

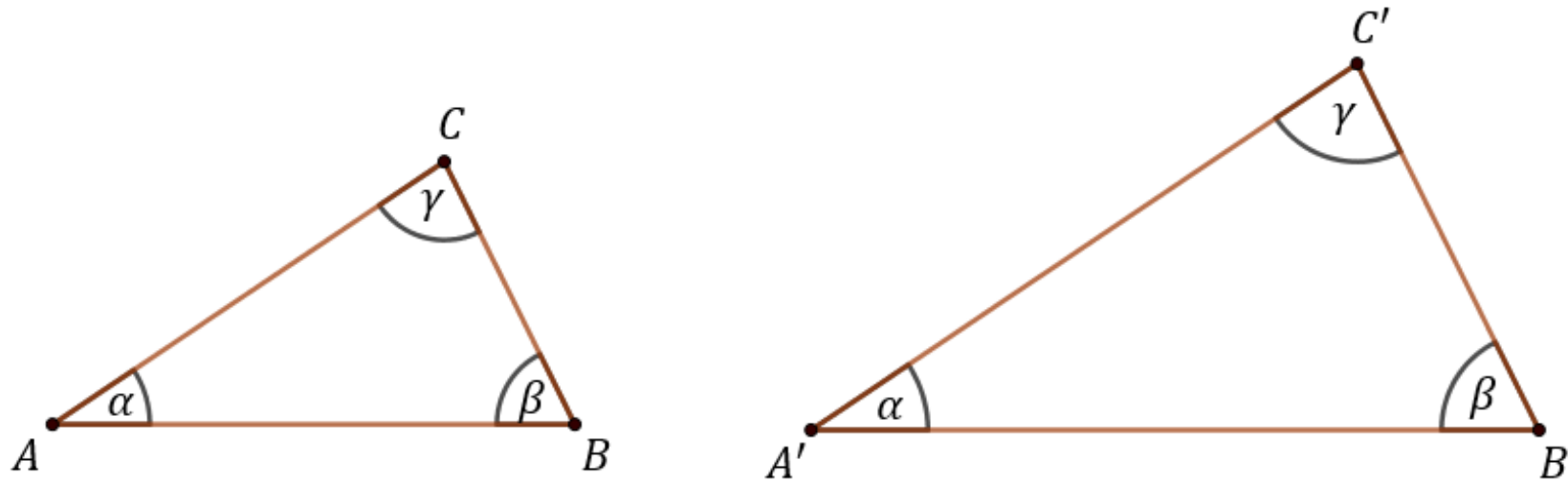
Wzory skróconego mnożenia na kwadraty i sześciiany

W matematyce wykonujemy wiele skomplikowanych, długich i łatwych w pogubieniu się działań. Dlatego właśnie powstały wzory skróconego mnożenia, żeby choć trochę ułatwić i skrócić proces rozwiązywania równań, nierówności itd.

- Kwadrat sumy: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- Kwadrat różnicy: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- Różnica kwadratów: $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
- Sześcián sumy: $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
- Sześcián różnicy: $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
- Różnica sześciánów: $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
- Suma sześciánów: $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

Podobieństwo trójkątów

Trójkąty podobne - to dwa trójkąty, których odpowiednie boki są parami proporcjonalne. Oznacza to, że stosunki odpowiednich boków są równe.



Na powyższym rysunku trójkąty ABC i $A'B'C'$ są podobne. Zapišemy to tak:

