

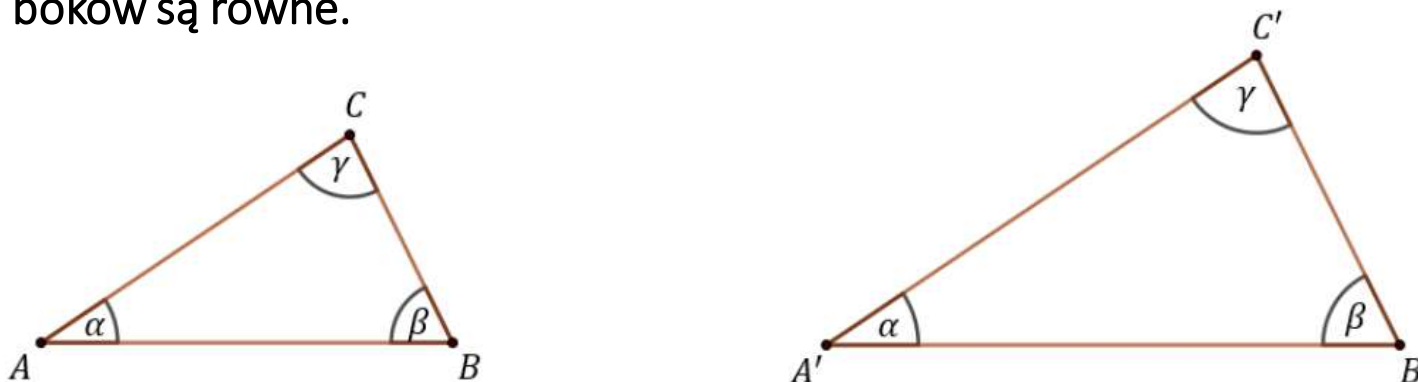
WZORY SKRÓCONEGO MNOŻENIA NA KWADRATY I SZEŚCIANY

- W matematyce wykonujemy wiele skomplikowanych, rozległych z możliwością pogubienia się w kolejności działań. Dlatego właśnie powstały wzory skróconego mnożenia, aby choć trochę ułatwić i skrócić proces rozwiązywania równań, nierówności itd.

- Kwadrat sumy: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- Kwadrat różnicy: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- Różnica kwadratów: $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
- Sześcian sumy: $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
- Sześcian różnicy: $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
- Różnica sześciątów: $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
- Suma sześciątów: $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

PODOBIENSTWO TRÓJKĄTÓW

Trójkąty podobne - to dwa trójkąty, których odpowiednie boki są parami proporcjonalne. Oznacza to, że stosunki odpowiednich boków są równe.



- Na powyższym rysunku trójkąty ABC i A'B'C' są podobne, zapiszemy to w taki sposób:

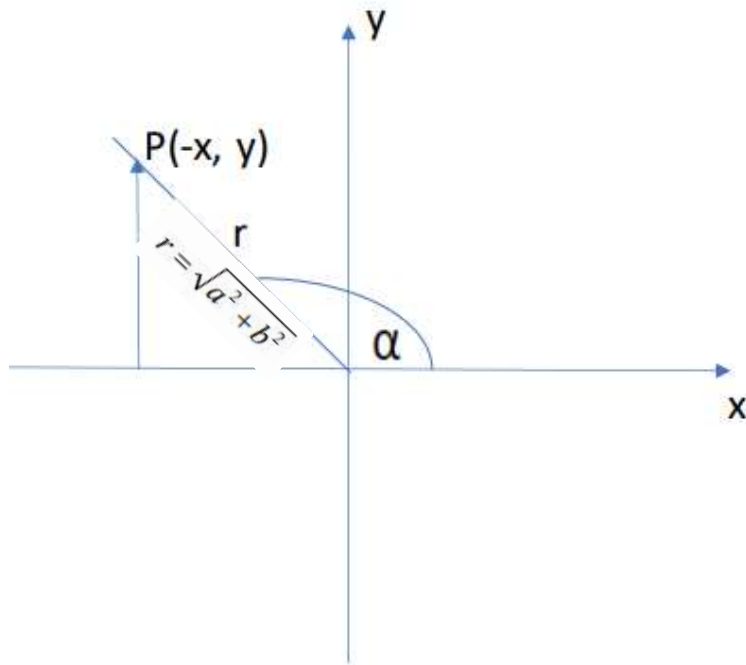
$$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$

- Stosunki odpowiednich boków w powyższych trójkątach są równe, zapiszemy więc tak:

$$\frac{|AB|}{|A'B'|} = \frac{|BC|}{|B'C'|} = \frac{|AC|}{|A'C'|}$$

- Trójkąty podobne mają kąty o takiej samej mierze. Na powyższych rysunkach oba trójkąty mają kąty α , β , γ .

FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE DOWOLNEGO KĄTA PŁASKIEGO



$$\sin \alpha = \frac{y}{r}$$

$$\cos \alpha = \frac{x}{r}$$

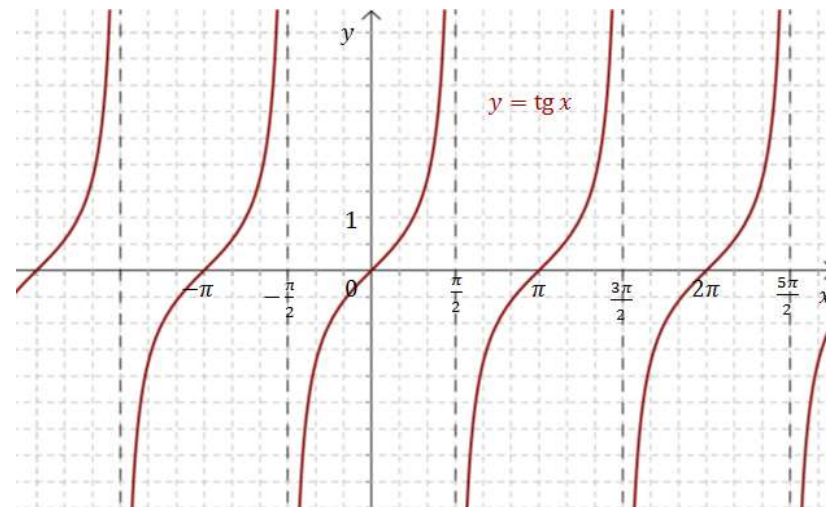
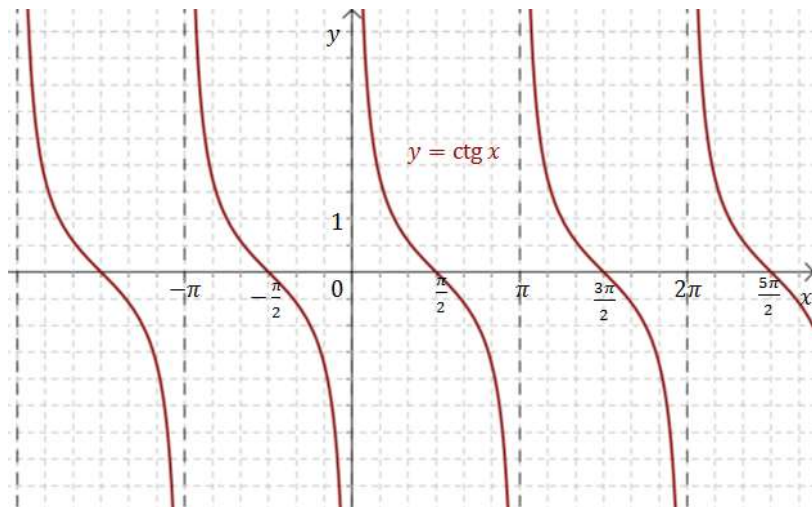
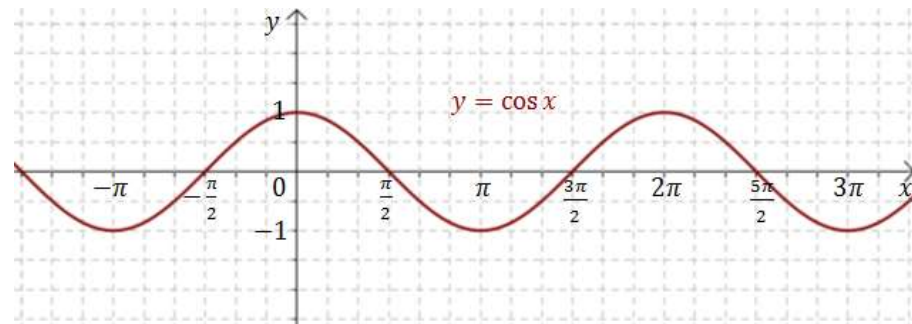
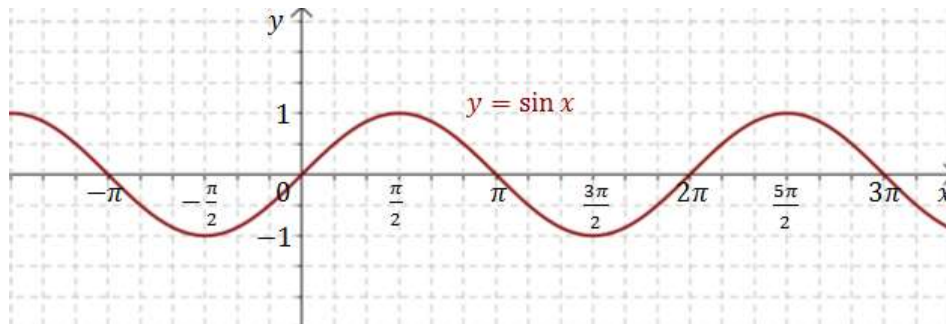
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{x}{y}$$

