polorovin vzhledem ke kolimátoru. Lámavý úhel poté získáme ze vztahu

$$\varphi = \frac{d_1 - d_2}{2}, \tag{15}$$

kde d_1, d_2 jsou úhly, pod kterými jste naměřili odraz nitkového kříže.

4.2 Měření energetických hladin atomu

Pro toto měření sejmeme z kolimátoru nástavec s nitkovým křížem a místo něj umístíme nástavec se štěrbinou (opět červenou tečkou směrem nahoru!). Danou výbojku musíte ke štěrbině umístit co nejblíže. Hranol je na stolečku umístěn jednou z lámavých stěn vůči kolimátoru – viz situace na Obr. 7.



Obr. 6: Metoda dělených svazků.

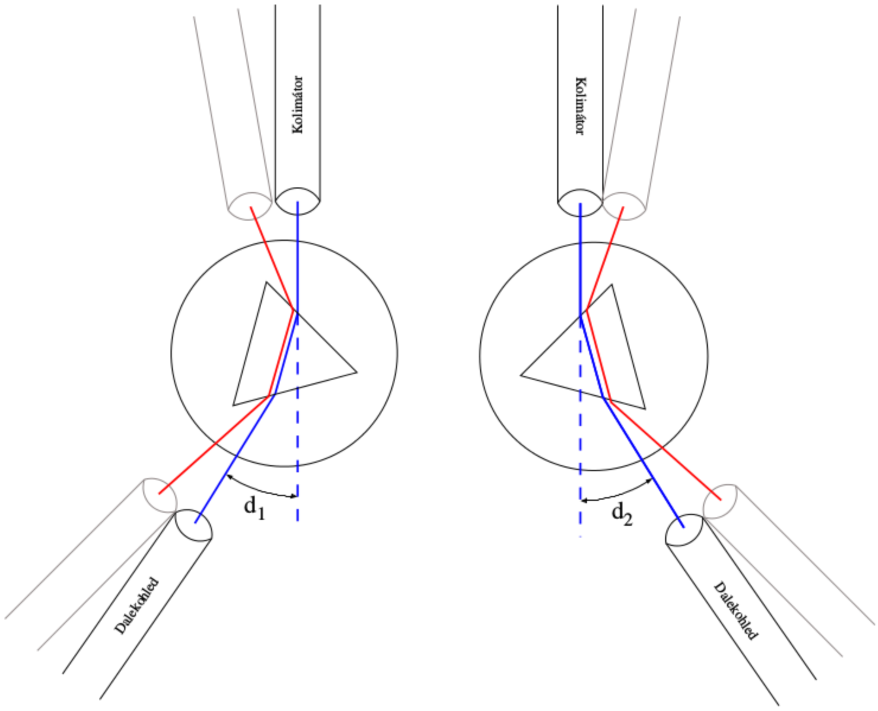
4.2.1 Index lomu hranolu

V tomto měření užijeme jako zdroj rtuťovou výbojku. Umístíme ji před kolimátor a pomocí dalekohledu se pokusíme najít spektrální čáry vzniklé průchodem záření výbojky přes hranol. Experimentální uspořádání této situace můžeme vidět na Obr. 7. K určení indexu lomu potřebujeme změřit úhel nejmenší deviace ε_0. Nalezneme tedy spektrální obrazec, zaměříme se na určitou barvu a poté pomalu otáčíme stolečkem, na němž je umístěn hranol. Celý náš obrazec se bude v dalekohledu posouvat určitým směrem, v jistém bodě se však zastaví a začne se posouvat opačným směrem. Právě v tomto místě, kde se daná spektrální čára „zastavila“, odečteme výchylku d_1 pro tuto spektrální čáru. Měření provedeme pro všechny barvy spektra, které se nám povedlo identifikovat, poté dalekohled i hranol zrcadlově obrátíme (dle Obr. 7) a stejným způsobem naměříme úhly d_2. Z výchylek d_1 a d_2 poté vypočítáme úhel minimální deviace ze vztahu

$$\varepsilon_0 = \frac{|d_1 - d_2|}{2}. \tag{16}$$

4.2.2 Spektrum vodíkové a zinkové výbojky

Účelem této části úlohy je získat hodnoty vlnových délek jednotlivých čar spektra vodíku a ověřit platnost vztahu (5). Měření poloh spektrálních čar pomocí goniometru provedeme stejně jako v předchozím měření, jako zdroj použijeme vodíkovou výbojku. Jednotlivé vlnové délky čar spekter určíme na základě indexů lomu hranolu a disperzního vztahu (13) získaném v předchozí úloze.



Obr. 7: Lom světla hranolem.

4.2.3 Sodíkový dublet a rozlišovací schopnost hranolu

Jako zdroj nám poslouží sodíková výbojka. Spektrální čáry změříme stejně jako v předchozích případech. Z naměřeného dubletu určíme rozlišovací schopnost hranolu a minimální délku jeho základny nutnou pro úspěšné pozorování sodíkového dubletu, tedy pro rozlišení těchto dvou čar od sebe.

5 Důležitá upozornění

- Návod ke goniometru naleznete v sekci této úlohy na webu. Důkladně si jej před měřením prostudujte!
- Před měřením se podívejte do [3], jak vypadají atomová spektra pro jednotlivé měřené látky. Referenční hodnoty vlnových délek spektrálních čar jednotlivých prvků jsou umístěny poblíž úlohy, nezapomeňte si je poznačit! Pokud budete používat referenční hodnoty z jiného zdroje, nezapomeňte ve svém protokolu tento zdroj uvést!
- Při měření indexu lomu je potřeba si uvědomit, že vztah (11) pro výpočet indexu lomu n platí pro úhel nejmenší deviace. Jelikož je tento úhel závislý na vlnové délce, je nutné najít jej pro každou spektrální čáru zvlášť.
- S hranolem zacházejte opatrně, abyste nepoškodili nebo neznečistili jeho lámavé plochy!

Reference

[1] BROŽ a kol., Základy fyzikálních měření I, SPN, Praha, 1983 (str. 551 až 557).

[2] Kolektiv KF FJFI ČVUT, Návody k přístrojům, [cit. 24.2.2016], http://praktikum.fjfi.cvut.cz/documents/chybynav/navody-2.pdf,.

[3] C. R. NAVE, Stránky hyperphysics - atomová spektra, [cit. 24.2.2016], http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/tables/spectra.html#c1.

[4] NIST Atomic Spectra Database, [cit. 24.2.2016], http://www.nist.gov/pml/data/asd.cfm.

[5] Fundamental Physical Constants from NIST, [cit. 24.2.2016], http://physics.nist.gov/cuu/Constants/index.html.

[6] J. E. Parks, Návod k experimentu „The Hydrogen Balmer Series and Rydberg Constant“, The University of Tennessee, Knoxville, 2002, [cit. 26.2.2016], http://www.phys.utk.edu/labs/modphys/balmerseries.pdf .