DRUKOWANYMI I CZYTELNYMI LITERAMI wpisać swoje nazwisko i imię | Nr albumu | 2.02.2023 | A

1. Sprawdzić, czy schemat $\dfrac{p \Rightarrow (r \Rightarrow s)}{(r \wedge \sim s) \Rightarrow \sim p}$ jest regułą wnioskowania.

2. Usłyszeliśmy słowa studenta skierowane do jego kolegi: *Gdybyś był inteligentny, to studiowałbyś informatykę w Uniwersytecie Gdańskim. Ale ty tutaj nie studiujesz informatyki. Zatem nie jesteś inteligentny.* Przedstawić schemat tej wypowiedzi i, następnie, zbadać poprawność (lub brak poprawności) występującego tam rozumowania.

3. Dana jest funkcja $f\colon X \to Y$ oraz podzbiory A zbioru X i B zbioru Y. Wykazać, że $A \cap f^{-1}(B) \subseteq f^{-1}(f(A) \cap B)$. Za pomocą przykładu pokazać, że zbiory $A \cap f^{-1}(B)$ i $f^{-1}(f(A) \cap B)$ nie muszą być równe.

4. Krok po kroku indukcyjnie wykazać, że liczba $x_n = 3^{3n} - 26n - 1$ jest podzielna przez 169 dla każdej liczby $n \in \mathbb{N}$.

5. Dany jest zbiór częściowo uporządkowany $(\mathcal{P}(\{1,2,3,4\}), \subseteq)$, gdzie $\mathcal{P}(\{1,2,3,4\})$ jest zbiorem wszystkich podzbiorów zbioru $\{1,2,3,4\}$ i $\subseteq$ jest relacją zawierania się zbiorów. (1) Narysować diagram Hassego tego częściowego porządku. (2) Wyznaczyć kolejno elementy, które są (1) minimalne, (2) maksymalne, (3) najmniejsze, (4) największe, (5) są ograniczeniami dolnymi, (6) ograniczeniami górnymi, (7) kresami dolnymi i (8) kresami górnymi zbioru $A = \{\{2\}, \{3\}, \{4\}, \{2,3\}, \{2,4\}, \{3,4\}, \{2,3,4\}, \{1,2,3,4\}\}$ w rozważanym częściowym porządku $(\mathcal{P}(\{1,2,3,4\}), \subseteq)$. Koniecznie uzasadnić swoje wybory.

6. Niech R i S będą relacjami w zbiorze $A = \{1,2,3,4,5\}$, gdzie dla $x, y \in A$ jest $xRy \Leftrightarrow 3 | x^2 - y^2$ oraz $xSy \Leftrightarrow 6 \nmid xy$. (1) Każdą z relacji R i S przedstawić na rysunku jako podzbiór zbioru $A \times A$. (2) Zbadać, która z tych czterech relacji R, S, $R \cup S$ oraz $R \cap S$ jest relacją równoważności. Uzasadnić każde swoje stwierdzenie.

7. Udowodnić równoliczność zbiorów $\mathbb{R} \setminus (-2023; 2023)$ i $(-1; 1) \cup \{n \in N : n \geq 2023\}$.