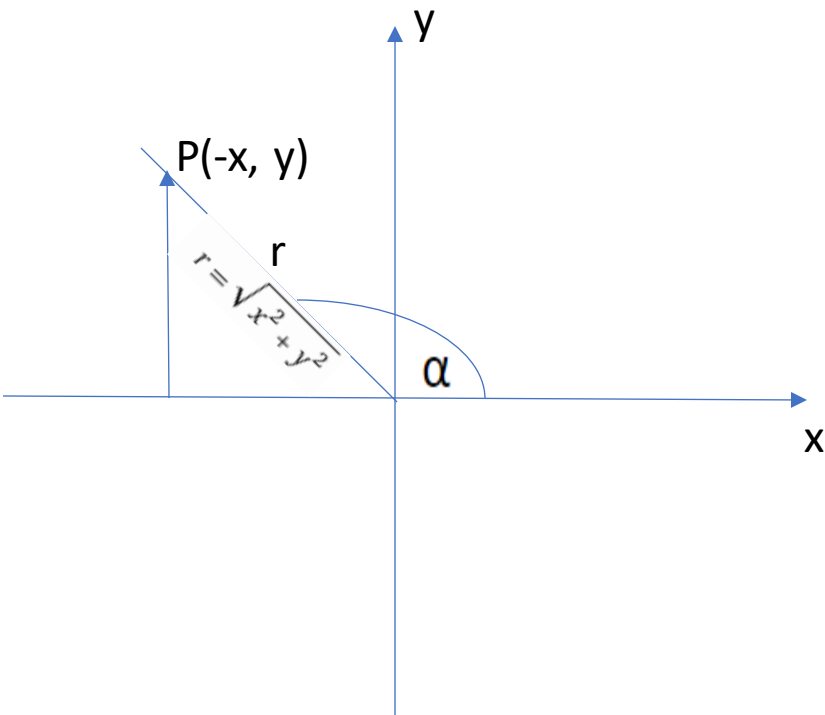
$$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$

Stosunki odpowiednich boków w powyższych trójkątach są równe, co zapišemy tak:

$$\frac{|AB|}{|A'B'|} = \frac{|BC|}{|B'C'|} = \frac{|AC|}{|A'C'|}$$

Trójkąty podobne mają **kąty o takiej samej mierze**. Na powyższym rysunku oba trójkąty mają kąty α, β, γ .

Funkcje trygonometryczne dowolnego kąta płaskiego



$$\sin \alpha = \frac{y}{r}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x}$$

$$\cos \alpha = \frac{x}{r}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{x}{y}$$

Zgodnie z definicjami po lewo:

- W pierwszej ćwiartce wszystkie funkcje przyjmują wartości dodatnie
- W drugiej ćwiartce tylko $\sin \alpha > 0$
- W trzeciej ćwiartce tylko $\operatorname{tg} \alpha$ i $\operatorname{ctg} \alpha > 0$
- A w czwartej ćwiartce tylko $\cos \alpha > 0$

Rymowanka (dla łatwego zapamiętania):

