

Ejercicios

Determinantes

Curso Álgebra Lineal

Pregunta 1

Resuelve la siguiente ecuación donde el determinante es de orden 9:

$$\begin{vmatrix} x^2 & 9 & \cdots & 9 \\ 9 & x^2 & \cdots & 9 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 9 & 9 & \cdots & x^2 \end{vmatrix} = 0$$

Pregunta 2

Calcula para qué valores de a la matriz

$$A = \begin{pmatrix} -a & a-1 & a+1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2-a & a+3 & a+7 \end{pmatrix}$$

tiene rango 3. En estos casos, calcula su inversa

Pregunta 3

Calcula los valores de los siguientes determinantes de orden n

$$\begin{vmatrix} 1+a^2 & -a & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -a & 1+a^2 & -a & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -a & 1+a^2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1+a^2 & -a \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -a & 1+a^2 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 0 & a & \cdots & a \\ 1 & a & 0 & \cdots & a \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & a & a & \cdots & 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n-1 & n-a \\ 1 & 2 & 3 & \cdots & n-1-a & n \\ 1 & 2 & 3 & \cdots & n-1 & n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & 2-a & 3 & \cdots & n-1 & n \\ 1-a & 2 & 3 & \cdots & n-1 & n \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & b_1 & b_1 & \cdots & b_1 \\ 1 & a_1 & b_2 & \cdots & b_2 \\ 1 & a_1 & a_2 & \cdots & b_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-1} \end{vmatrix}$$

Pregunta 4

A partir del determinante de orden n

$$|A_n| = \begin{vmatrix} x & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & x & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & x & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & x \end{vmatrix}$$

Calculad

$$B_n = \begin{vmatrix} A_n & A_{n-1} \\ A_{n+1} & A_n \end{vmatrix}$$

Pregunta 5

Resolved la siguiente ecuación donde el determinante es de orden n

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n \\ 1 & 1+x & 3 & \cdots & n \\ 1 & 2 & 1+x & \cdots & n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 2 & 3 & \cdots & 1+x \end{vmatrix} = 0$$

Pregunta 6

Estudia la compatibilidad de los siguientes sistemas de ecuaciones lineales según los valores de los parámetros y resóvelos por Crammer en caso de ser posible

$$\begin{cases} (a+1)x + y + z = 1 \\ x + y + z = a-1 \\ x + ay + z = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a+1)x + 2y + z = 0 \\ x + ay + z = a-1 \\ x + y + z = a \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + ay + z = 7 \\ x + ay + z + t = b \\ bx + ay + z = b \\ x + 2ay + t = -1 \end{cases}$$

Pregunta 7

Calcula los siguientes determinantes sin desarrollar por filas ni columnas, solamente utilizando sus propiedades:

$$\begin{vmatrix} a & b & b \\ b & a & b \\ b & b & a \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 0 & a & a & a \\ a & 0 & b & b \\ b & b & 0 & c \\ c & c & c & 0 \end{vmatrix}$$

Pregunta 8

Prueba la siguiente igualdad

$$\begin{vmatrix} a-b-c & 2b & 2c \\ 2a & b-c-a & 2c \\ 2a & 2b & c-a-b \end{vmatrix} = (a+b+c)^3$$

Pregunta 9

Calcula el determinante

$$\begin{vmatrix} a^2 & ab & ab & b^2 \\ ab & a^2 & b^2 & ab \\ ab & b^2 & a^2 & ab \\ b^2 & ab & ab & a^2 \end{vmatrix}$$