

KONSTRUKCJE BETONOWE

PROJEKT NR 2

przykład opracował
Grzegorz Wandzik

Gliwice, 2009r.

KONSTRUKCJE BETONOWE, SEM 3, PROJEKT NR 2

Temat: **Obliczenia wytrzymałościowe słupa żelbetowego.**

Wykonać obliczenia wytrzymałościowe monolitycznego słupa żelbetowego o zadanych wymiarach dla następujących danych.

Dane:

Rodzaj konstrukcji (dane wspólne):

- a) rama monolityczna
- b) nieusztyniona

Wysokość słupa:

l_{col} [m]= (temat)

Współczynnik wyboczeniowy:

β = (temat)

Przekrój słupa:

b [m] x h [m]= (temat)

Siły wewnętrzne:

N_{Ed} [kN]= (temat)

M_{0Ed1} [kNm]= (temat)

M_{0Ed2} [kNm]= (temat)

stosunek momentów zginających dla quasi-stałych kombinacji obciążeń (M_{0Edqp}) i momentów obliczeniowych dla kombinacji podstawowej (M_{0Ed}) wynik obliczeń statycznych (w projekcie przyjąć z zakresu 0,5-0,8)

Klasa ekspozycji:

(przyjąć dowolnie)

Klasa betonu:

(temat)

Klasa / gatunek stali:

(temat)

Współczynnik pełzania:

(temat)

przyjmowany z normy na podstawie wilgotności względnej RH, czasu przyłożenia obciążenia t_0 , klasy betonu

Projekt słupa obejmuje:

1. Wyznaczenie dodatkowych danych niezbędnych do projektowania elementu,
2. Korektę wartości sił wewnętrznych (ustalenie wpływu efektów II rzędu metodą nominalnej sztywności),
3. Wymiarowanie przekroju,
4. Sprawdzenie poprawności założeń przyjętych do analizy efektów II rzędu,
5. Sprawdzenia nośności przekroju,
6. Wykonanie rysunku przekroju w skali 1:5.

Uwagi do projektu:

1. Brakujące dane (takie jak wilgotność względna środowiska, klasa ekspozycji, część długotrwała obciążeń itp.) w niniejszym projekcie mogą zostać przyjęte w sposób dowolny (logiczny).

Normy:

- [1] PN-EN 1992-1-1 Eurokod 2: Projektowanie konstrukcji z betonu. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.

1. DANE – USTALENIE DODATKOWYCH WIELKOŚCI

Rodzaj konstrukcji (dane wspólne):

- a) monolityczna
b) nieusztynwiona

Wysokość słupa:

$$l_{col} [m] = 5,0$$

Współczynnik wyboczeniowy:

$$\beta = 1,8$$

Przekrój słupa:

$$b[m] \times h[m] = 0,3 \times 0,5$$

Siły wewnętrzne:

$$N_{Ed} [kN] = 800$$

$$M_{0Ed1} [kNm] = 265$$

$$M_{0Ed2} [kNm] = 265$$

stosunek momentów zginających dla quasi-stałej kombinacji
obciążeń (M_{0Edqp}) i kombinacji podstawowej (M_{0Ed})

$$0,6$$

Klasa ekspozycji:

XC1

Wilgotność względna środowiska

$$RH[\%] =$$

50

Klasa betonu:

C20/25

Klasa (gatunek) stali:

B500B (RB-500W)

1.1. Dodatkowe wielkości odczytane z normy

Cechy betonu C20/25 (Eurokod 2, tablica 3.1)

Wytrzymałość charakterystyczna na ściskanie:

$$f_{ck} = 20,0 \text{ MPa (walcowa)}$$

Wytrzymałość obliczeniowa na ściskanie:

$$f_{cd} = f_{ck} / \gamma_c = 20 / 1,4 = 14,3 \text{ MPa}$$

Wytrzymałość średnia na ściskanie:

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 \text{ MPa} = 28,0 \text{ MPa}$$

Moduł sprężystości (średni):

$$E_{cm} = 30,0 \text{ GPa}$$

Moduł sprężystości (obliczeniowy):

$$E_{cd} = E_{cm} / 1,2 = 25,8 \text{ GPa}$$

Odształcenie przy osiągnięciu wytrzymałości f_{cd} :

$$\varepsilon_{c2} = 2,0 \text{ ‰}$$

Odształcenie przy zniszczeniu:

$$\varepsilon_{cu2} = 3,5 \text{ ‰}$$

Cechy stali klasy B500B (RB-500W)

Granica plastyczności charakterystyczna:

$$f_{yk} = 500 \text{ MPa}$$

Granica plastyczności obliczeniowa:

$$f_{yd} = f_{yk} / 1,15 = 435 \text{ MPa}$$

Moduł sprężystości:

$$E_s = 200 \text{ GPa}$$

Odształcenie stali przy odpowiadające granicy plastyczności: $\varepsilon_{yd} = -2,17\text{‰}$

$$\varepsilon_{yd} = -\frac{f_{yd}}{E_s} = -\frac{435}{200 \cdot 10^3} = -2,17\text{‰}$$

Względna graniczna wysokość strefy ściskanej betonu: $\xi_{eff,lim} = 0,49$

$$\xi_{eff,lim} = 0,8 \cdot \frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{cu2} - \varepsilon_{yd}} = 0,8 \cdot \frac{3,5}{3,5 + 2,17} = 0,49 \text{ (wzór według PN-B-03264:2002)}$$

Uwaga:

Zgodnie z informacją w polskim załączniku krajowym do Eurokodu 2, w obliczeniach można przyjmować współczynnik materiałowy dla betonu $\gamma_c = 1,4$ (stąd wytrzymałość obliczeniowa betonu na ściskanie wynosi: $f_{cd} = f_{ck} / \gamma_c = 20 / 1,4 = 14,3 \text{ MPa}$). Norma EN proponuje przyjęcie współczynnika materiałowego $\gamma_c = 1,5$ i w konsekwencji niższej wytrzymałości obliczeniowej.

