

Měření Poissonovy konstanty a dutých objemů

Abstrakt: V této úloze se studenti seznámí s různými metodami měření Poissonovy konstanty, ty použijí k jejímu spočítání a porovnájí jejich přesnost. V druhé části se studenti zaměří na druhy měření dutých objemů a výsledky opět porovnájí.

Část I

Měření Poissonovy konstanty

1 Pracovní úkoly

1. **DŮ:** Odvoďte rovnici pro Poissonovu konstantu (14). Vyjděte z rovnic (2) a (13).
2. Změřte Poissonovu konstantu metodou kmitajícího pístku.
3. Změřte Poissonovu konstantu Clément-Désormesovou metodou. Nezapomeňte provést opravu vašeho měření na systematické chyby.
4. Oba výsledky vzájemně porovnejte (procentuálně) a diskutujte, jestli je v rámci chyb můžete považovat za stejné.

2 Pomůcky

Barometr, aparatura na měření Poissonovy konstanty Clément-Désormesovou metodou (skleněná baň se dvěma kohouty, otevřený manometr, gumový měch, stopky s fotoelektrickou bránou), aparatura pro měření Poissonovy konstanty metodou kmitajícího pístku (skleněná baňka, skleněná trubice s postranním otvorem, pístek, elektrická pumpička na vzduch, stopky s fotoelektrickou bránou, spojovací trubice).

3 Základní pojmy a vztahy

Poissonova konstanta κ je poměr měrného tepla C_P při stálém tlaku a měrného tepla C_V při stálém objemu

$$\kappa = \frac{C_P}{C_V}. \quad (1)$$

Pro všechny plyny je poměr specifických tepel $\kappa > 1$ a závisí na počtu atomů v molekule plynu. Hodnotu κ můžeme určit ze změny tlaku při adiabatickém ději, který je popsán Poissonovou rovnicí

$$pV^\kappa = \text{konst.}, \quad (2)$$

kde p je tlak plynu a V je objem plynu.

3.1 Clémentova-Désormesova metoda

Pro měření touto metodou se používá uspořádání patrné z Obr. 1. Vzduch se nejprve stlačí ve velké bání B , aby měl proti vnějšímu barometrickému tlaku b přetlak h (několik cm vodního sloupce). Ten odečteme jako výškový rozdíl hladin otevřeného manometru M , který je k bání B připojen. Tlak vzduchu v bání je pak

$$p_1 = b + h. \quad (3)$$

Príslušný objem vzduchu před adiabatickou expanzí označíme V_1 , po adiabatické expanzi V_2 . Teplotu vzduchu, která by měla být shodná s teplotou okolní bání, označíme T_1 . Vnitřek bání je od vnějšího vzduchu oddělen kohoutem. Otevřeme-li jej na velmi krátkou dobu, vyrovnají se tlaky uvnitř a vně na hodnotu barometrického tlaku b :

$$p_2 = b. \quad (4)$$

Je to tak, jakoby proběhla adiabatická expanze vzduchu v bání z počátečních podmínek V_1, T_1, p_1 do stavu určeného veličinami $V_2, T_2 < T_1, p_2$. Po dosti dlouhé době se teplota vzduchu v bání opět vyrovná na vnější teplotu T_1 a přitom stoupne tlak o přírůstek h' , který opět změříme jako rozdíl hladin v manometru. Tato změna je izochorická. Tlak vzduchu pak je

$$p_3 = b + h'. \quad (5)$$

Budeme-li vzduch pokládat za ideální plyn, dostaneme pro první (adiabatickou) změnu stavu z Poissonovy rovnice (2)

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^\kappa. \quad (6)$$

Změna ze stavu V_1, T_1, p_1 do stavu $V_3 = V_2, T_3 = T_1, p_3$ je izotermická a platí pro ni Boyle-Mariotteův zákon

$$\frac{p_1}{p_3} = \frac{V_2}{V_1}. \quad (7)$$

Umocníme-li rovnici (7) na κ a dosadíme do rovnice (6) za $\left(\frac{V_2}{V_1} \right)^\kappa$, dostaneme

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{p_1}{p_3} \right)^\kappa. \quad (8)$$

