

En el proyecto se utilizan las ecuaciones de Saint Venant para poder modelar el comportamiento del caudal del río y de su profundidad.

La ecuación de continuidad es:

$$\frac{\partial s_c(A + A_0)}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} - q_L = 0 \quad (1)$$

Donde s_c es el coeficiente de sinuosidad, A es el área, t es el tiempo, Q es el caudal, x es la distancia del río, y , q_L es el flujo lateral que se define como:

$$q_L = q_{L1} + q_{L2}$$

Donde q_{L1} es el sobreflujo lateral y q_{L2} es la filtración del desborde (lo que sale).

Por otro lado, se tiene la ecuación del momentum:

$$\frac{\partial S_m Q}{\partial t} + \frac{\partial(\beta Q^2/A)}{\partial x} + gA \left(\frac{\partial h_r}{\partial x} + S_f + S_{ec} \right) + M_L = 0 \quad (2)$$

Donde S_m es el factor de sinuosidad, Q es el caudal, t es el tiempo, β es el coeficiente del momentum para la distribución de la velocidad, A es el área, x es la distancia del río, g es la aceleración de la gravedad, h_r es la altura del río, S_f es la fricción de la pendiente, S_{ec} es la pérdida por fricción, y, M_L es el flujo del momento en los bordes.

Se va a realizar una aproximación numérica mediante el método de diferencias finitas, por lo tanto, las ecuaciones 1 y 2 se adaptan a continuación, en primer lugar, la ecuación 1 de continuidad.

$$\begin{aligned} \frac{\partial s_c(A + A_0)}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} - q_L &= 0 \\ \frac{s_c(A + A_0)_i^{j+1} - s_c(A + A_0)_i^j}{\Delta t} + \frac{Q_i^j - Q_{i-1}^j}{\Delta x} - q_{Li}^j &= 0 \end{aligned}$$

$$A_i^{j+1} = \frac{\left(q_{Li}^j - \frac{Q_i^j - Q_{i-1}^j}{\Delta x} \right) \Delta t + s_c(A + A_0)_i^j}{s_c} - (A_0)_i^{j+1} \quad (3)$$

Ahora, para la ecuación 2 de momentum:

$$\frac{s_m(Q)_i^{j+1} - s_m(Q)_i^j}{\Delta t} + \frac{(\beta Q^2/A)_i^j - (\beta Q^2/A)_{i-1}^j}{\Delta x} + gA \left(\frac{(h_r)_i^j - (h_r)_{i-1}^j}{\Delta x} + S_f + S_{ec} \right) + M_L = 0$$

Despejando para Q_i^{j+1} :

$$Q_i^{j+1} = \frac{\left[-M_L - g(A_i^j) \left(\frac{(\frac{A}{W})_i^j - (\frac{A}{W})_{i-1}^j}{\Delta x} + S_t + S_a \right) - \frac{(\frac{\beta Q^2}{A})_i^j - (\frac{\beta Q^2}{A})_{i-1}^j}{\Delta x} \right] \Delta t + S_m(Q)_i^j}{s_m} \quad (4)$$

Se hizo el cambio de variable $h = \frac{A}{W}$