Wyznaczenie końcowego oraz efektywnego współczynnika pęłzania:

Współczynnik pęłzania można obliczyć z wykorzystaniem wzorów zamieszczonych w załączniku B lub nomogramów zamieszczonych w punkcie 3.1.4 normy PN-EN 1992-1-1.

W projekcie należy przyjąć współczynnik pęłzania podany w temacie. Obliczenia przedstawione poniżej pokazują zasadę wyznaczania tego współczynnika.

Obliczenia wg załącznika B:

pole powierzchni przekroju: $A_c = b \cdot h = 0,3 \cdot 0,5 = 0,15 \text{ m}^2$

obwód narażony na działanie środowiska: $u = 2 \cdot (b+h) = 2 \cdot (0,3+0,5) = 1,6 \text{ m}$

$h_0 = 2A_c / u = 2 \cdot 0,15 / 1,6 = 187 \text{ mm}$

wilgotność względna środowiska $RH = 50 \%$

czas przyłożenia obciążenia $t_0 = 60$ dni

dla $f_{cm} \leq 35 \text{ MPa}$

$$\varphi_{RH} = 1 + \frac{1 - \frac{RH}{100}}{0,1 \cdot \sqrt[3]{h_0 [\text{mm}]}} = 1 + \frac{1 - \frac{50}{100}}{0,1 \cdot \sqrt[3]{187}} = 1,87$$

współczynnik uwzględniający wpływ wytrzymałości betonu:

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16,8 \text{ MPa}}{\sqrt{f_{cm}}} = \frac{16,8}{\sqrt{28}} = 3,17$$

współczynnik uwzględniający wpływ czasu przyłożenia obciążenia:

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0,1 + t_0^{0,2}} = \frac{1}{0,1 + 60^{0,2}} = 0,42$$

Podstawowy współczynnik pęłzania:

$$\varphi_0 = \varphi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_0) = 1,87 \cdot 3,17 \cdot 0,42 = 2,51$$

Ostatecznie przyjęto współczynnik pęłzania końcowego wynoszący:

$$\varphi(\infty, t_0) = 2,51$$

Efektywny współczynnik pęłzania:

$$\varphi_{ef} = \varphi(\infty, t_0) \cdot \frac{M_{0EDqp}}{M_{0Ed}} = 2,51 \cdot 0,60 = 1,51$$

Proporcja momentów jest wynikiem obliczeń statycznych – w niniejszym projekcie założono wartość równą 0,6.

2. OBLICZENIA WYTRZYMAŁOŚCIOWE – UWZGLĘDNIENIE WPŁYWÓW II RZĘDU

2.1. Określenie długości efektywnej słupa

$$l_0 = \beta \cdot l_{col} = 1,8 \cdot 5,0 = 9,0\text{m}$$

2.2. Założenie wymiarów przekroju (w niniejszym zadaniu odczytano z danych)

$$b=0,30\text{m}; \quad h=0,50\text{m}$$

2.3. Założenie położenia środków ciężkości zbrojenia i określenie wysokości użytecznej przekroju

$$a_1=0,04\text{m}; \quad a_2=0,04\text{m}$$

$$d=h-a_1 = 0,50-0,04 = 0,46\text{m}$$

2.4. Graniczna wysokość strefy ściskanej betonu

$$x_{eff,lim} = \xi_{eff,lim} \cdot d = 0,49 \cdot 0,46 = 0,227\text{m}$$

2.5. Kryterium smukłości

2.5.a. Smukłość słupa

- pole powierzchni przekroju (A_c):

$$A_c = b \cdot h = 0,3 \cdot 0,5 = 0,15\text{m}^2$$

- moment bezwładności przekroju betonowego (I_c) względem osi przechodzącej przez środek ciężkości przekroju betonowego:

$$I_c = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{0,3 \cdot (0,5)^3}{12} = 31,25 \cdot 10^{-4}\text{m}^4$$

- promień bezwładności (i_c) dla przekroju betonowego w płaszczyźnie działania momentu:

$$i = \sqrt{\frac{I_c}{A}} = \sqrt{\frac{31,25 \cdot 10^{-4}}{0,15}} = 0,14\text{m}$$

- smukłość elementu

$$\lambda = \frac{l_0}{i} = \frac{9,0}{0,14} = 62,35$$

2.5.b. Smukłość graniczna

- smukłość graniczna (λ_{lim}):

$$\lambda_{lim} = \frac{20ABC}{\sqrt{n}}$$

- współczynnik uwzględniający wpływ pełzania (A):

$$A = \frac{1}{1 + 0,2\varphi_{ef}} = \frac{1}{1 + 0,2 \cdot 1,51} = 0,77$$

- współczynnik uwzględniający wpływ ilości zbrojenia (B) – ze względu na brak danych na temat ilości zbrojenia przyjęto wartość zalecaną wynoszącą 1,1:

$$B = \sqrt{1 + 2\omega} = 1,1$$

- współczynnik uwzględniający wpływ rozkładu momentów (C):

$$C = 1,7 - r_m = 0,7 \quad (\text{gdzie: } r_m = \frac{M_{0E1}}{M_{0E2}} = \frac{265}{265} = 1,0)$$

- względna siła normalna (osiowa):

$$n = \frac{N_{Ed}}{f_{cd} \cdot A_c} = \frac{800}{14,3 \cdot 10^3 \cdot 0,15} = 0,37$$

- smukłość graniczna (λ_{lim}):

$$\lambda_{lim} = \frac{20ABC}{\sqrt{n}} = \frac{20 \cdot 0,77 \cdot 1,1 \cdot 1,0}{\sqrt{0,37}} = 19,4$$

2.5.c. Kryterium smukłości

- kryterium smukłości:

$$\lambda = 62,4 > \lambda_{lim} = 19,4 \quad \text{element smukły}$$

Element jest smukły. Wymagane jest uwzględnienie efektów II rzędu. W przypadku elementów krępych ($\lambda \leq \lambda_{lim}$) oraz przekrojów przywęzłowych w ustrojach usztywnionych, wpływ efektów II rzędu może być pominięty $\eta=1$ (pomija się punkt 2.7 obliczeń służący do wyznaczenia współczynnika zwiększającego η).