Zgodnie z definicjami:

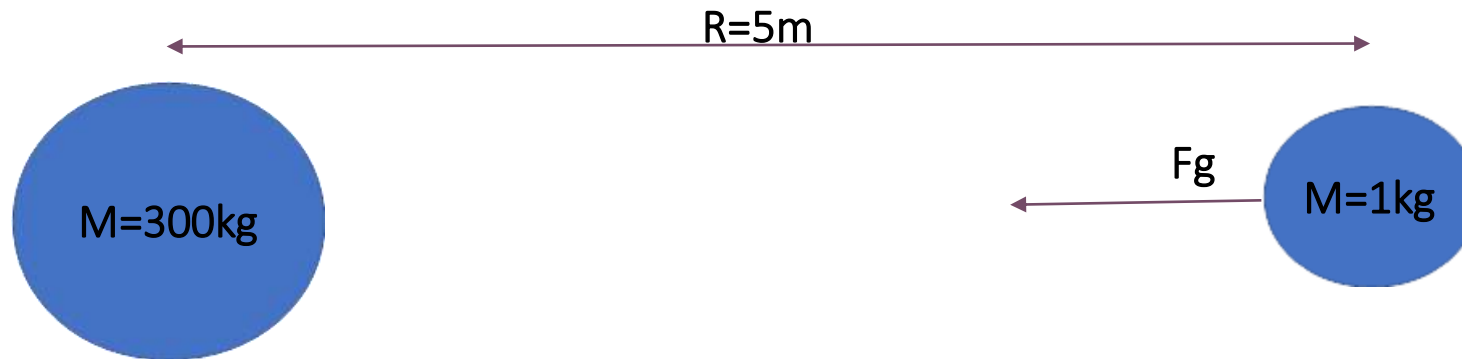
- W pierwszej ćwiartce wszystkie funkcje przyjmują wartości dodatnie
- W drugiej ćwiartce wartość dodatnią przyjmuje tylko $\sin \alpha$ ($\sin \alpha > 0$)
- W trzeciej ćwiartce wartość dodatnią przyjmuje $\operatorname{tg} \alpha$ i $\operatorname{ctg} \alpha$ ($\operatorname{tg} \alpha, \operatorname{ctg} \alpha > 0$)
- W czwartej ćwiartce wartość dodatnią przyjmuje wyłącznie $\cos \alpha$ ($\cos \alpha > 0$)

WYKRESY FUNKCJI TRYGONOMETRYCZNYCH



Z JAKĄ SIŁĄ PRZYSIĄGAJĄ SIĘ DWA OBIEKTY?

Wyobraź sobie sytuację, w której są dwie piłki i jedna nagle zaczyna przyciągać drugą. Pewnie zastanawiasz się, jak to możliwe? Spójrz! (jedyna siła to siła grawitacji, z pominięciem wszystkich innych sił):



Teraz możemy zastosować wzór na siłę grawitacji i dowiedzieć się z jaką siłą większa piłka przyciąga mniejszą:

$$F_g = \frac{GMm}{R^2} = \frac{6,67 * 10^{-11} * 300 * 1}{5^2} = 80,04 * 10^{-11} \text{ [N]}$$

G - stała grawitacji

ZASADY DYNAMIKI NEWTONA

- Zasada pierwsza: Jeżeli na ciało nie działają żadne siły lub siły się równoważą, to ciało pozostaje w spoczynku.



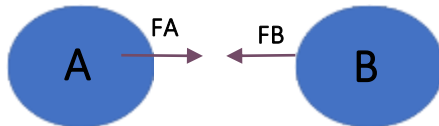
Piłeczka nie poleci do góry, ani do dołu
 $F_g = F_1$

- Zasada druga: Jeżeli wypadkowa sił nie jest równa 0, to ciało porusza się ruchem jednostajnie przyspieszonym z przyspieszeniem wprost proporcjonalnym do masy.

