DRUKOWANYMI I CZYTELNYMI LITERAMI wpisać swoje nazwisko i imię | Nr albumu | 30.01.2024 | A

1. Formułę zdaniową $\sim\big(\sim(p \vee q) \vee (\sim p \wedge q)\big)$ zapisać w postaci równoważnej, korzystając tylko z funktorów $\sim$ i $\Rightarrow$.

2. Sprawdzić, czy schemat $\dfrac{p \Rightarrow \sim q,\ r \Rightarrow q,\ r}{\sim p}$ jest regułą wnioskowania.

3. Przed naszym egzaminem usłyszeliśmy słowa studenta skierowane do jego kolegi: *Jeśli uczyłeś się do tego egzaminu, to ten egzamin zdasz. Ale ty się nie uczyłeś. Zatem tego egzaminu nie zdasz.* Przedstawić schemat tej wypowiedzi i, następnie, formalnie zbadać poprawność (lub brak poprawności) widocznego tam rozumowania.

4. Dana jest funkcja $f: X \to Y$ oraz podzbiory A i B zbioru Y. Wykazać, że $f^{-1}(A-B) = f^{-1}(A) - f^{-1}(B)$. Przedstawić formalne uzasadnienie równości.

5. Indukcyjnie wykazać, że liczba $x_n = 2^{n+2} \cdot 3^n + 5n - 4$ jest podzielna przez 25 dla każdej liczby $n \in \mathbb{N}$.

6. Dany jest zbiór częściowo uporządkowany $(\mathcal{P}(\{1,2,3,4\}), \subseteq)$, gdzie $\mathcal{P}(\{1,2,3,4\})$ jest zbiorem wszystkich podzbiorów zbioru $\{1,2,3,4\}$ i $\subseteq$ jest relacją zawierania się zbiorów. (1) Narysować diagram Hassego tego częściowego porządku i na nim zaznaczyć zbiór $B = \{\{1\}, \{1,2\}, \{1,3\}\{1,4\}, \{1,2,3\}, \{2,3,4\}\}$. (2) Dla danego zbioru B wyznaczyć (jeśli to możliwe) elementy:

1. minimalne:
2. maksymalne:
3. najmniejsze:
4. największe:
5. ograniczenia dolne:
6. kresy dolne:
7. ograniczenia górne:
8. kresy górne:

7. W zbiorze $\mathbb{Z}$ określona jest relacja $\sim$, gdzie dla $a, b \in \mathbb{Z}$ jest $a \sim b$ wtedy i tylko wtedy, gdy $7|3a + 4b$. (1) Formalnie wykazać, że $\sim$ jest relacją równoważności w zbiorze $\mathbb{Z}$. (2) Wyznaczyć klasę abstrakcji $[0]_\sim$. Uzasadnić swoją propozycję!

8. Formalnie uzasadnić, że odcinek $(1; 2)$ nie jest równoliczny ze zbiorem $\mathbb{N}$.