2.6. Mimośrody statyczny i przypadkowy

2.6.a. mimośród statyczny

$$e_0 = \frac{M_{0Ed}}{N_{Ed}} = \frac{265}{800} = 0,331 \text{ m}$$

2.6.b. mimośród przypadkowy (imperfekcje)

$$e_i = \max \begin{cases} l_0/400 = 9,0/400 = 0,023 \text{ m} \\ h/30 = 0,50/30 = 0,017 \text{ m} \\ 0,020 \text{ m} \end{cases} = 0,023 \text{ m}$$

2.7. Wpływy II rzędu (mimośród końcowy)

Dla elementów krępych współczynnik η wynosi $\eta=1$ (można przejść do kolejnego kroku obliczeń). Dla elementów smukłych współczynnik η musi zostać wyznaczony poprzez obliczenie kolejnych wielkości pośrednich.

2.7.a. sztywność nominalna ($EI = K_c E_{cd} I_c + K_s E_s I_s$)

- założenie stopnia zbrojenia (potrzebnego do wyznaczenia siły krytycznej) ρ_B (niedoszacowanie – założenia mniejszego ρ_B jest założeniem bezpiecznym)

$$\rho_B = 0,015$$

- współczynnik efektywności betonu K_c (wpływ pełzania i zarysowania)

$$k_1 = \sqrt{\frac{f_{ck} [\text{MPa}]}{20}} = \sqrt{\frac{20}{20}} = 1,0 \quad k_2 = n \cdot \frac{\lambda}{170} = 0,37 \cdot \frac{62,4}{170} = 0,14 \leq 0,2$$

$$K_c = \frac{k_1 \cdot k_2}{1 + \varphi_{ef}} = \frac{1,0 \cdot 0,14}{1 + 1,51} = 0,055$$

- współczynnik efektywności stali $K_s=1$

- moment bezwładności zbrojenia I_s względem osi przechodzącej przez środek przekroju betonu:

$$I_s = \rho_B \cdot b d \cdot (0,5h - a_1)^2 = 0,015 \cdot 0,3 \cdot 0,46 \cdot (0,25 - 0,04)^2 = 9,13 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$$

- sztywność nominalna

$$\begin{aligned} EI &= K_c \cdot E_{cd} \cdot I_c + K_s \cdot E_s \cdot I_s = 0,055 \cdot 25,8 \cdot 10^3 \cdot 31,25 \cdot 10^{-4} + 1,0 \cdot 200 \cdot 10^3 \cdot 9,13 \cdot 10^{-5} = \\ &= 4,26 + 18,26 = 22,52 \text{ MNm}^2 \end{aligned}$$

2.7.b. siła krytyczna N_B (bazująca na założonym stopniu zbrojenia)

$$N_B = \frac{\pi^2}{l_0^2} \cdot EI = \frac{3,14^2}{9,0^2} \cdot 22,52 \cdot 10^3 = 2744 \text{ kN}$$

2.7.c. współczynnik zwiększający mimośród η

- współczynnik opisujący kształt linii wyboczenia (na długości słupa):

$$\beta = \frac{\pi^2}{c_0} = \frac{3,14^2}{8} = 1,23 \quad (c_0 - \text{współczynnik odpowiadający momentom o stałej wartości})$$

- współczynnik zwiększający mimośród (wpływ efektów II rzędu):

$$\eta = 1 + \frac{\beta}{\frac{N_B}{N_{Ed}} - 1} = 1 + \frac{1,23}{\frac{2744}{800} - 1} = 1,51$$

2.7.d. mimośród końcowy

$$e_{\text{tot}} = \eta(e_0 + e_i) = 1,51 \cdot (0,331 + 0,023) = 0,533 \text{ m}$$

2.8. Siły wewnętrzne miarodajne przy projektowaniu przekroju

$$N_{Ed} = 800 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = N_{Ed} \cdot e_{\text{tot}} = 800 \cdot 0,533 = 426,7 \text{ kNm}$$

3. OBLICZENIA WYTRZYMAŁOŚCIOWE – WYMIAROWANIE PRZEKROJU

3.1. Mimośrodowość względem zbrojenia A_{s1} i A_{s2}

$$e_1 = e_{tot} + 0,5h - a_1 = 0,533 + 0,25 - 0,04 = 0,743 \text{ m}$$

$$e_2 = e_{tot} - 0,5h + a_2 = 0,533 - 0,25 + 0,04 = 0,323 \text{ m}$$

3.2. Zbrojenie minimalne (całkowite)

$$(A_{s1} + A_{s2})^{\min} = \max \left\{ \begin{aligned} 0,10 \cdot \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} &= 0,10 \cdot \frac{800}{435 \cdot 10^3} = 1,84 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \\ 0,002 \cdot b \cdot h &= 0,002 \cdot 0,3 \cdot 0,5 = 2,76 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \end{aligned} \right. = 2,76 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

3.3. Obliczenie zbrojenia A_{s2} z warunku momentów (dla założonego przypadku C2)

$$A_{s2} = \frac{N_{Ed} \cdot e_1 - f_{cd} \cdot b \cdot x_{eff,lim} \cdot (d - 0,5x_{eff,lim})}{f_{yd} \cdot (d - a_2)} =$$
$$= \frac{800 \cdot 0,743 - 14,3 \cdot 10^3 \cdot 0,3 \cdot 0,227 \cdot (0,46 - 0,5 \cdot 0,227)}{435 \cdot 10^3 \cdot (0,46 - 0,04)} = 14,11 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

Liczba prętów zbrojenia (założono średnicę $\varnothing_g = 20\text{mm}$)

$$n_2 = \frac{4 \cdot A_{s2}}{\pi \cdot \varnothing_g^2} = \frac{4 \cdot 14,11 \cdot 10^{-4}}{3,14 \cdot 0,020^2} = 4,49 \quad \text{przyjęto } 5 \varnothing 20$$

3.4. Rozmieszczenie zbrojenia A_{s2}

Zbrojenie A_{s2} (w strefie ściskanej) nie powinno być przyjmowane mniejsze niż 2 pręty $\varnothing 12^1$ ($2,26 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ - konstrukcje monolityczne). Należy również pamiętać, że całkowite zbrojenie w przekroju nie może być mniejsze niż obliczone w punkcie 3.2. zbrojenie minimalne.

