

1. Zbadać poprawność następującego rozumowania: *Gdybyś był inteligentny, to studiowałbyś matematykę. Lecz ty nie studiujesz matematyki. Zatem nie jesteś inteligentny.*

3

2. Bez posługiwania się diagramem Venna udowodnić, że dla każdych zbiorów A , B i C mamy $A - (B \cup C) = (A - B) - C$.

3

3. Niech $\{f_t: t \in R\}$ będzie indeksowaną rodziną funkcji rzeczywistych takich, że $f_t(x) = x^2 - 2tx + 1$ dla $x \in R$. Wyznaczyć $\bigcup_{t \in R} A_t$ i $\bigcap_{t \in R} A_t$, gdy $A_t = f_t^{-1}(\{0\})$ dla $t \in R$. (Może umiesz odpowiedzieć na pytania: 1. Czy $x = 0$ jest elementem zbioru A_t ? 2. Czy $x \neq 0$ jest elementem zbioru A_t ? Dla jakiego t ? 3. Czy istnieje t takie, że $A_t = \emptyset$?)

3

4. Udowodnić, że zbiory $R \times R$ i R są równoliczne. Następnie udowodnić, że zbiór wszystkich okręgów w R^2 jest mocy continuum.

4

5. Dany jest zbiór częściowo uporządkowany $(\mathcal{P}(\{1, 2, 3, 4\}) - \{\emptyset, \{1, 2, 3, 4\}\}, \subseteq)$. Wyznaczyć diagram Hassego tego częściowego porządku oraz określić jego elementy minimalne i maksymalne, najmniejsze i największe.

3

6. Zakładamy, że dla liczb $a, b \in Z$ mamy $a \sim b$ wtedy i tylko wtedy, gdy liczba $2a + 3b$ jest podzielna przez 5. (a) Wykazać, że \sim jest relacją równoważności na zbiorze Z . (b) Wyznaczyć zbiór ilorazowy Z/\sim .

4

7. Dany jest zbiór częściowo uporządkowany (A, \leq) oraz podzbiory B i C zbioru A . Zapisać symbolicznie następujące zdania:

4

1. W A nie ma elementu minimalnego;
2. Istnieje element największy w A ;
3. Każdy element B jest mniejszy od pewnego elementu C ;
4. C jest zbiorem wszystkich elementów minimalnych w A .

8. Wykazać równoliczność zbioru liczb rzeczywistych R i zbioru ciągów zer i jedynek $\{0, 1\}^N$.

4