Ejercicios

Producto por Bloques y Factorizaciones Triangulares

Curso Álgebra Lineal

Pregunta 1

Calcula la inversa de la siguiente matriz de orden n

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Pregunta 2

Sean

$$A_2 = \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix} \qquad A_n = \begin{pmatrix} \alpha & | & e \\ - & | & - \\ 0 & | & A_{n-1} \end{pmatrix}$$

donde $e = (1, 0, 0, \dots, 0) \in \mathbb{R}^{n-1}$. Encontrad A_3^k para $k = 1, 2, 3$.

Encontrad también una fórmula general para A_3^k

Pregunta 3

Encontrad la transpuesta de la siguiente matriz por bloques

$$A = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \\ A_5 & A_6 \end{pmatrix}$$

donde $A_i \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$. ¿Qué dimensiones tiene A? ¿Y A^t?

Pregunta 4

Suponiendo que los elementos a, c, e, f, h, m son todos diferentes de 0, encuentra la matriz inversa de

$$A = \begin{pmatrix} 0 & a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ f & 0 & b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & g & 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h & 0 & d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k & 0 & e \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m & 0 \end{pmatrix}$$

Pregunta 5

Resuelve los siguientes sistemas mediante factorización $A = LU$ o $PA = LU$

$$\begin{cases} 2x + 3y - z = 0 \\ -6x - 6y + 5z = 0 \\ 4x + 18y + 6z = 0 \\ -2x - 9y - 3z = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 3y - z = 3 \\ -6x - 6y + 5z = 2 \\ 4x + 18y + 6z = 1 \\ -2x - 9y - 3z = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y - 2z + t = 3 \\ 4x + 5y - 7z + 6t = 3 \\ 5x + 25y - 15z - 3t = 3 \\ 6x - 12y - 6z + 22t = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 2z + t = 0 \\ 5y + 7z + 6t = 1 \\ 5x + 2y - 15z = 0 \\ 6x - 12y + 22t = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 2z + t = -1 \\ -x - 5y + 5z + 16t = 10 \\ 5x + 2y - 15z = 0 \\ 12y + 22t = 9 \end{cases}$$

Pregunta 6

Calcula la factorización $A = LU$ o $PA = LU$ de las siguientes matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 1 & -1 & 3 \\ 4 & -2 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 5 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 & 1 & -1 & 4 \\ 1 & -2 & 0 & 3 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 7 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 1 & -1 \\ 4 & -2 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & 0 & -1 \\ -1 & 5 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$