Dosadíme-li za tlaky do rovnice (8) a vyjádříme κ , dostaneme

$$\kappa = \frac{\log(b+h) - \log b}{\log(b+h) - \log(b+h')}. \quad (9)$$

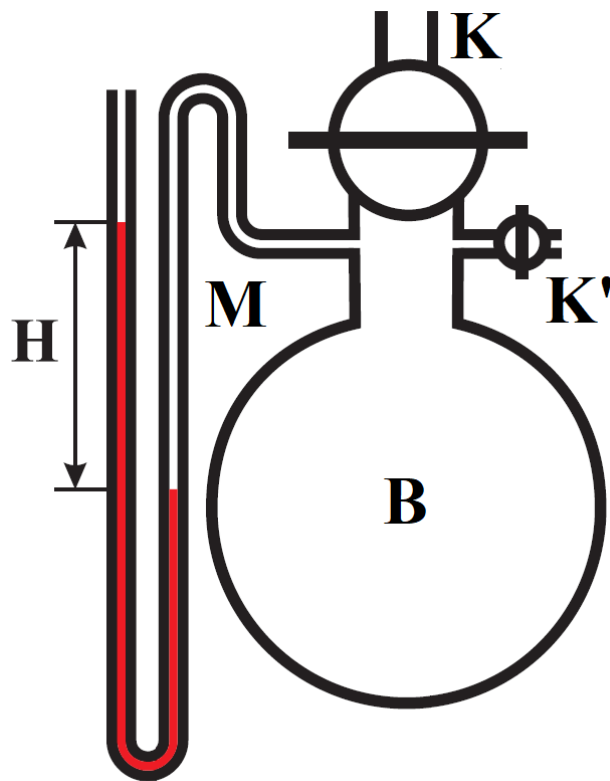
Protože $h \ll b$, můžeme s použitím rozvoje pro logaritmus psát

$$\log(b+h) = \log b + \frac{h}{b}, \quad (10)$$

$$\log(b+h') = \log b + \frac{h'}{b}. \quad (11)$$

Pro κ pak z rovnice (9) dostaneme

$$\kappa = \frac{h}{h - h'}. \quad (12)$$



Obrázek 1: Schéma Clémentova-Désormesova přístroje.

3.2 Metoda kmitajícího pístku

Měřicí sestava je vyobrazena na Obr. 2. V trubici (2) se volně s nepatrnou vůlí pohybuje pístek z umělé hmoty (4). Do baňky je trubicí (5) přiváděn měřený plyn. Tím se vytvoří mírný přetlak, který tlačí pístek směrem nahoru. Když pístek přejde přes postranní otvor (3), tlak v baňce (1) se zmenší, pístek poklesne a celý proces se opakuje. Vhodným nastavením tlaku v baňce lze docílit toho, aby pístek kmital symetricky okolo otvoru (3).

Jestliže se pístek o poloměru r posune v trubici o délku x z rovnovážné polohy, tlak v baňce se změní o dp . Síla působící na pístek bude

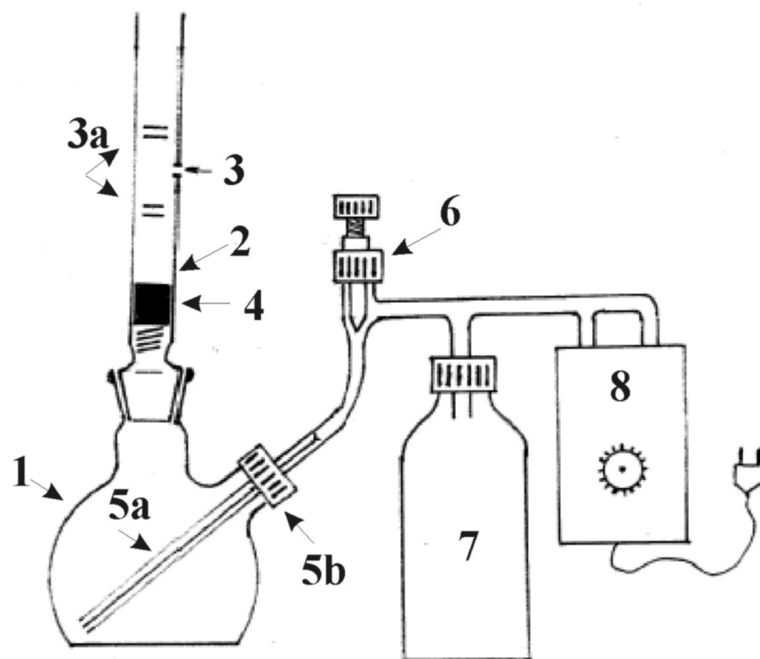
$$m \frac{d^2x}{dt^2} = \pi r^2 dp \quad (13)$$

$$p = b + \frac{mg}{\pi r^2}$$

kde m je hmotnost pístku, r jeho poloměr, p je okamžitý tlak v baňce a b je atmosferický tlak. Protože pístek kmitá rychle, lze předpokládat, že změny tlaku v baňce jsou adiabatické a platí pro ně rovnici (2). Odtud lze již odvodit rovnice pro Poissonovu konstantu

$$\kappa = \frac{4mV}{T^2 p r^4}, \quad (14)$$

kde T je perioda kmitu pístku.