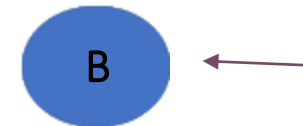


Piłeczka będzie spadać w dół.
 $F_g > F_1$

- Zasada trzecia: Jeśli ciało A zadziała na ciało B, to ciało B zadziała na ciało A z taką samą wartością lecz o przeciwnym zwrocie.



$$F_A = -F_B$$



RÓWNANIE DRAKE'A

Czy wiedziałeś, że za pomocą takiego wzoru możemy próbować określić ilość obcych cywilizacji?

$$N = R^* \cdot f_p \cdot n_e \cdot f_\ell \cdot f_i \cdot f_c \cdot L$$

Teraz już wiesz, że tak! Dzięki niemu możemy oszacować tę wartość.

A poszczególne człony tego wzoru oznaczają:

- N – liczbę cywilizacji pozaziemskich, z którymi ludzkość może się komunikować (cywilizacji technologicznych);
- R^* – tempo powstawania gwiazd w naszej Galaktyce;
- f_p – odsetek gwiazd, które mają układy planetarne;
- n_e – średnia liczba planet znajdujących się w strefach zamieszkiwalnych wokół gwiazd;
- f_ℓ – odsetek planet leżących w strefie zamieszkiwalnej, na których życie faktycznie istnieje lub powstanie;
- f_i – odsetek planet zamieszkaných, na których życie wyewoluuje do formy inteligentnej;
- f_c – odsetek cywilizacji, które będą chciały komunikować się z ludzkością;
- L – średni czas istnienia cywilizacji technicznych - średni czas, przez jaki cywilizacja będzie próbowała skontaktować się z inną

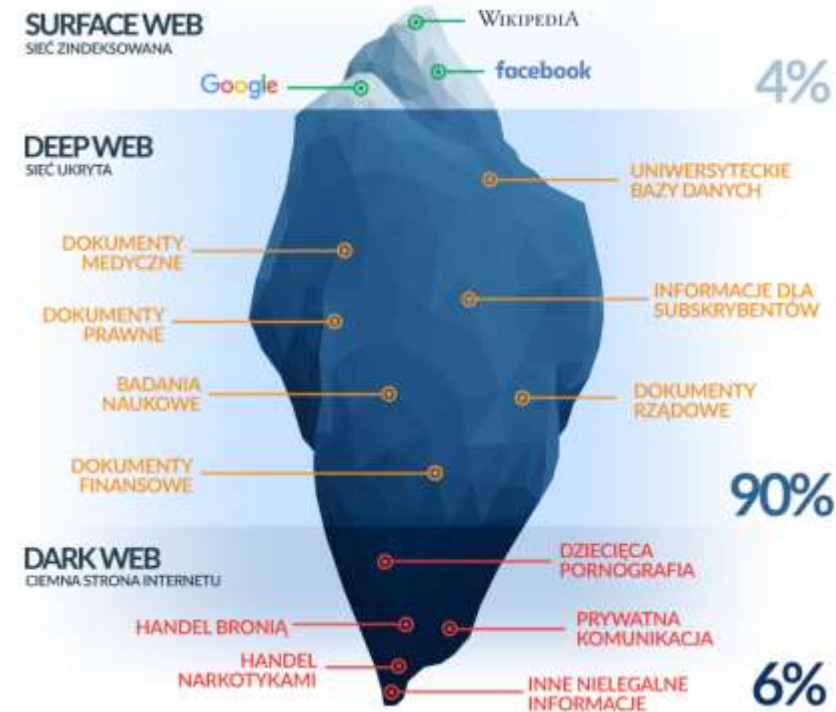
Wyciągnij telefon, zrób zdjęcie i spróbuj sam w domu rozwiązać to równanie!

POZIOMY INTERNETU

Wyróżniamy trzy poziomy “głębokości” sieci: dark web, deep web i surface web. Kryterium, które pozwala na odróżnienie ich, jest wykorzystywana technologia szyfrująca i trudność w uzyskaniu dostępu.

- Surface Web - część sieci WWW, która jest dostępna za pomocą indeksu wyszukiwania.
- Deep Web - część sieci, która nie jest osiągalna w ten sposób
- Dark Web - termin określający celowo ukrytą część zasobów Internetu, którą można przeglądać jedynie przy użyciu specjalnego oprogramowania.

Dark web sam w sobie nie jest nielegalny. Nielegalne jest robienie tam niedozwolonych rzeczy.



KOMPUTER KWANTOWY

Jest to urządzenie, które
wymyka się wyobraźni.
Posiada możliwość
wykorzystania właściwości
materii w skali
nieskończenie małej do
wykonywania
skomplikowanych
obliczeń. Jest
odpowiednikiem
komputera klasycznego, z
tą różnicą, że jego
obliczenia wykonywane są
w skali atomowej.