Może się zdarzyć, że w punkcie 3.3 otrzymamy zbrojenie $A_{s2} < 0$. Świadczy to, że strefa ściskana przekroju z nadmiarem przenosi ściskanie (dla założonego przypadku C2). Należy przyjąć zbrojenie minimalne (2 $\varnothing 12$).

Rozmieszczenie prętów w przekroju:

Odległość pomiędzy prętami w świetle (wg PN-EN 1992-1-1. pkt. 8.2):

$$c_l \geq \max (20\text{mm}; \varnothing_g; d_g+5\text{mm}) = 21\text{mm} \text{ (przyjęto maksymalną średnicę kruszywa } d_g=16\text{mm)}$$

Otulina zbrojenia (wg PN-EN 1992-1-1. pkt. 4.4.1):

$$c_{nom} \geq c_{min} + \Delta c_{dev} = 20+5=25\text{mm}$$

gdzie:

minimalne wartość otulenia betonem:

$$c_{min} = \max \{ c_{min,b}; c_{min,dur} + \Delta c_{dur,\gamma} - \Delta c_{dur,st} - \Delta c_{dur,add}; 10 \text{ mm} \}$$

$$c_{min} = \max \{ c_{min,b}=20\text{mm}; c_{min,dur} + \Delta c_{dur,\gamma} - \Delta c_{dur,st} - \Delta c_{dur,add} = 15\text{mm}; 10 \text{ mm} \} = 20\text{mm},$$

otulenie ze względu na zapewnienie przyczepności prętów zbrojeniowych:

$$c_{min,b} = 20\text{mm} \text{ (średnica prętów zbrojeniowych);}$$

otulenie ze względu na zapewnienie trwałości konstrukcji:

$$c_{min,dur} = 15\text{mm} \text{ (klasa konstrukcji: S4; klasa ekspozycji: XC1),}$$

odchyłka otulenia:

$$\Delta c_{dev} = 5\text{mm} \text{ (wg PN-EN 1992-1-1 pkt. 4.4.1.3),}$$

Przyjęto: **$5\varnothing 20$: $A_{s2} = 15,71 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$**

$$(n_{21}=5; n_{22}=0) \text{ (} a_{21}=25+6+20/2=41\text{mm}; a_{22}=41+21+20=82\text{mm)}$$

wszystkie 5 prętów umieszczono w warstwie skrajnej (przyjęto średnicę strzemion 6mm):

¹ W EC-2 załącznik krajowy (pkt. 9.5.2.(1)) ustala się minimalną średnicę zbrojenia słupa na 6mm

$$a_2 = \frac{n_{21} \cdot a_{21} + n_{22} \cdot a_{22}}{n_{21} + n_{22}} = \frac{5 \cdot 0,041 + 0 \cdot 0,082}{5 + 0} = 0,041\text{m}$$

W dalszych obliczeniach, do kolejnych wzorów podstawia się przyjęte pole powierzchni zbrojenia ściskanego $A_{s2} = 15,71 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ oraz jego rzeczywiste położenie $a_2 = 0,041\text{m}$.

3.5. Skorygowanie wysokości strefy ściskanej x_{eff}

Potrzebne zbrojenie $A_{s2} = 14,11 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ zostało wyliczone przy założonej wysokości strefy ściskanej $x_{\text{eff,lim}} = 0,227\text{m}$. Ponieważ w rzeczywistości przyjmujemy zbrojenie nieco większe $A_{s2} = 15,71 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$, należy obliczyć jaka wysokość strefy ściskanej jest potrzebna do przeniesienia momentu $N_{\text{Ed}} \cdot e_1$.

$$x_{\text{eff}} = d - \sqrt{d^2 - \frac{2 \cdot [N_{\text{Ed}} \cdot e_1 - f_{yd} \cdot A_{s2} \cdot (d - a_2)]}{f_{cd} \cdot b}}$$

$$x_{\text{eff}} = 0,46 - \sqrt{0,46^2 - \frac{2 \cdot [800 \cdot 0,743 - 435 \cdot 10^3 \cdot 15,71 \cdot 10^{-4} \cdot (0,46 - 0,041)]}{14,3 \cdot 10^3 \cdot 0,3}} = 0,200\text{m}$$

Sprawdzenie warunku charakterystycznego dla sytuacji C2

$$2a_2 = 0,082\text{m} < x_{\text{eff}} = 0,200\text{m} \leq x_{\text{eff,lim}} = 0,227\text{m}$$

Aby zachodził przypadek C2 musimy również uzyskać w kolejnym punkcie zbrojenie $A_{s1} > 0$.

Gdy powyższy warunek nie jest spełniony (tzn. $x_{\text{eff}} < 2a_2$ – dalsze rozwiązanie według algorytmu ogólnego – przypadek C1).