Obrázek 2: Schéma aparatury na měření Poissonovy konstanty metodou kmitajícího pístku. 1 - skleněná baňka; 2 - válcová skleněná trubice; 3 - průduchy na straně trubice, označen ryskami 3a; 4 - umělohmotný pístek; 5a - přívodní kapilára; 5b - převlečná matice; 6 - ventil; 7 - zásobní lahev; 8 - vzduchová pumpa.

4 Postup měření

4.1 Clémentova-Désormesova metoda

- Kohout K je umístěn na pružince a instalován se snímačem, který měří jak dlouho byl kohout K otevřen.
- Snímač nastavte do režimu "gate".
- Otevřete kohout K' , vzduch v bání stlačte gumovým měchem a kohout K' zavřete.
- Změřte rozdíl hladin h .
- Stiskem krátce otevřete kohout K .
- Změřte rozdíl hladin h' a zaznamenejte si dobu otevření kohoutu K .

4.2 Metoda kmitajícího pístku

- Regulační knoflík na pumpičce nastavíme na minimum a pumpičku uvedeme do chodu. Vhodným nastavením otevření ventilk a regulačního knoflíku na pumpičce dosáhneme takového stavu, aby pístek kmital souměrně mezi ryskami na trubici. Opatrně, pístek rád z trubice vyskakuje!

- Pístek by měl být registrován fotosnímačem ve své nejvyšší poloze.
- Snímač nastavte na režim počítání pulzů, dobu měření zvolte 5 minut. Měření několikrát opakujte.

5 Rady

- Neodečítejte z manometru hned, nechte plyn v bání vyrovnat teplotu s okolím.
- Doba, po kterou je otevřen ventil během adiabatické expanze, není zanedbatelná. Pro účely měření postačí, když budete hodnotu Poissonovy konstanty uvažovat lineárně závislou na čase. Extrapolací naměřených hodnot zjistíte $\kappa(0)$.
- V domácím úkolu uvažujte aproximaci malých kmitů a použijte $dV = \pi r^2 x$ a pomůže vám, když jako první krok spočítáte totální diferenciál rovnice (2).
- Nezapomeňte diskutovat všechny chyby měření a pokud nějaké ve výsledku zanedbáte, zdůvodněte proč.
- Objem láhve je $V = 1,133$ l, hmotnost pístku je $m = 4,59 \cdot 10^{-3}$ kg a jeho průměr je $2r = 11,90 \cdot 10^{-3}$ m.

6 Umím odpovědět?

- Co je první věc, která se má podle návodu udělat při měření metodou kmitajícího pístku?
- Co se děje s plynem v baňce při metodě kmitajícího pístku?
- K jakým termodynamickým procesům a v jakém pořadí dochází při Clément-Désormesově metodě v měřeném plynu?
- Proč měříme během adiabatické expanze při Clément-Désormesově metodě dobu otevření ventilu?

7 Literatura:

- [1] Brož a kol., *Základy fyzikálních měření I*, Praha: SPN, 1983, str. 216 až 217.
- [2] Peters, R. D., *Ruchardt Oscillator Decay- Thermodynamic basis for Hysteretic Damping*, arXiv:physics/0306136 [physics.class-ph], <http://arxiv.org/html/physics/0306136v1>.

Část II

Měření dutých objemů

1 Pracovní úkoly

1. Určete objem prachovnice metodou vážení.
2. Určete objem téže prachovnice pomocí komprese plynu.
3. Oba výsledky vzájemně porovnejte.

2 Pomůcky

Měřený objem (prachovnice), záslepka, speciální plynová byreta s porovnávacím ramenem, katetometr, teploměr, barometr, digitální váhy.