W pierwszej wszystkie są dodatnie

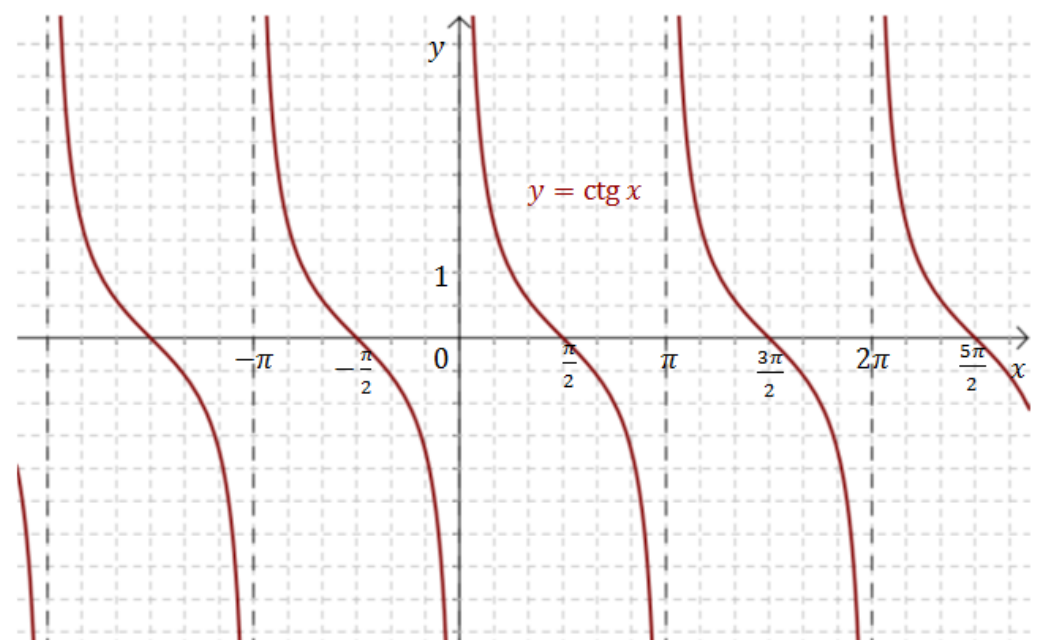
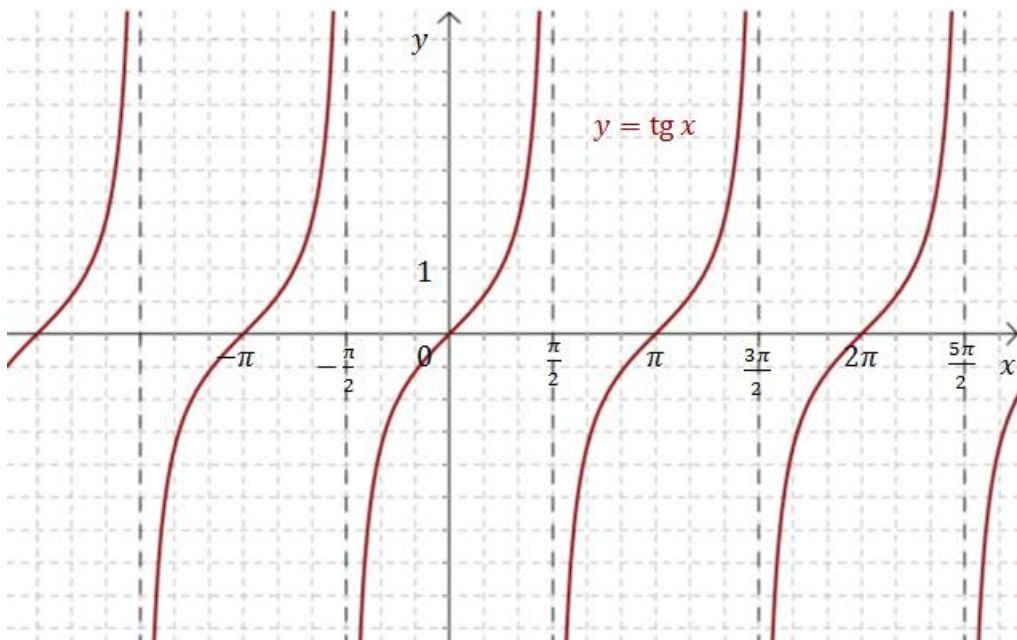