3.6. Obliczenie zbrojenia A_{s1} z warunku sumy rzutów sił (dla założonego przypadku C2)

$$A_{s1} = \frac{-N_{\text{Ed}} + f_{cd} \cdot b \cdot x_{\text{eff}} + f_{yd} \cdot A_{s2}}{f_{yd}} =$$

$$= \frac{-800 + 14,3 \cdot 10^3 \cdot 0,3 \cdot 0,200 + 435 \cdot 10^3 \cdot 15,71 \cdot 10^{-4}}{435 \cdot 10^3} = 17,02 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

Liczba prętów zbrojenia (założono średnicę $\varnothing_g = 20\text{mm}$)

$$n_1 = \frac{4 \cdot A_{s1}}{\pi \cdot \varnothing_g^2} = \frac{4 \cdot 17,021 \cdot 10^{-4}}{3,14 \cdot 0,020^2} = 5,42 \quad \text{przyjęto } 6 \varnothing 20$$

3.7. Rozmieszczenie zbrojenia A_{s1}

W zależności od wyniku uzyskanego w punkcie 3.6 mogą wystąpić 3 możliwe sytuacje:

- $A_{s1} < 0$ – występuje przypadek ściskania na małym mimośrodku (przypadek C3 lub C4) – dotychczasowe obliczenia bazowały na złych założeniach – dalsze rozwiązanie według algorytmu ogólnego.
- $0 < A_{s1} < 0,5A_{s1,\text{min}}$ – występuje przypadek C2 – należy przyjąć połowę zbrojenia minimalnego i przejść do punktu 4 – sprawdzenie poprawności oszacowania wyboczenia.
- $A_{s1} \geq 0,5A_{s1,\text{min}}$ – występuje przypadek C2 – należy przyjąć zbrojenie i rozmieścić je w przekroju – sytuacja występująca w niniejszym przykładzie.

Rozmieszczenie prętów w przekroju (według tych samych zasad co zbrojenie A_{s2})

Przyjęto: **6Ø20: $A_{s1} = 18,85 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$** ($n_{11} = 6$; $n_{12} = 0$) ($a_{11} = 0,041\text{m}$; $a_{12} = 0,082\text{m}$):

$$a_1 = \frac{n_{11} \cdot a_{11} + n_{12} \cdot a_{12}}{n_{11} + n_{12}} = \frac{6 \cdot 0,041 + 0 \cdot 0,082}{6 + 0} = 0,041\text{m}$$

3.8. Określenie stopnia zbrojenia

$$\rho_{\text{prov}} = \frac{A_{s1} + A_{s2}}{bd} = \frac{(18,85 + 15,71) \cdot 10^{-4}}{0,3 \cdot 0,459} = 0,0251 (2,51\%) > \rho_B = 0,015 (1,5\%)$$

Uwaga: Otrzymano słup silnie zbrojony (powyżej 2,5% zbrojenia) – stopień zbrojenia założony do określenia wyboczenia jest po stronie bezpiecznej (jest mniejszy), jednak występuje duża rozbieżność pomiędzy stopniem założonym (1,5%) i otrzymanym (2,51%). Oznacza to, że można prawdopodobnie zaprojektować zbrojenie słupa nieco oszczędniej (efekty II rzędu będą nieco mniejsze przy założonym większym stopniu zbrojenia).

4. SPRAWDZENIE POPRAWNOŚCI UWZGLĘDNIENIA EFEKTÓW II RZĘDU

Sprawdzenie wykonywane jest jedynie dla elementów smukłych (w przypadku elementów krępych punkt 4 jest pomijany)

4.1. Korekta momentu bezwładności zbrojenia

$$I_s' = A_{s1} \cdot (0,5h - a_1)^2 + A_{s2} \cdot (0,5h - a_2)^2 = \\ 18,85 \cdot 10^{-4} \cdot (0,25 - 0,041)^2 + 15,71 \cdot 10^{-4} \cdot (0,25 - 0,041)^2 = 15,10 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$$

4.2. Korekta współczynnika zwiększającego (sztywności nominalnej i siły krytycznej)

- sztywność nominalna (poprzednio 22,52 MNm²)

$$EI' = K_c \cdot E_{cd} \cdot I_c + K_s \cdot E_s \cdot I_s' = 0,055 \cdot 25,8 \cdot 10^3 \cdot 31,25 \cdot 10^{-4} + 1,0 \cdot 200 \cdot 10^3 \cdot 15,10 \cdot 10^{-5} = \\ = 4,26 + 30,19 = 34,45 \text{ MNm}^2$$

- siła krytyczna (poprzednio 2744 kN)

$$N_B' = \frac{\pi^2}{l_0^2} \cdot EI' = \frac{3,14^2}{9,0^2} \cdot 34,45 \cdot 10^3 = 4198 \text{ kN}$$

- współczynnik zwiększający mimośród (wpływ efektów II rzędu) (poprzednio 1,51)

$$\eta' = 1 + \frac{\beta}{\frac{N_B'}{N_{Ed}} - 1} = 1 + \frac{1,23}{\frac{4198}{800} - 1} = 1,290$$

- mimośród końcowy (poprzednio 0,533m)

$$e'_{\text{tot}} = \eta' \cdot (e_0 + e_i) = 1,290 \cdot (0,331 + 0,023) = 0,457 \text{ m}$$

4.3. Siły wewnętrzne miarodajne przy projektowaniu przekroju po korekcie szacowania wpływów II rzędu

$$N_{Ed} = 800 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = N_{Ed} \cdot e'_{\text{tot}} = 800 \cdot 0,457 = 365,2 \text{ kNm (poprzednio 426,7 kNm)}$$

4.4. Porównanie mimośrodków końcowych

$$\frac{e'_{\text{tot}}}{e_{\text{tot}}} = \frac{0,457}{0,533} = 0,856 < 1,0 \text{ - proporcja mimośrodków po stronie bezpiecznej}$$

Ze względu na stosunkowo dużą rozbieżność mimośrodków (iloraz mimośrodków wynosi 0,856) wykonano drugą iterację.

