Nazwisko i imię	Nr albumu	Nr grupy	07/08 **WdM Egz. 1**

1. Sprawdzić, czy schemat $\dfrac{p \Rightarrow (\sim q),\ r \Rightarrow q,\ r}{\sim p}$ jest regułą wnioskowania? Uzasadnić swoje stwierdzenie.

2. Wykazać, że jeśli $\mathcal{A} = \{A_0, A_1, A_2, \ldots\}$ i $A_i = \{i, i+1, i+2, \ldots\}$ dla $i \in \mathbb{N}$, to $\bigcup_{i\in\mathbb{N}} A_i = \mathbb{N}$ i $\bigcap_{i\in\mathbb{N}} A_i = \emptyset$.

3. Indukcyjnie wykazać, że liczba $10^{n+1} + 10^n + 1$ jest podzielna przez 3 dla każdej liczby naturalnej n.

4. Niech $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ będzie funkcją taką, że $f(x) = 2\lfloor x \rfloor - x$. (a) Naszkicować wykres funkcji f. (b) Udowodnić, że f jest różnowartościowa. (c) Wykazać, że $f(\mathbb{R}) = \mathbb{R}$. (d) Czy f jest odwracalna? (e) Wyznaczyć wzór na $f^{-1}(x)$, jeśli funkcja f jest odwracalna.

5. Wykazać, że dla funkcji $f\colon X \to Y$ oraz podzbiorów A_1 i A_2 zbioru X mamy $f(A_1) - f(A_2) \subseteq f(A_1 - A_2)$. Podać przykład funkcji f oraz zbiorów A_1 i A_2 pokazujących, że może być $f(A_1) - f(A_2) \neq f(A_1 - A_2)$.

6. Wykazać, że jeśli $(A, \leqslant)$ jest zbiorem liniowo uporządkowanym, to w A jest co najwyżej jeden element maksymalny.

7. Wykazać, że odcinek $(0;1)$ nie jest przeliczalny.

8. Wskazać przykład funkcji ustalającej równoliczność zbiorów $\mathbb{R}$ i $\mathbb{R} - \{0\}$. Uzasadnić poprawność swojego przykładu.