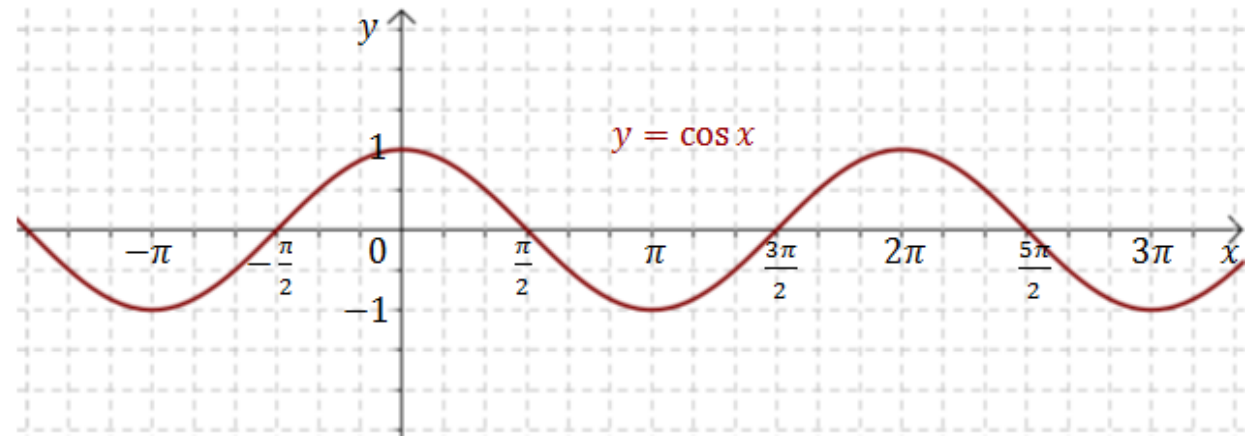
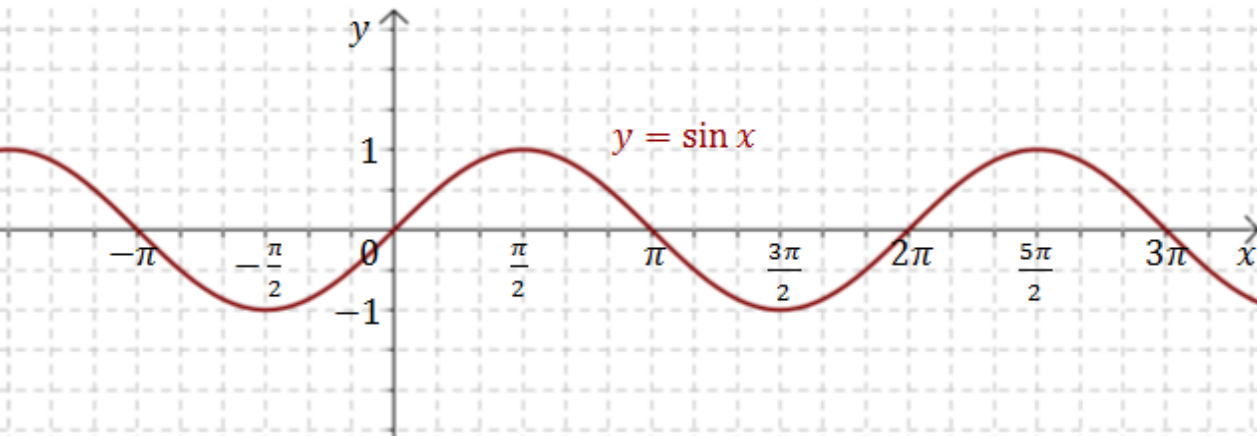
W drugiej tylko sinus

W trzeciej tangens i cotangens

A w czwartej cosinus

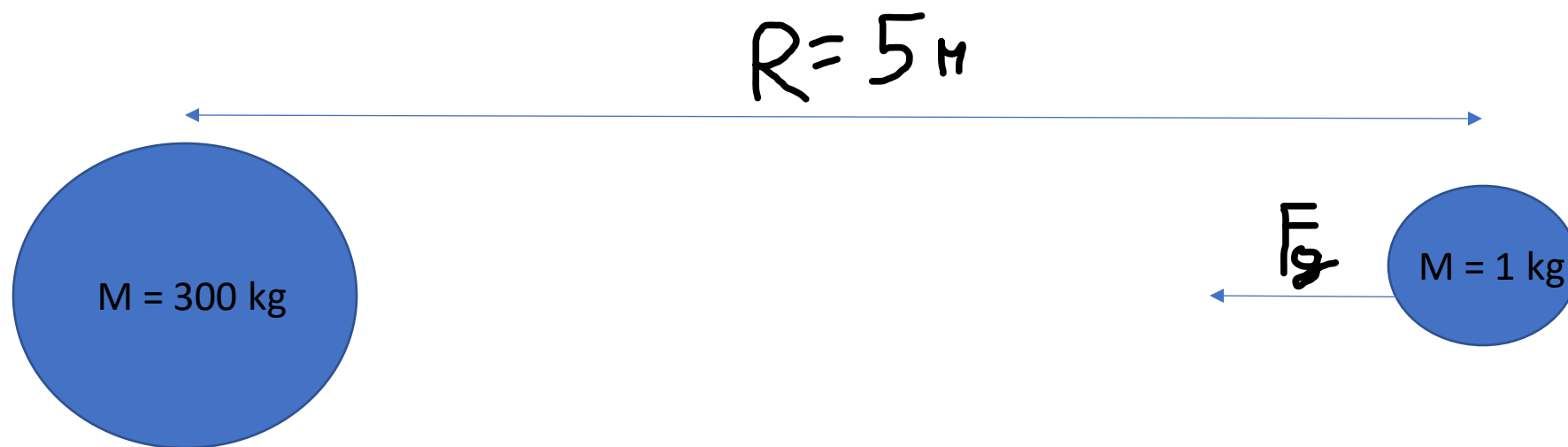


Wykresy funkcji trygonometrycznych



Z jaką siłą przyciągają się dwa obiekty

Wyobraź sobie sytuację w której masz dwie piłki i jedna nagle zaczyna przyciągać drugą. Pewnie zastanawiasz się jak to możliwe, to zobacz na to (sytuacja, w której jedyna siła, to siła grawitacji i pomijamy wszelkie inne siły):



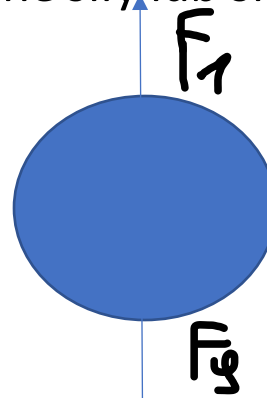
Teraz możemy zastosować wzór na siłę grawitacji i dowiedzieć się z jaką siłą większa piłka przyciąga mniejszą:

$$F_g = \frac{GM_M}{R^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 300 \cdot 1}{5^2} = 80,04 \cdot 10^{-11} [\text{N}]$$

G - stała
gravitacji

Zasady dynamiki Newtona

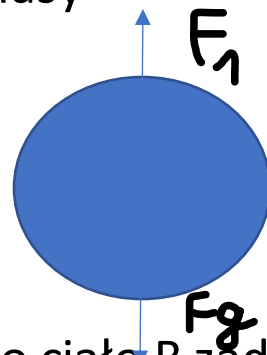
- Zasada pierwsza: Jeżeli na ciało nie działają żadne siły lub siły się równoważą, to ciało pozostaje w spoczynku.



Piłeczka nie poleci
ani do dołu, ani do
góry

$$F_1 = F_g$$

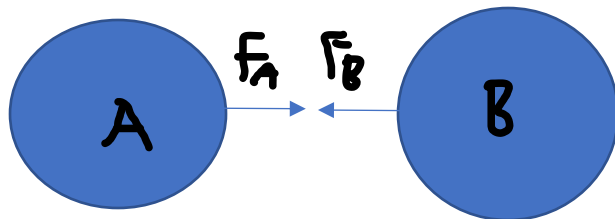
- Zasada druga: Jeżeli wypadkowa sił nie jest równa 0, to ciało porusza się ruchem jednostajnie przyspieszonym z przyspieszeniem wprost proporcjonalnym do masy



Piłeczka będzie spadać
w dół

$$F_g > F_1$$

- Trzecia zasada: Jeśli ciało A zadziała na ciało B to ciało B zadziała na ciało A z taką samą wartością lecz o przeciwnym zwrocie



$$\vec{F}_A = -\vec{F}_B$$



Równanie Drake'a

Czy wiedziałeś, że za pomocą wzoru możemy próbować określić ilość obcych cywilizacji? To teraz już wiesz, że tak - możemy oszacować tą wartość za pomocą wzoru

$$N = R^* \cdot f_p \cdot n_e \cdot f_\ell \cdot f_i \cdot f_c \cdot L$$

gdzie poszczególne człony oznaczają:

- N – liczbę cywilizacji pozaziemskich, z którymi ludzkość może się komunikować (cywilizacji technologicznych);
- R^* – tempo powstawania gwiazd w naszej Galaktyce;
- f_p – odsetek gwiazd, które mają układy planetarne;
- n_e – średnia liczba planet znajdujących się w strefach zamieszkiwalnych wokół gwiazd;
- f_ℓ – odsetek planet leżących w strefie zamieszkiwalnej, na których życie faktycznie istnieje lub powstanie;
- f_i – odsetek planet zamieszkanych, na których życie wyewoluuje do formy inteligentnej;
- f_c – odsetek cywilizacji, które będą chciały komunikować się z ludzkością;
- L – średni czas istnienia cywilizacji technicznych - średni czas, przez jaki cywilizacja będzie próbowała skontaktować się z inną