Druga iteracja zostanie wykonana dla „nowego” uśrednionego stopnia zbrojenia z pierwszej iteracji (na jej początku i końcu):

$$\rho_{B,(\text{iter}=2)} = 0,33 \cdot \rho_{B,(\text{iter}=1)} + 0,67 \cdot \rho_{\text{prov}(\text{iter}=1)} = 0,33 \cdot 0,015 + 0,67 \cdot 0,0251 = 0,0218 = 2,18\%$$

Obliczenia należy wykonać ponownie rozpoczynając od punkt 2.7 (zmiana momentu bezwładności zbrojenia).

ITERACJA NR 2

5. Iteracja nr 2 – numeracja jak w iteracji nr 1 (od punktu 2.7).

Obliczenia dla założonej „nowej” ilości zbrojenia – opisanej skorygowaną wartością momentu bezwładności stali $I_s = 15,10 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$.

W drugiej iteracji pominięto komentarze, które umieszczone zostały w odpowiadających krokach w iteracji nr 1.

2.7. Wpływy II rzędu (mimośród końcowy)

2.7.a. sztywność nominalna ($EI = K_c E_{cd} I_c + K_s E_s I_s$)

- współczynnik efektywności betonu K_c (wpływ pełzania i zarysowania)

$$K_c = \frac{k_1 \cdot k_2}{1 + \varphi_{ef}} = \frac{1,0 \cdot 0,14}{1 + 1,51} = 0,055 \quad (\text{nie ulega zmianie})$$

- moment bezwładności zbrojenia I_s względem osi przechodzącej przez środek przekroju betonu

$$I_s = \rho_B \cdot b d \cdot (0,5h - a_1)^2 = 0,0218 \cdot 0,3 \cdot 0,46 \cdot (0,25 - 0,04)^2 = 13,24 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$$

- sztywność nominalna

$$\begin{aligned} EI &= K_c \cdot E_{cd} \cdot I_c + K_s \cdot E_s \cdot I_s = 0,055 \cdot 25,8 \cdot 10^3 \cdot 31,25 \cdot 10^{-4} + 1,0 \cdot 200 \cdot 10^3 \cdot 13,24 \cdot 10^{-5} = \\ &= 4,26 + 26,49 = 30,75 \text{ MNm}^2 \end{aligned}$$

2.7.b. siła krytyczna N_B (bazująca na założonym „nowym” stopniu zbrojenia)

$$N_B = \frac{\pi^2}{l_0^2} \cdot EI = \frac{3,14^2}{9,0^2} \cdot 30,75 \cdot 10^3 = 3746 \text{ kN}$$

2.7.c. współczynnik zwiększający mimośród η

$$\eta = 1 + \frac{\beta}{\frac{N_B}{N_{Ed}} - 1} = 1 + \frac{1,23}{\frac{3746}{800} - 1} = 1,33$$

2.7.d. mimośród końcowy

$$e_{tot} = \eta(e_0 + e_i) = 1,33 \cdot (0,331 + 0,023) = 0,472 \text{ m}$$

2.8. Siły wewnętrzne miarodajne przy projektowaniu przekroju

$$N_{Ed} = 800 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = N_{Ed} \cdot e_{tot} = 800 \cdot 0,472 = 377,8 \text{ kNm}$$

3. OBLICZENIA WYTRZYMAŁOŚCIOWE – WYMIAROWANIE PRZEKROJU – II ITERACJA

3.1. Mimośrody względem zbrojenia A_{s1} i A_{s2}

$$e_1 = e_{tot} + 0,5h - a_1 = 0,472 + 0,25 - 0,04 = 0,682 \text{ m}$$

$$e_2 = e_{tot} - 0,5h + a_2 = 0,472 - 0,25 + 0,04 = 0,262 \text{ m}$$

3.2. Zbrojenie minimalne (całkowite)

bez zmian – jak w iteracji nr 1.

3.3. Obliczenie zbrojenia A_{s2} z warunku momentów (dla założonego przypadku C2)

$$\begin{aligned} A_{s2} &= \frac{N_{Ed} \cdot e_1 - f_{cd} \cdot b \cdot x_{eff,lim} \cdot (d - 0,5x_{eff,lim})}{f_{yd} \cdot (d - a_2)} = \\ &= \frac{800 \cdot 0,682 - 14,3 \cdot 10^3 \cdot 0,3 \cdot 0,227 \cdot (0,46 - 0,5 \cdot 0,227)}{435 \cdot 10^3 \cdot (0,46 - 0,04)} = 11,43 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \end{aligned}$$

Liczba prętów zbrojenia (założono średnicę $\varnothing_g = 20\text{mm}$)

$$n_2 = \frac{4 \cdot A_{s1}}{\pi \cdot \varnothing_g^2} = \frac{4 \cdot 11,43 \cdot 10^{-4}}{3,14 \cdot 0,020^2} = 3,64 \quad \text{przyjęto 4 } \varnothing 20$$

3.4. Rozmieszczenie zbrojenia A_{s2}

Przyjęto: **4 \varnothing 20: $A_{s2} = 12,57 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$** ($n_{21} = 4$; $n_{22} = 0$) ($a_{21} = 0,041\text{m}$; $a_{22} = 0,082\text{m}$) - wszystkie 4 pręty umieszczono w warstwie skrajnej:

$$a_2 = a_{21} = 0,041\text{m}$$

3.5. Skorygowanie wysokości strefy ściskanej x_{eff}

$$x_{\text{eff}} = d - \sqrt{d^2 - \frac{2 \cdot [N_{\text{Ed}} \cdot e_1 - f_{yd} \cdot A_{s2} \cdot (d - a_2)]}{f_{cd} \cdot b}} =$$

$$x_{\text{eff}} = 0,46 - \sqrt{0,46^2 - \frac{2 \cdot [800 \cdot 0,682 - 435 \cdot 10^3 \cdot 12,57 \cdot 10^{-4} \cdot (0,46 - 0,041)]}{14,3 \cdot 10^3 \cdot 0,3}} = 0,208\text{m}$$

Sprawdzenie warunku dla przypadku C2:

$$2a_2 = 0,082\text{m} < x_{\text{eff}} = 0,208\text{m} \leq x_{\text{eff,lim}} = 0,227\text{m} \quad (\text{warunek spełniony})$$