DZIELENIE PRZEZ 0

W szkole pewnie uczyli Cię, że nie można dzielić przez 0, ale może choć raz zastanawiałeś się dlaczego? – tutaj pokażę Ci wyjaśnienie :

$$\frac{1}{1} = 1$$

$$\frac{1}{0,1} = 10$$

$$\frac{1}{0,01} = 100$$

I tak w nieskończoność, a im mniejszy mianownik, tym większy wynik, więc:

$$\frac{1}{0} = \infty$$

Jednak nikt nie powiedział, że musimy dzielić przez liczbę dodatnią

$$\frac{1}{-1} = -1$$

$$\frac{1}{-0,1} = -10$$

$$\frac{1}{-0,01} = -100$$

I tak w nieskończoność, a im większy mianownik, tym mniejszy wynik, więc:

$$\frac{1}{0} = -\infty$$

nawet nie jesteśmy w stanie ustalić znaku.

Idąc tym tokiem myślenia możemy dzielić inną liczbę np. 2

$$\frac{2}{1} = 2$$

$$\frac{2}{0,1} = 20$$

$$\frac{2}{0,01} = 200$$

$$\frac{2}{0} = \infty$$

$$\frac{1}{0} = \frac{2}{0} = \infty$$

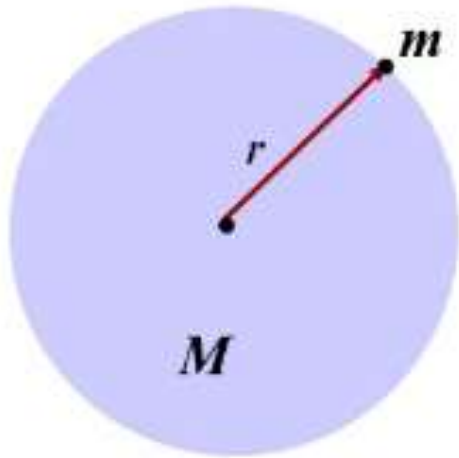
$$\frac{1}{0} = \frac{2}{0} \quad / \quad *0$$

$$1 \neq 2$$

Co jest oczywiście sprzecznością.

WSZECHŚWIAT FRIEDMANA

Obserwator znajduje się w
jednorodnym,
rozszerzającym się ośrodku
o gęstości ρ .



Jeśli materia rozłożona jest sferycznie symetrycznie,
wypadkowa siła grawitacji działająca na ciało w
odległości r od centrum pochodzi tylko od materii
położonej wewnątrz sfery o promieniu r .

$$F = \frac{GMm}{r^2}$$

Siła grawitacji

$$E_p = -\frac{GMm}{r}$$

Grawitacyjna energia potencjalna

Zasada kosmologiczna - za środek można uznać dowolny punkt.

DLACZEGO ZIEMIA PRZYCIĄGA KSIĘŻYC?

Grawitacja to podstawowa siła we Wszechświecie. Dzięki niej planety krążą wokół Słońca, a Księżyc i sztuczne satelity wokół Ziemi.

$$F_g = \frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

F – siła przyciągania

G – stała grawitacji ($G = 6,67 * 10^{-11} \left[\frac{N \cdot m^2}{kg^2} \right]$)

M_1 – masa pierwszego ciała

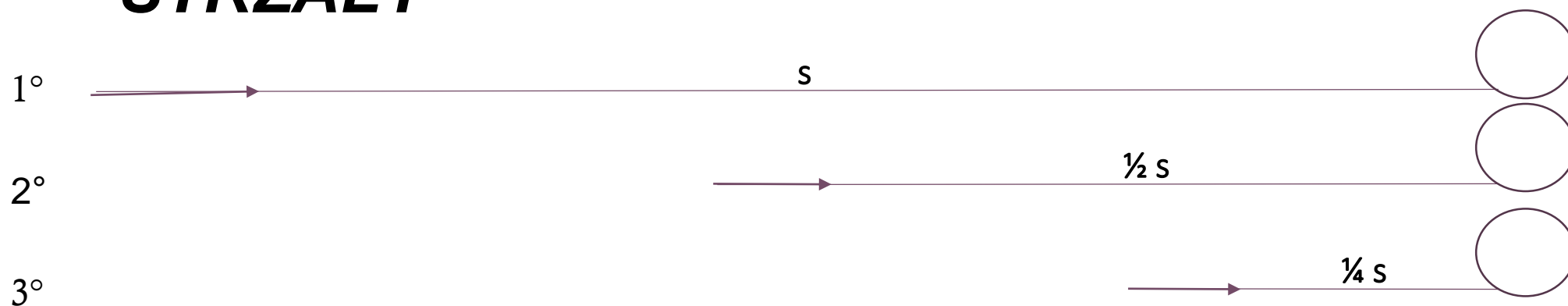
M_2 – masa drugiego ciała

R – odległość między ciałami

Taki ruch nazywamy obiegowym. Wytwarza on siłę bezwładności. Siła bezwładności równoważy siłę grawitacji, dzięki czemu planety nie spadają na Słońce, a Księżyc i sztuczne satelity na Ziemię.

