Nazwisko i imię	Nr albumu	Nr grupy	07/08 **WdM Egz. 2**

1. Sprawdzić, czy schemat $\dfrac{(p \vee q) \Rightarrow r}{p \Rightarrow r}$ jest regułą wnioskowania? Uzasadnić swoje stwierdzenie.

2. Wyznaczyć sumę $\bigcup_{t\in T} A_t$ i iloczyn $\bigcap_{t\in T} A_t$ rodziny $\{A_t\}_{t\in T}$, gdzie $A_t = \{x \in \mathbb{R}\colon t^2 \leqslant x \leqslant (t+1)^2\}$, $t \in T = \mathbb{N}$.

3. Indukcyjnie wykazać, że liczba $10^{2n} - (-1)^n$ jest podzielna przez 101 dla każdej liczby naturalnej n.

4. Dana jest funkcja $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, gdzie $f(x) = x/\sqrt{x^2+2}$. (a) Pokazać, że funkcja f jest różnowartościowa. (b) Wyznaczyć $f(\mathbb{R})$. (c) Czy funkcja $f\colon \mathbb{R} \to f(\mathbb{R})$ jest odwracalna? (d) Wyznaczyć $f^{-1}(x)$ dla funkcji $f\colon \mathbb{R} \to f(\mathbb{R})$, jeśli jest ona odwracalna.

5. Wykazać, że dla funkcji $f\colon X \to Y$ oraz podzbiorów B_1 i B_2 zbioru Y mamy $f^{-1}(B_1 \cup B_2) = f^{-1}(B_1) \cup f^{-1}(B_2)$.

6. Wykazać, że w zbiorze liniowo uporządkowanym element maksymalny jest elementem największym.

7. Wykazać, że zbiory $\mathbb{N}$ i $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ są równoliczne.

8. Wskazać przykład funkcji ustalającej równoliczność zbiorów $\langle -1; 1\rangle$ i $\langle -1; 1\rangle - \{0\}$. Uzasadnić poprawność swojego przykładu.