DRUKOWANYMI I CZYTELNYMI LITERAMI wpisać swoje nazwisko i imię	Nr albumu	7.02.2025	A

1. Formułę zdaniową $(p \vee (\sim q \Rightarrow r)) \Rightarrow (\sim r \vee p)$ zapisać w postaci równoważnej, korzystając tylko z funktorów $\sim$ oraz $\wedge$.

2. Dana jest wypowiedź: *Jeśli kot chrapie, to mysz tańczą, ale myszy nie tańczą, więc kot nie chrapie.* Przedstawić schemat tej wypowiedzi i formalnie zbadać poprawność (lub brak poprawności) widocznego tam rozumowania.

3. Dane są zbiory A, B i C. Udowodnić równość $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$ albo za pomocą kontrprzykładu uzasadnić, że tak nie musi być.

4. Dana jest funkcja $f : X \to Y$ oraz podzbiory A i B zbioru Y. Wykazać, że $f^{-1}(A \cap B) = f^{-1}(A) \cap f^{-1}(B)$. Przedstawić formalne uzasadnienie równości.

5. Indukcyjnie wykazać, że liczba $x_n = 10^{3n+1} + 3(-1)^n$ jest podzielna przez 13 dla każdej liczby $n \in \mathbb{N}$.

6. Dany jest zbiór częściowo uporządkowany $(\mathcal{P}(\{1,2,3,4\}), \subseteq)$, gdzie $\mathcal{P}(\{1,2,3,4\})$ jest zbiorem wszystkich podzbiorów zbioru $\{1,2,3,4\}$ i $\subseteq$ jest relacją zawierania się zbiorów. (1) Niżej narysować diagram Hassego tego częściowego porządku i na nim zaznaczyć zbiór $B = \{\{1,2\},\{1,3\}\{1,2,4\},\{1,3,4\}\}$. (2) Dla zbioru B wyznaczyć (jeśli to możliwe) elementy:

1. minimalne:
2. maksymalne:
3. najmniejsze:
4. największe:
5. ograniczenia dolne:
6. kresy dolne:
7. ograniczenia górne:
8. kresy górne:

7. W zbiorze $\mathbb{R}$ określona jest relacja $\sim$, gdzie dla $a, b \in \mathbb{R}$ jest $a \sim b$ wtedy i tylko wtedy, gdy $a - b \in \mathbb{Z}$. (1) Formalnie wykazać, że $\sim$ jest relacją równoważności w zbiorze $\mathbb{R}$. (2) Wyznaczyć klasę abstrakcji $[0]_\sim$. Uzasadnić swoją propozycję!

8. Przez $A_n = \{0,1\}^{\{1,2,\ldots,n\}}$ oznaczamy zbiór wszystkich zero-jedynkowych ciągów długości n. Wyznaczyć moce zbiorów A_n oraz zbioru $A = \bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$ (czyli zbioru wszystkich skończonych ciągów zero-jedynkowych). Uzasadnić swoje stwierdzenia.