PARADOKS STRZAŁY

Wyobraź sobie sytuację, w której strzała ma lecieć do celu i przebyć drogę s



Strzała nigdy nie doleci do celu, ponieważ nieważne w jakim punkcie i tak będzie miała do pokonania jeszcze połowę pokonanej wcześniej drogi

$$\sum_{N=1}^{\infty} \frac{1}{2^N} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \dots$$

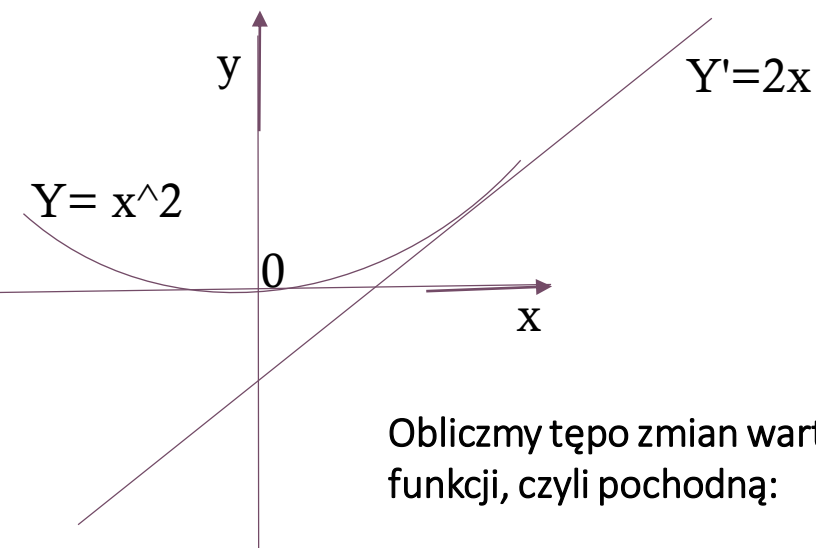
Matematyk wyjaśnia to prostą granicą, która pokazuje, że strzała po prostu w pewnym momencie uderzy w tarcę:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$$

1=2 DOWÓD

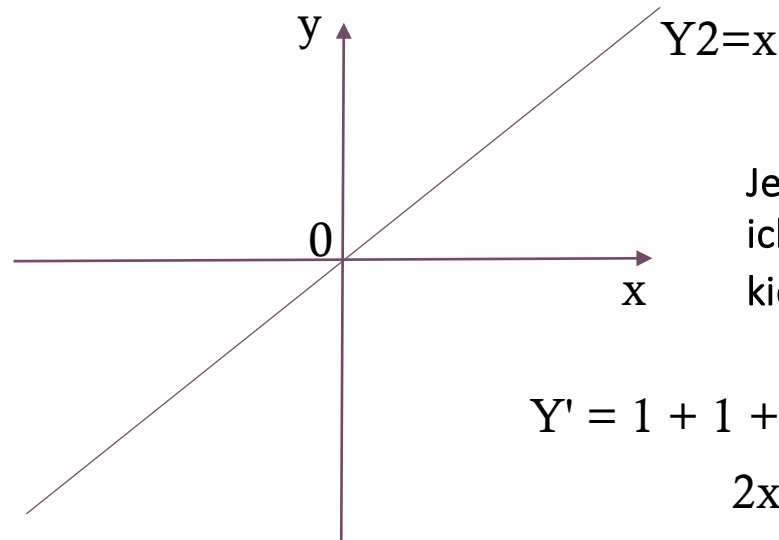
Założmy, że $Y = x^2 = x * x = \underbrace{x + x + x + x \dots + x}_x$

$X * X$ oznacza, że mamy $\text{iks}(x)$ $\text{iksów}(x)$, jak np.. $3^2 = 3 * 3 = 3 + 3 + 3$ lub $4^2 = 4 * 4 = 4 + 4 + 4 + 4$