3 Základní pojmy a vztahy

Objem nádoby lze určit tak, že ji beze zbytku vyplníme kapalinou známe hustoty, například vodou. Je-li hmotnost vody vyplňující nádobu m_v , platí pro objem této nádoby vztah

$$V = \frac{m_v}{\rho_v} = m_v V_v, \quad (15)$$

kde ρ_v je hustota vody a V_v je tzv. jednotkový objem vody, pro který platí vztah

$$V_v = 0.9998(1 + 0.00018t) \left[\frac{\text{cm}^3}{\text{g}}; ^\circ\text{C} \right], \quad (16)$$

kde t je teplota vody.

Objemy, jejichž velikost nelze z nějakých důvodů měřit vážením vody, je možné měřit kompresí plynu. Použijeme k tomu aparaturu z Obr. 3. K měřenému objemu V se připojí horní konec plynové byrety B , jejíž dolní konec je spojen se svislou srovnávací trubicí T stejného průměru a se zásobní nádobou Z . Změnou výšky nádoby Z je možno vytlačovat vodu do byrety a do srovnávací trubice. Sahá-li voda v byretě před kompresí k dílku V_1 a stoupne-li po kompresi k dílku V_2 , stoupne tlak v objemu z původní hodnoty p na hodnotu $p + \Delta p$. Přetlak Δp se projeví rozdílem hladin Δh v byretě B a ve srovnávací trubicí T (viz Obr. 3). Podle Boyle-Mariotteova zákona platí

$$p(V + V_{100} - V_1) = (p + \Delta p)(V + V_{100} - V_2), \quad (17)$$

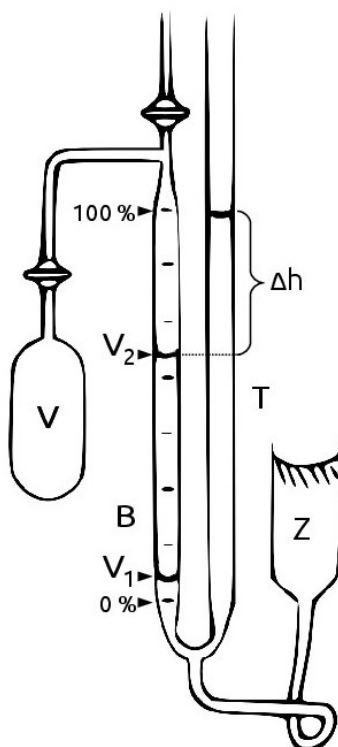
kde V je měřený objem a V_{100} je objem zcela naplněné byrety. Úpravou dostaneme vztah

$$V = (V_2 - V_1) \frac{p}{\Delta p} + V_2 - V_{100}. \quad (18)$$

Počáteční tlak p volíme atmosférický (pomocí kohoutu na byretě), přetlak Δp určíme ze vztahu

$$\Delta p = \Delta h \rho g, \quad (19)$$

kde g je gravitační zrychlení a ρ je hustota vody. Na začátku každého měření se musí tlak v láhvi, jejíž objem je měřen, vyrovnat s atmosférickým. To se provede pomocí kohoutu na vrcholu



Obrázek 3: Schéma aparatury na měření objemů kompresí plynu. B - byreta, T - srovnávací trubice, Z - zásobní nádoba, V - měřený objem.

byrety. Potom je potřeba kohout zavřít. Takto změřený objem V ovšem zahrnuje i objem trubice spojující byretu s měřeným objemem! Proto je třeba stejným způsobem ještě určit tzv. nulový objem V' , kdy v našem případě místo prachovnice použijeme záslepku. Výsledný objem potom získáme vzájemným odečtením obou výsledků.

4 Rady

- Rozdíl výšek hladin Δh měřte pomocí katetometru. Údaje odečítejte s přesností na setiny až tisíciny milimetru. Návod na obsluhu katetometru se nachází na webu praktik v dokumentu Návod k přístrojům 1.
- Pro převod mezi stupnicí na byretě (procenta) a jejím objemem použijte Tab. 1.
- Nezapomeňte diskutovat všechny chyby měření a pokud nějaké ve výsledku zanedbáte, zdůvodněte proč.

Dílek [%]	0	5	10	15	20	25	100
Objem [cm ³]	0	3.3	6.6	9.9	13.2	16.4	65.6

Tabulka 1: Převod mezi stupnicí na byretě a jejím objemem.

5 Umím odpovědět?

- Popiš metodu měření objemu pomocí komprese plynu.

Literatura:

- [1] Kolektiv praktika, *Návody k přístrojům*, http://praktikum.fjfi.cvut.cz/documents/navody_tex.pdf.
 [2] Brož a kol., *Základy fyzikálních měření I*. Praha: SPN, 1983. Str. 98 až 104.