

1. Sprawdzić, czy formuła zdaniowa $[(\sim p \vee \sim q) \wedge p] \Rightarrow \sim q$ jest tautologią.

4

2. Formułę zdaniową $p \Rightarrow (\sim q \Rightarrow p)$ zapisać za pomocą funktora NAND (czyli za pomocą kreski Sheffera). Przedstawić poszczególne etapy dochodzenia do ostatecznej postaci.

4

3. Sprawdzić, czy schemat $\frac{(p \Rightarrow q) \Rightarrow r, \sim p}{r}$ jest regułą wnioskowania.

4

4. Czy dla każdych zbiorów A , B i C prawdziwa jest równoważność $A \subseteq B \Leftrightarrow C - B \subseteq C - A$. Uzasadnić swoje stwierdzenia.

4

5. Indukcyjnie wykazać, że liczba $x_n = 5 \cdot 2^{3n+1} + 3^{3n+2}$ jest podzielna przez 19 dla każdej liczby $n \in \mathbb{N}$.

4

6. Wykazać, że jeśli $\{A_i\}_{i \in I}$ i $\{B_i\}_{i \in I}$ są rodzinami podzbiorów danego zbioru X , to $\bigcap_{i \in I} A_i \cup \bigcap_{i \in I} B_i \subseteq \bigcap_{i \in I} (A_i \cup B_i)$. Wskazać przykład rodzin pokazujących, że $\bigcap_{i \in I} A_i \cup \bigcap_{i \in I} B_i$ może być podzbiorem właściwym zbioru $\bigcap_{i \in I} (A_i \cup B_i)$.

5

7. Dany jest zbiór $A = \langle -1; 3 \rangle$ i funkcja $f: R \rightarrow R$, gdzie $f(x) = |x - 2|$. Wyznaczyć:

4

$f(A)$

$f^{-1}(A)$

$f(f(A))$

$f^{-1}(f(A))$

$f(f^{-1}(A))$

8. Dane są funkcje $f: A \rightarrow B$ i $g: B \rightarrow C$. Wykazać, że jeśli f i g są różnowartościowe, to także funkcja $g \circ f: A \rightarrow C$ jest różnowartościowa. Czy z faktu, że funkcja $g \circ f: A \rightarrow C$ jest różnowartościowa wynika, że funkcje f i g są różnowartościowe? Podać odpowiedni przykład.

4

9. Podać definicję relacji przechodniej. Niech R i S będą relacjami przechodnimi w zbiorze X . Wykazać przechodność relacji $R \cup S$, albo wskazać (z uzasadnieniem) przykład pokazujący, że tak nie musi być.

4

10. Podać definicję zbiorów równolicznych. Formalnie wykazać, że zbiór $N = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ jest równoliczny ze zbiorem $M = \{3, 6, 9, \dots\}$. Wskazać odpowiednią funkcję i wykazać, że ma ona żądane własności.

4

11. Narysować diagram Hassego relacji podzielności w zbiorze $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24\}$. Dany jest zbiór $B = \{2, 3, 4, 6, 8\}$. Wskazać (jeśli to możliwe):

4

element(y) najmniejsze zbioru B :

element(y) największe zbioru B :

element(y) minimalne zbioru B :

ograniczenia górne zbioru B :

kres górny zbioru B :

kres górny zbioru $\{2, 4, 6\}$: