DRUKOWANYMI I CZYTELNYMI LITERAMI wpisać swoje nazwisko i imię	Nr albumu	19.02.2024	B

1. Zbadać, czy schemat $\dfrac{p \Rightarrow (r \Rightarrow s)}{(r \wedge \sim s) \Rightarrow \sim p}$ jest regułą wnioskowania.

2. Wykazać, że jeśli A, B i C są zbiorami, to $(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$.

3. Formalnie wykazać, że jeśli $\{A_i : i \in I\}$ jest rodziną podzbiorów zbioru X i $A \subseteq X$, to $A \setminus \bigcap_{i \in I} A_i = \bigcup_{i \in I} (A \setminus A_i)$.

4. Wyznaczyć sumy $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n$ i $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} \overline{A_n}$ oraz iloczyny $\bigcap_{n \in \mathbb{N}} A_n$ i $\bigcap_{n \in \mathbb{N}} \overline{A_n}$ rodziny $\{A_n\}_{n \in \mathbb{N}}$, gdzie $A_n = \{x \in \mathbb{R} : n^2 \leqslant x \leqslant (n+1)^2\}$ dla $n \in \mathbb{N}$. Każdorazowo przedstawić formalne uzasadnienie swojego stwierdzenia.

5. Indukcyjnie wykazać, że liczba $x_n = 11^{n+2} + 12^{2n+1}$ jest podzielna przez 133 dla każdej liczby $n \in \mathbb{N}$.

6. Podać przykład funkcji $f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$, takiej że:

1. f jest różnowartościowa, ale nie jest na:

2. f jest na, ale nie jest różnowartościowa:

3. f nie jest różnowartościowa i nie jest na:

4. f jest różnowartościowa i jest na:

Przedstawić uzasadnienia do swoich przykładów.

7. W zbiorze $\mathbb{Z}$ określona jest relacja $\sim$, gdzie dla $a, b \in \mathbb{Z}$ jest $a \sim b$ wtedy i tylko wtedy, gdy $7 | 3a + 4b$. (1) Formalnie wykazać, że $\sim$ jest relacją równoważności w zbiorze $\mathbb{Z}$. (2) Wyznaczyć klasę abstrakcji $[0]_\sim$. Uzasadnić swoją propozycję!

8. Formalnie uzasadnić, że odcinek $(0; 1)$ nie jest równoliczny ze zbiorem $\mathbb{N}$.