3.6. Obliczenie zbrojenia A_{s1} z warunku sumy rzutów sił (dla założonego przypadku C2)

$$A_{s1} = \frac{-N_{\text{Ed}} + f_{cd} \cdot b \cdot x_{\text{eff}} + f_{yd} \cdot A_{s2}}{f_{yd}} =$$
$$= \frac{-800 + 14,3 \cdot 10^3 \cdot 0,3 \cdot 0,208 + 435 \cdot 10^3 \cdot 12,57 \cdot 10^{-4}}{435 \cdot 10^3} = 14,63 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

Liczba prętów zbrojenia (założono średnicę $\varnothing_g = 20\text{mm}$)

$$n_1 = \frac{4 \cdot A_{s1}}{\pi \cdot \varnothing_g^2} = \frac{4 \cdot 14,63 \cdot 10^{-4}}{3,14 \cdot 0,020^2} = 4,66 \quad \text{przyjęto 5 } \varnothing 20$$

3.7. Rozmieszczenie zbrojenia A_{s1}

Przyjęto: **5 \varnothing 20: $A_{s1} = 15,71 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$** ($n_{11} = 5$; $n_{12} = 0$) ($a_{11} = 0,041\text{m}$; $a_{12} = 0,082\text{m}$):

$$a_1 = a_{11} = 0,041\text{m}$$

3.8. Określenie całkowitego stopnia zbrojenia

$$\rho_{\text{prov}} = \frac{A_{s1} + A_{s2}}{bd} = \frac{(15,71 + 12,57) \cdot 10^{-4}}{0,3 \cdot 0,459} = 0,0205 = 2,05\%$$

4. SPRAWDZENIE POPRAWNOŚCI ZAŁOŻEŃ PRZYJĘTYCH DO OBLICZEŃ EFEKTÓW II RZĘDU

4.1. Korekta momentu bezwładności zbrojenia

$$I_s' = A_{s1} \cdot (0,5h - a_1)^2 + A_{s2} \cdot (0,5h - a_2)^2 =$$
$$15,71 \cdot 10^{-4} \cdot (0,25 - 0,041)^2 + 12,57 \cdot 10^{-4} \cdot (0,25 - 0,041)^2 = 12,35 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$$

4.2. Korekta współczynnika zwiększającego (sztywności nominalnej i siły krytycznej)

- sztywność nominalna (poprzednio $30,75 \text{ MNm}^2$)

$$EI' = K_c \cdot E_{cd} \cdot I_c + K_s \cdot E_s \cdot I_s' = 0,055 \cdot 25,8 \cdot 10^3 \cdot 31,25 \cdot 10^{-4} + 1,0 \cdot 200 \cdot 10^3 \cdot 12,35 \cdot 10^{-5} =$$
$$= 4,26 + 24,70 = 28,96 \text{ MNm}^2$$

- siła krytyczna (poprzednio 3746 kN)

$$N_{B'} = \frac{\pi^2}{l_0^2} \cdot EI' = \frac{3,14^2}{9,0^2} \cdot 28,96 \cdot 10^3 = 3529 \text{ kN}$$

- współczynnik zwiększający mimośród (wpływ efektów II rzędu) (poprzednio 1,33)

$$\eta' = 1 + \frac{\beta}{\frac{N_{B'}}{N_{Ed}} - 1} = 1 + \frac{1,23}{\frac{3529}{800} - 1} = 1,36$$

- mimośród końcowy (poprzednio 0,472m)

$$e'_{tot} = \eta' \cdot (e_0 + e_i) = 1,36 \cdot (0,331 + 0,023) = 0,482 \text{ m}$$

4.3. Siły wewnętrzne miarodajne przy projektowaniu przekroju po korekcie wyboczenia

$$N_{Ed} = 800 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = N_{Ed} \cdot e'_{tot} = 800 \cdot 0,482 = 385,4 \text{ kNm} \quad (\text{poprzednio } 377,8 \text{ kNm})$$

4.4. Porównanie mimośrodków końcowych

$$\frac{e'_{tot}}{e_{tot}} = \frac{0,482}{0,472} = 1,02 > 1,0 \quad - \text{proporcja mimośrodków po stronie niebezpiecznej.}$$

Ze względu na niewielkie przekroczenie przez stosunek mimośrodków wartości 1,0 (iloraz mimośrodków wynosi 1,02) wymiarowanie uznano za poprawnie wykonane.

Sprawdzenie nośności należy wykonać dla rzeczywistego zbrojenia (pól powierzchni oraz położenia) oraz dla poprawnie określonej sztywności nominalnej i dobrze oszacowanego wyboczenia (opisanego ostatnią wartością mimośrodu końcowego z „primem”).

Zgodnie z powyższym, w sprawdzeniu nośności wykorzystano wartość $e_{tot}=0,482\text{m}$

5. SPRAWDZENIE NOŚNOŚCI PRZEKROJU

Przekrój słupa:	$b[m] \times h[m] =$	0,3x0,5
Zbrojenie	$A_{s1}[10^{-4}m^2] =$	15,71
	$a_1[m] =$	0,041
Zbrojenie	$A_{s2}[10^{-4}m^2] =$	12,57
	$a_2[m] =$	0,041

Siły wewnętrzne:

$$\begin{aligned}N_{Ed} [kN] &= 800 \\M_{0Ed1} [kNm] &= 265 \\M_{0Ed2} [kNm] &= 265 \\M_{0Ed1lt} / M_{0Ed1} &= 0,6\end{aligned}$$