Zrób teraz zdjęci i spróbuj sam w domu rozwiązać to równanie

Wyjaśnienie wzoru $E=mc^2$

Z teorii względności wynika między innymi, że materia i energia są w pewnym sensie tym samym, a ich zależność od siebie opisuje wzór $E=mc^2$

Energia

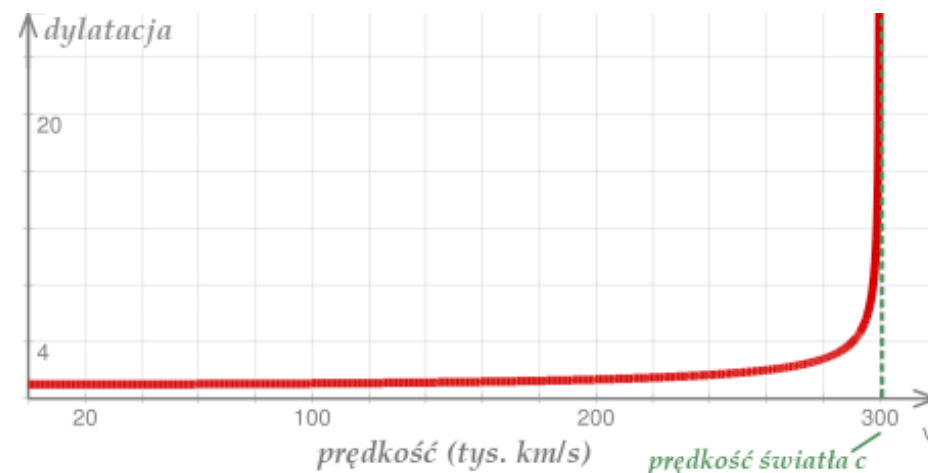
Masa

Do kwadratu

$$E = mc^2$$

Prędkość światła

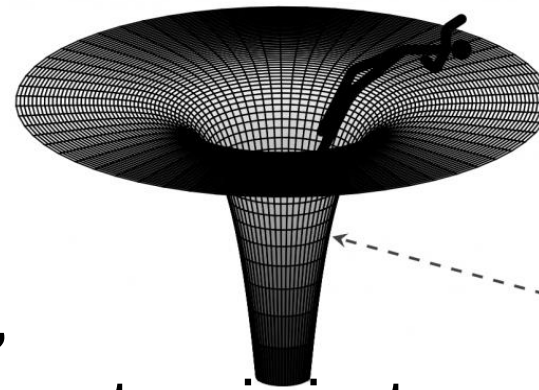
Energię wyrażamy w dżulach (J)
Masę wyrażamy w kilogramach
Za to prędkość światła ma swoją stałą wartość, która wynosi 300 000 km/s w próżni



Horyzont zdarzeń

Jest to sfera otaczająca czarną dziurę lub tunel czasoprzestrzenny, inaczej nazywana granicą w czasoprzestrzeni, po przekroczeniu której prędkość ucieczki dla dowolnego obiektu i fali przekracza prędkość światła w próżni. I żaden obiekt, nawet światło emitowane z wnętrza horyzontu, nie jest w stanie opuścić tego obszaru. Wszystko, co przenika przez horyzont zdarzeń od strony obserwatora, znika.

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right) dt^2 + \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)^{-1} dr^2 + r^2 d\Omega^2$$



$$|\Delta F_{grav}| = \frac{2GMmd}{r_0^3}$$

$$r_{Horizon} = \frac{2GM}{c^2}$$

Ciemna materia

Jest to hipotetyczna materia nieemitująca i nieodbijająca promieniowania elektromagnetycznego. Jej istnienie zdradzają jedynie wywierane przez nią efekty grawitacyjne.



Choć ciemna materia jest dla nas niewidoczna, zakrzywia czasoprzestrzeń tak samo jak zwykła materia. Można ją wykryć dzięki temu, że jej skupiska działają również niczym soczewka, co w astronomii nazywa się soczewkowaniem grawitacyjnym