Tema 2 - Ejercicio 1

`R`, `Python` y `Octave`

Curso Álgebra Lineal

Enunciado

Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} 4x & + & 2y & = & 3 \\ x & - & 2y & = & 2 \\ 3x & + & 4y & = & 1 \end{cases}$$

(a) Comprobad que, efectivamente, se trata de un sistema compatible determinado haciendo uso del Teorema de Rouché-Frobenius
(b) Calculad su solución

Solución (a)

Pasando el sistema a su forma matricial tenemos:

```
A = rbind(c(4,2),c(1,-2),c(3,4))
b = c(3,2,1)
showEqn(A,b)
```

```
4*x1 + 2*x2  =  3
1*x1 - 2*x2  =  2
3*x1 + 4*x2  =  1
```

En primer lugar, el rango de A es

```
R(A)
```

```
[1] 2
```

por otro lado, el rango de la matriz ampliada $(A|B)$ es

```
AB = cbind(A,b)
R(AB)
```

```
[1] 2
```

Con lo cual,

```
all.equal(R(A),R(AB))
```

```
[1] TRUE
```

Teniendo en cuenta que tenemos 2 incógnitas, por el Teorema de Rouché-Frobenius podemos concluir que, al ser los rangos de la matriz de coeficientes y la matriz ampliada iguales entre sí e iguales al número de incógnitas, se trata de un sistema compatible determinado.

Solución (b)

```
Solve(A, b, fractions = T)
```

```
x1     =      1
  x2   =   -1/2
   0   =      0
```

Nuestra solución es $s = \left(1, -\frac{1}{2}\right)$

Comprobemos que la solución es correcta. Lo haremos de dos formas diferentes:

- Primero sustituimos la solución obtenida en todas las ecuaciones

$$\begin{array}{ccccccccc} 4\cdot 1 & + & 2\cdot(-\frac{1}{2}) & = & 4 & - & 1 & = & 3 \\ 1 & - & 2\cdot(-\frac{1}{2}) & = & 1 & + & 1 & = & 2 \\ 3\cdot 1 & + & 4\cdot(-\frac{1}{2}) & = & 3 & - & 2 & = & 1 \end{array}$$

Todas las igualdades son ciertas. Por tanto, la solución es correcta.

- En segundo lugar, comprobamos de forma matricial:

```r
s = c(1,-1/2)
A%*%s == b
```

```
     [,1]
[1,] TRUE
[2,] TRUE
[3,] TRUE
```

Lo que acabamos de ver es que multiplicando la matriz de coeficientes por el vector solución hemos obtenido el vector de términos independientes. Es decir, la solución es la correcta.