| Nazwisko i imię | Nr albumu | Nr grupy | 16.02.2007 **WdM Egz. 2** |
|---|---|---|---|

Prawdziwość każdego stwierdzenia zaznacz znakiem ⊞, a jego fałszywość znakiem ⊟. Brak odpowiedzi potraktujemy tak samo, jak błędną odpowiedź.

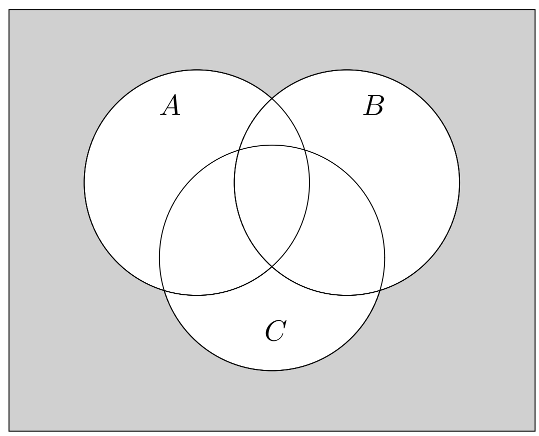
1. Jeśli $A = \{2, 10, 8, 4, 6\}$ i $B = \{3, 4, 6, 9, 10\}$, to spośród równości
   (1) $A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10\}$,
   (2) $A \cap B = \{4, 6, 10\}$,
   (3) $A - B = \{2, 8, 6\}$
   prawdziwe są: $(a)$ tylko (1) i (2) ☐; $(b)$ tylko (2) ☐; $(c)$ tylko (3) ☐; $(d)$ tylko (2) i (3) ☐.

2. Dane są podzbiory $A$, $B$ i $C$ zbioru $X$, gdzie $C = A - B$. Wtedy: $(a)$ $C \subseteq A$ ☐; $(b)$ $C \subseteq B$ ☐; $(c)$ $C \cap B = \emptyset$ ☐; $(d)$ $A \cap C \cap B' = \emptyset$ ☐; $(e)$ $A \cap B' \cap C = C$ ☐.

3. Dane są zbiory $A = \{(x, y) \in R^2 \colon x^2 + y^2 = 17\}$ i $B = \{(x, y) \in R^2 \colon x + y = 5\}$. Wtedy zbiorem $A \cap B$ jest: $(a)$ $\{4\}$ ☐; $(b)$ $\{1, 4\}$ ☐; $(c)$ $\{(1, 4)\}$ ☐; $(d)$ $\{(4, 1)\}$ ☐; $(e)$ $\{(1, 4), (4, 1)\}$ ☐.

4. Zdanie $(p \vee \sim q \vee r) \wedge (\sim p \vee q \vee r) \wedge (p \vee \sim q \vee \sim r)$ jest fałszywe, gdy:
   $(a)$ $p$ jest fałszywe, $q$ fałszywe i $r$ fałszywe ☐;
   $(b)$ $p$ jest prawdziwe, $q$ fałszywe i $r$ fałszywe ☐;
   $(c)$ $p$ jest prawdziwe, $q$ prawdziwe i $r$ fałszywe ☐;
   $(c)$ $p$ jest prawdziwe, $q$ prawdziwe i $r$ prawdziwe ☐.

5. Zaciemniona część diagramu Venna reprezentuje zbiór:
   $(a)$ $(A' \cap B') \cup (B' \cap C') \cup (C' \cap A')$ ☐;
   $(b)$ $A' \cup B' \cup C'$ ☐;
   $(c)$ $A' \cap B' \cap C'$ ☐;
   $(d)$ $(A \cap B') \cup (B \cap C') \cup (C \cap A')$ ☐;
   $(e)$ $(A' \cap C') \cup (B' \cap C')$ ☐.




6. Spośród tablice wartości logicznych

(1)

| $p$ | $q$ | $p \Rightarrow (q \Rightarrow p)$ |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 |

, (2)

| $p$ | $q$ | $(p \Rightarrow (p \wedge q)) \vee ((p \wedge q) \Rightarrow p)$ |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 |

i (3)

| $p$ | $q$ | $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (q \Rightarrow p)$ |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 |

prawdziwe są: $(a)$ (1), (2) i (3) ☐; $(b)$ tylko (2) ☐; $(c)$ tylko (1) i (2) ☐; $(d)$ tylko (1) i (3) ☐.

7. Spośród 16 możliwych układów wartości logicznych zdań $p$, $q$, $r$ i $s$, zdanie $(p \vee q) \Rightarrow (r \wedge s)$ jest prawdziwe dla dokładnie: $(a)$ 6 układów ☐; $(b)$ 7 układów ☐; $(c)$ 8 układów ☐; $(d)$ 12 układów ☐.

8. Indukcyjnie wykazać, że liczba $n^3 + 5n$ jest podzielna przez 6 dla każdej liczby naturalnej $n$.

9. Wykazać, że zbiory $R - \{1, 2\}$ i $R - \{1\}$ są równoliczne.

10. Niech $R_1$ i $R_2$ będą relacjami równoważności na zbiorze $X$. Wykazać, że wtedy także $R_1 \cap R_2$ jest relacją równoważności na zbiorze $X$.

11. Weźmy pod uwagę zbiory $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ i $Y = \{3, 4\}$. Niech $R$ będzie relacją w zbiorze $\mathcal{P}(X)$, gdzie dla $A, B \in \mathcal{P}(X)$ mamy $(A, B) \in R \Leftrightarrow A \cup Y = B \cup Y$. $(a)$ Wykazać, że $R$ jest relacją równoważności na zbiorze $\mathcal{P}(X)$. $(b)$ Wyznaczyć wszystkie elementy klasy abstrakcji $[\{1, 3\}]_R$. $(c)$ Wyznaczyć liczbę elementów zbioru $\mathcal{P}(X)/R$.