Obliczmy tempo zmian wartości funkcji, czyli pochodną:

$$Y' = 2x^{2-1} = 2x$$



Jeśli te funkcje są takie same, to ich pochodne lub współczynniki kierunkowe muszą być równe

$$Y' = 1 + 1 + 1 + 1 + \dots + 1 = x$$

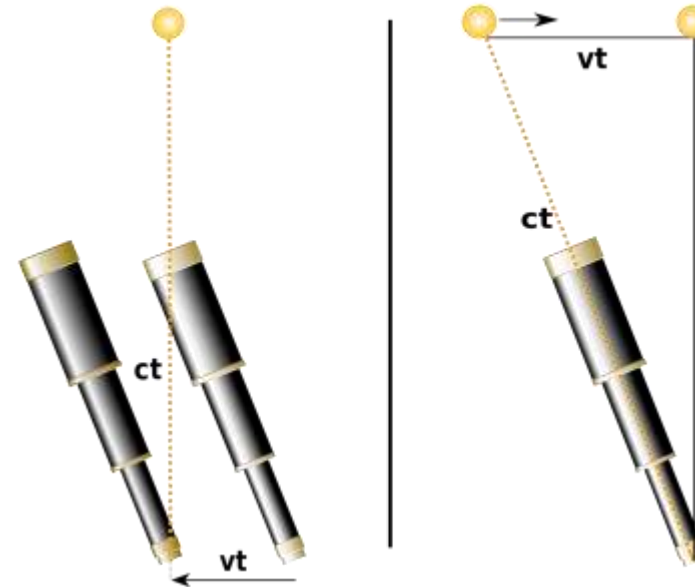
$$2x = x \quad / : 2$$

$$2=1$$

PRĘDKOŚĆ ŚWIATŁA

Jest to wielkość fizyczna i oznacza prędkość rozchodzenia się światła w próżni, mierzoną w metrach na sekundę. Rozchodzenia się fali elektromagnetycznej w próżni, nie zależy od częstotliwości fali i jest uniwersalną stałą fizyczną.

Prędkość rozchodzenia się fali elektromagnetycznej zależy od ośrodka, w jakim porusza się ta fala i osiąga wielkość maksymalną w próżni. W odróżnieniu np. od dźwięku, fala elektromagnetyczna do rozmnażania się nie potrzebuje ośrodka materialnego.

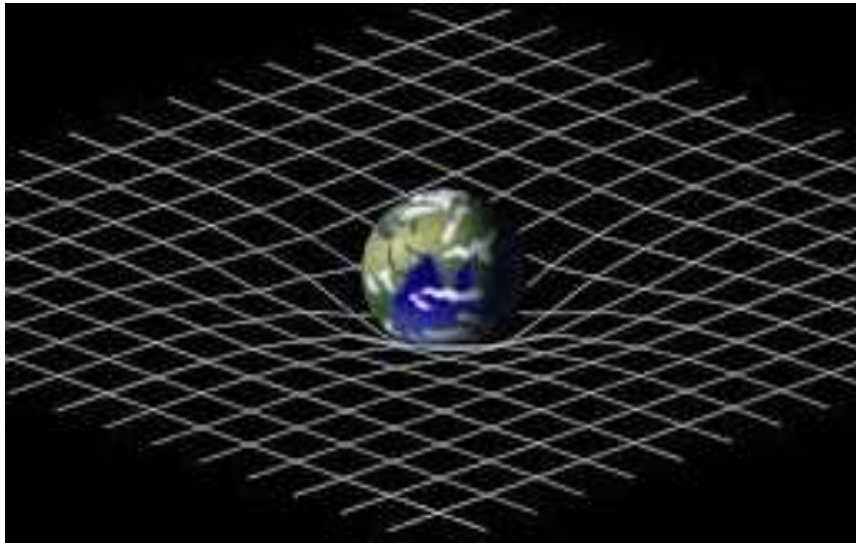


PARADOKS PODRÓŻY W CZASIE

W obu przypadkach paradoksu istotną rolę odgrywa przyczynowość – skutek nie może występować przed przyczyną. Teoretycznie podróż w czasie byłaby możliwa jeśli jakiś obiekt poruszałby się z prędkością szybsza od światła.



Co ciekawe, matematyczny opis teorii względności dopuszcza ich istnienie, a skoro potencjalnie mogą istnieć i poruszają się z prędkościami nadświatowymi, to ich ruch odbywa się w kierunku odwrotnym do upływu czasu. Jednak mimo wszystko najważniejszym faktem jest to, że jeśli wszechświat traktujemy jako jeden układ, to żaden obiekt nie może zniknąć z wszechświata - co wyklucza podróże w czasie.



