

Nazwisko i imię	Nr albumu	Nr grupy	07/08 WdM Egz. 3
-----------------	-----------	----------	-------------------------

1. Wykazać, że dla dowolnych zbiorów A , B i C mamy $C - (A \cup B) = (C - A) \cap (C - B)$.



2. Wyznaczyć sumę $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n$ i iloczyn $\bigcap_{n \in \mathbb{N}} A_n$ rodziny $\{A_n\}_{n \in \mathbb{N}}$, gdzie $A_n = \{x \in \mathbb{R}: n \leq x \leq n + 2\}$ dla $n \in \mathbb{N}$.



3. Indukcyjnie wykazać, że liczba $5 \cdot 7^{2n+2} + 2^{3n}$ jest podzielna przez 41 dla każdej liczby naturalnej n .



4. Metodą nie wprost udowodnić, że schemat $\frac{p \Rightarrow (r \Rightarrow s)}{(r \wedge \sim s) \Rightarrow \sim p}$ jest regułą wnioskowania.



5. Dane są funkcje $f: A \rightarrow B$ i $g: B \rightarrow C$. Wykazać, że jeśli funkcja $g \circ f$ jest injekcją i f jest surjekcją, to funkcja g jest injekcją.



6. Zakładamy, że dla liczb $a, b \in \mathbb{Z}$ mamy $a \sim b$ wtedy i tylko wtedy, gdy liczba $2a + 3b$ jest podzielna przez 5. (a) Wykazać, że \sim jest relacją równoważności w zbiorze \mathbb{Z} . (b) Wyznaczyć klasy abstrakcji liczb 0, 1, 2, 3 i 4 względem relacji \sim . (c) Wyznaczyć zbiór ilorazowy \mathbb{Z}/\sim .



7. Wykazać, że zbiór liczb wymiernych jest przeliczalny.



8. Wykazać równoliczność zbiorów \mathbb{R} i $\mathbb{R} - \langle 0; 1 \rangle$. Wskazać przykład funkcji ustalającej równoliczność zbiorów \mathbb{R} i $\mathbb{R} - \langle 0; 1 \rangle$. Uzasadnić poprawność swojego przykładu.