5.1. Wysokość użyteczna przekroju

$$d = h - a_1 = 0,500 - 0,041 = 0,459 \text{ m}$$

5.2. Graniczna wysokość strefy ściskanej betonu

$$x_{eff,lim} = \xi_{eff,lim} \cdot d = 0,49 \cdot 0,459 = 0,227 \text{ m}$$

5.3. Mimośrodek końcowy

$$e_{tot} = e'_{tot} = 0,482 \text{ m}$$

5.4. Mimośrodki względem zbrojenia A_{s1} i A_{s2}

$$e_1 = e_{tot} + 0,5h - a_1 = 0,482 + 0,25 - 0,041 = 0,691 \text{ m}$$

$$e_2 = e_{tot} - 0,5h + a_2 = 0,482 - 0,25 + 0,041 = 0,273 \text{ m}$$

5.5. Obliczenie wysokości strefy ściskanej (dla założonego przypadku dużego mimośrodu C2)

$$x_{eff} = \frac{N_{Ed} - f_{yd} \cdot A_{s2} + f_{yd} \cdot A_{s1}}{f_{cd} \cdot b} = \frac{800 - 435 \cdot 10^3 \cdot 12,57 \cdot 10^{-4} + 435 \cdot 10^3 \cdot 15,71 \cdot 10^{-4}}{14,3 \cdot 10^3 \cdot 0,3} = 0,219 \text{ m}$$

Obliczone x_{eff} spełnia warunki (wysokość strefy ściskanej) dla przypadku C2. W innym przypadku należy skorzystać z algorytmu ogólnego

$$2a_2 = 0,082 \text{ m} < x_{eff} = 0,219 \text{ m} \leq x_{eff,lim} = 0,227 \text{ m}$$

5.6. Sprawdzenie nośności (dla założonego przypadku dużego mimośrodu C2)

$$\begin{aligned}N_{Ed} \cdot e_1 &= 800 \cdot 0,691 = 552,52 \text{ kNm} \leq M_{Rd} = f_{cd} \cdot b \cdot x_{eff} (d - 0,5x_{eff}) + f_{yd} \cdot A_{s2} (d - a_2) = \\&= 14,3 \cdot 10^3 \cdot 0,3 \cdot 0,219 \cdot (0,459 - 0,5 \cdot 0,219) + 435 \cdot 10^3 \cdot 12,57 \cdot 10^{-4} \cdot (0,459 - 0,041) = \\&= 555,98 \text{ kNm}\end{aligned}$$

Warunek nośności $M_{Ed} = 552,52 \text{ kNm} \leq M_{Rd} = 555,98 \text{ kNm}$ jest spełniony.

Gdyby warunek nośności nie był spełniony to należy:

a) dołożyć jeden pręt zbrojenia A_{s1} – dla $x_{eff} \leq x_{eff,lim}$

b) dołożyć jeden pręt zbrojenia A_{s2} – dla $x_{eff} > x_{eff,lim}$

i wykonać sprawdzenie nośności jeszcze jeden raz.

Określenie sił przenoszonych przez poszczególne części przekroju żelbetowego (część pogładowa dotycząca układu sił w przekroju)

przypadek C2 (w momencie wyczerpania nośności osiągane są następujące naprężenia i siły przekrojowe *(wymaga sprawdzenia warunków równowagi – patrz materiały wykładowe)*):

naprężenia:

zbrojenie A_{s1} (dla przypadku C2): $\sigma_{s1} = -f_{yd} = -435 \text{ MPa}$ (rozciąganie),

zbrojenie A_{s2} (dla przypadku C2): $\sigma_{s2} = +f_{yd} = +435 \text{ MPa}$ (ściskanie),

beton: $\sigma_c = +f_{cd} = 14,3 \text{ MPa}$ (ściskanie).

siły:

zbrojenie A_{s1} : $Z_1 = \sigma_{s1} \cdot A_{s1} = -435 \cdot 10^3 \cdot 15,71 \cdot 10^{-4} = -683,04 \text{ kN}$ (rozciąganie),

zbrojenie A_{s2} : $Z_2 = \sigma_{s2} \cdot A_{s2} = +435 \cdot 10^3 \cdot 12,57 \cdot 10^{-4} = +546,52 \text{ kN}$ (ściskanie),

beton: $D = \sigma_c \cdot b \cdot x_{\text{eff}} = 14,3 \cdot 10^3 \cdot 0,30 \cdot 0,219 = +936,52 \text{ kN}$ (ściskanie).

warunek rzutowania sił:

strefa ściskana: $D + Z_2 = 936,52 + 546,52 = 1483,04 \text{ kN}$,

strefa rozciągana: $Z_1 = -683,04 \text{ kN}$,

warunek równowagi: $D + Z_2 + Z_1 = 1483,04 - 683,04 = 800 \text{ kN} = N_{\text{Ed}} = 800 \text{ kN}$

warunek momentów względem środka przekroju:

beton (str. ściskana): $M_{\text{Rd},c} = D \cdot (0,5h - 0,5x_{\text{eff}}) = 936,52 \cdot (0,25 - 0,5 \cdot 0,219) = 131,81 \text{ kNm}$,

zbrojenie A_{s2} : $M_{\text{Rd},z2} = Z_2 \cdot (0,5h - a_2) = 546,52 \cdot (0,25 - 0,041) = 114,22 \text{ kNm}$,

zbrojenie A_{s1} : $M_{\text{Rd},z1} = Z_1 \cdot (a_1 - 0,5h) = 683,04 \cdot (0,041 - 0,25) = -142,76 \text{ kNm}$, $Z_1 = 142,76 \text{ kNm}$,

nośność: $M_{\text{Rd}} = M_{\text{Rd},c} + M_{\text{Rd},z1} + M_{\text{Rd},z2} = 131,81 + 114,22 + 142,76 = 388,78 \text{ kNm}$,

moment względem środka przekroju: $M_{\text{Ed}} = N_{\text{Ed}} \cdot e_{\text{tot}} = 800 \cdot 0,482 = 385,32 \text{ kNm}$,

warunek nośności: $M_{\text{Ed}} = 385,32 \text{ kNm} < M_{\text{Rd}} = 388,78 \text{ kNm}$ (warunek spełniony).