TEORIA EINSTEINA O UNIWERSALNYM CZASIE

- Szczególna teoria względności, zmieniła ona sposób pojmowania czasu, przestrzeni i ruchu opisanych wcześniej w newtonowskiej mechanice. Teorie tą używa się głównie do opisu dużych prędkości, np. w fizyce cząstek elementarnych. Jest teorią silnie potwierdzoną eksperymentalnie. Wyjaśniła wiele wcześniejszych doświadczeń. Według niej prędkość światła w próżni jest niezmienna. Przewidywany przez nią wzór $E=mc^2$ stał się jednym z najbardziej znanych na świecie.
-

WYJAŚNIENIE WZORU

$$E=mc^2$$

Energia

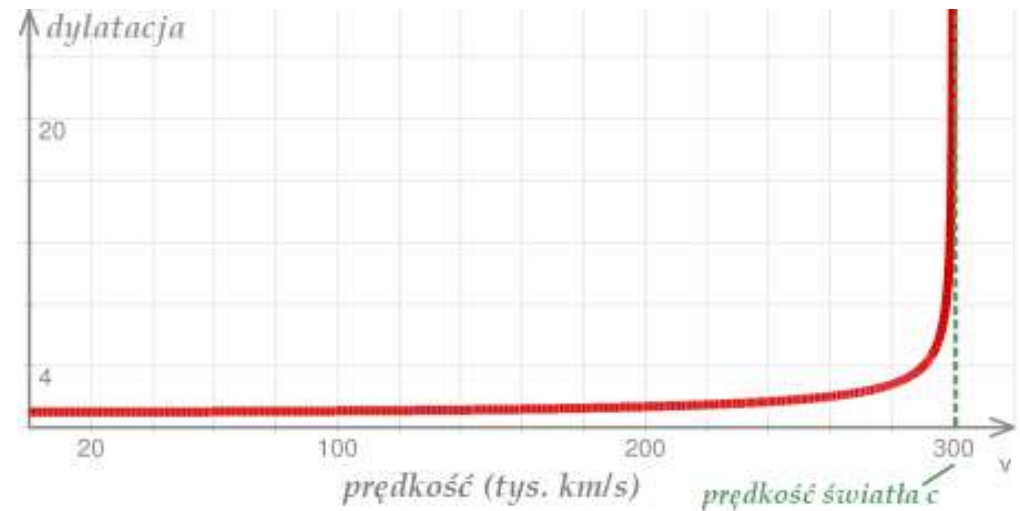
Prędkość światła

$$E=mc^2$$

Masa

- Energię wyrażamy w dżulach (J).
- Masę wyrażamy w kilogramach.
- Za to prędkość światła ma swoją stałą wartość, która wynosi 300 000 km/s w próżni.

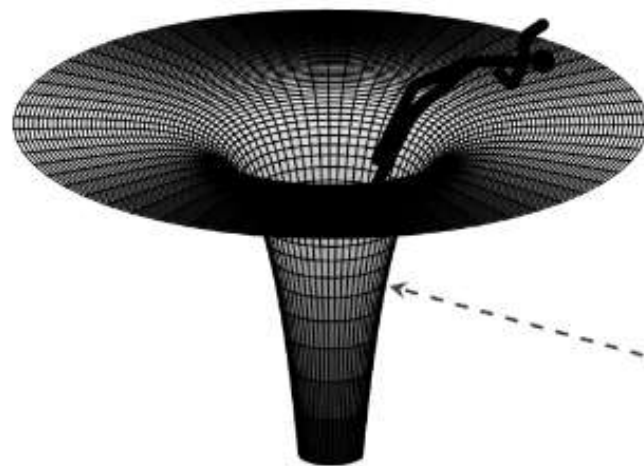
Z teorii względności wynika między innymi, że materia i energia są w pewnym sensie tym samym, a ich zależność od siebie opisuje wzór $E=mc^2$.



HORYZONT ZDARZEŃ

Jest to sfera otaczająca czarną dziurę lub tunel czasoprzestrzenny, inaczej nazywana granicą w czasoprzestrzeni, po przekroczeniu której prędkość ucieczki dla dowolnego obiektu i fali przekracza prędkość światła w próżni. I żaden obiekt, nawet światło emitowane z wnętrza horyzontu, nie jest w stanie opuścić tego obszaru. Wszystko, co przenika przez horyzont zdarzeń od strony obserwatora, znika.

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right) dt^2 + \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)^{-1} dr^2 + r^2 d\Omega^2$$



$$|\Delta F_{grav}| = \frac{2GMmd}{r_0^3}$$

$$r_{Horizon} = \frac{2GM}{c^2}$$

CIEMNA MATERIA

Jest to hipotetyczna materia nieemitująca i nieodbijająca promieniowania elektromagnetycznego. Jej istnienie zdradzają jedynie wywierane przez nią efekty grawitacyjne.



Choć ciemna materia jest dla nas niewidoczna, zakrzywia czasoprzestrzeń tak samo jak zwykła materia. Można ją wykryć dzięki temu, że jej skupiska działają również niczym soczewka, co w astronomii nazywa się soczewkowaniem grawitacyjnym.
