Tema 1 - Ejercicio 26

Curso Álgebra Lineal

Enunciado

Considerad la matriz $A \in \mathcal{M}_{3\times 4}(\mathbb{R})$ dada por

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 3 & -2 \\ -2 & 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

Calculad su matriz escalonada y su escalonada reducida por filas.

Solución

$$A \sim_{f_2-2f_1} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 5 \\ 0 & 2 & -3 & -12 \\ -2 & 2 & -1 & 3 \end{pmatrix} \sim_{f_3+2f_1} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 5 \\ 0 & 2 & -3 & -12 \\ 0 & 4 & 5 & 13 \end{pmatrix}$$

$$\sim_{\frac{1}{2}f_2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{2} & -6 \\ 0 & 4 & 5 & 13 \end{pmatrix} \sim_{f_3-4f_2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{2} & -6 \\ 0 & 0 & 11 & 37 \end{pmatrix}$$

Una matriz escalonada equivalente a A es

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{2} & -6 \\ 0 & 0 & 11 & 37 \end{pmatrix}$$

Para encontrar la matriz escalonada reducida, debemos seguir realizando operaciones elementales:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{2} & -6 \\ 0 & 0 & 11 & 37 \end{pmatrix} \sim_{\frac{1}{11}f_3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{2} & -6 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{37}{11} \end{pmatrix} \sim_{f_2+\frac{3}{2}f_3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{21}{22} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{37}{11} \end{pmatrix}$$

$$\sim_{f_1-3f_3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & -\frac{56}{11} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{21}{22} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{37}{11} \end{pmatrix} \sim f_1 - f_2 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{91}{22} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{21}{22} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{37}{11} \end{pmatrix}$$

Con lo cual, la matriz reducida equivalente a A es

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{91}{22} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{21}{22} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{37}{11} \end{pmatrix}$$