Splay деревья. АА деревья

Курпас Артём Викторович
ДВФУ Б9121-09.03.03ПИКД

09.01.2023

Node (узел, элемент x)

Содержит:

- Поле с данными (ключ)
- Ссылку на предка
- Ссылку на правого и левого потомков

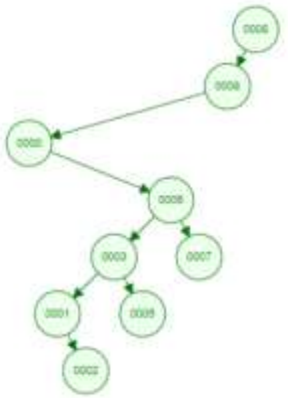
Основные операции

- Дерево – некоторое множество элементов S

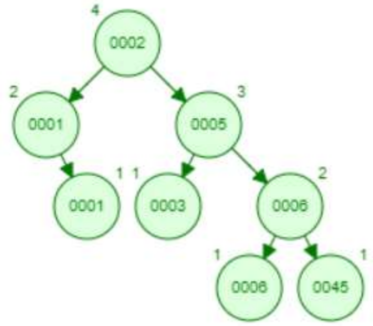
- $access(x)$ – получение доступа в эл-ту x
- $insert(x)$ – вставка эл-та x
- $delete(x)$ – удаление эл-та x

Splay-деревья

- От англ. «растопыриваться»
- «самобалансирующаяся» структура данных
- было придумано Робертом Тарьяном и Даниелем Слейтером в 1983 году.



Splay-дерево



AVL-дерево

Преимущества

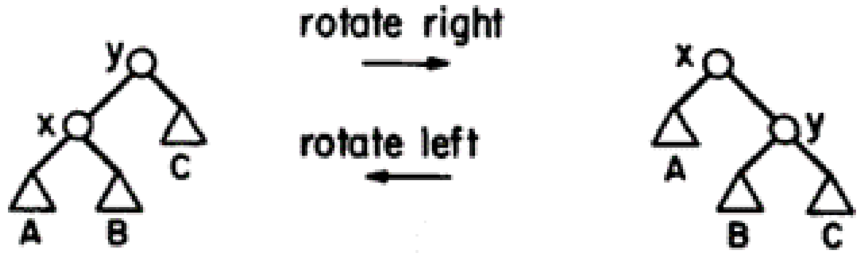
- Требуется меньше места
- Простая реализация

Splaying

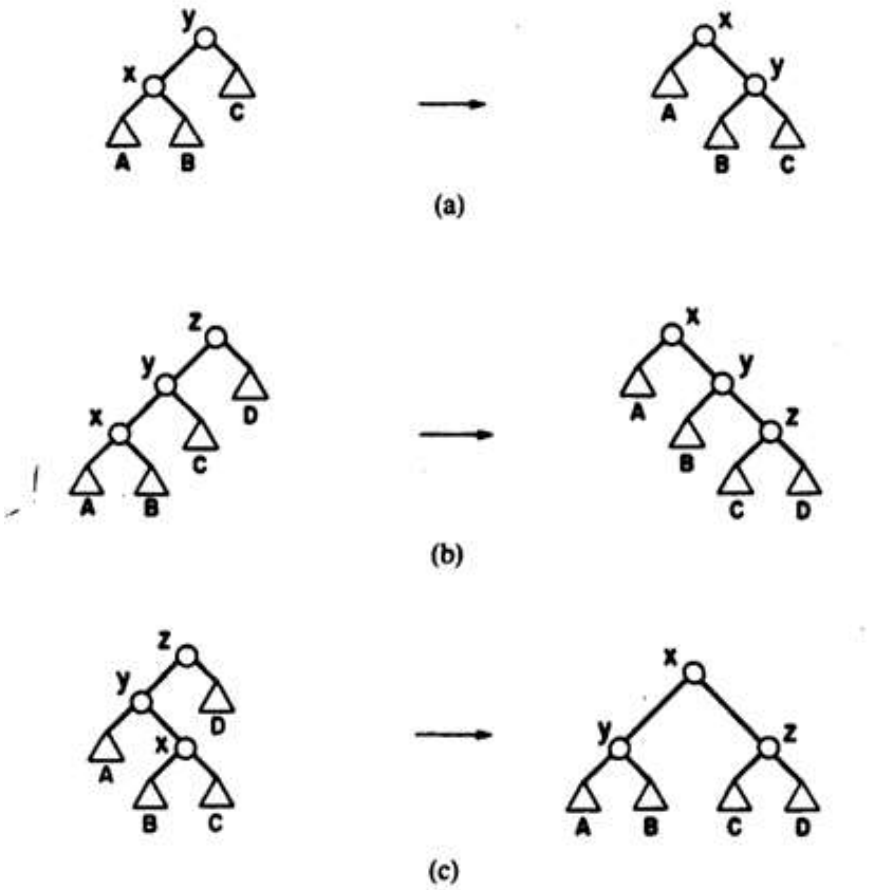
- Эвристика
- Выталкивание текущего эл-та *x* в корень дерева
- Делает быстрее доступ к недавним эл-там

Вращения (левое, правое)

- Вспомогательная операция
- Сложность: $O(1)$
- Используются в $Zig(x), Zig - Zig(x), Zig - Zag(x)$



Операции $splay(x)$



- Вспомогательные операции
- *A)* $Zig(x)$ – одиночное вращение
- B) $Zig - Zig(x)$ – два одинаковых вращения подряд
- *C)* $Zig - Zag(x)$ - два разных вращения подряд

$Splay(x)$

- Вспомогательная операция
- Поднимает x в корень
- Использует $Zig(x), Zig-Zig(x)$, $Zig-Zag(x)$
- Сложность: $O(h) \Leftrightarrow O(log_2 n)$

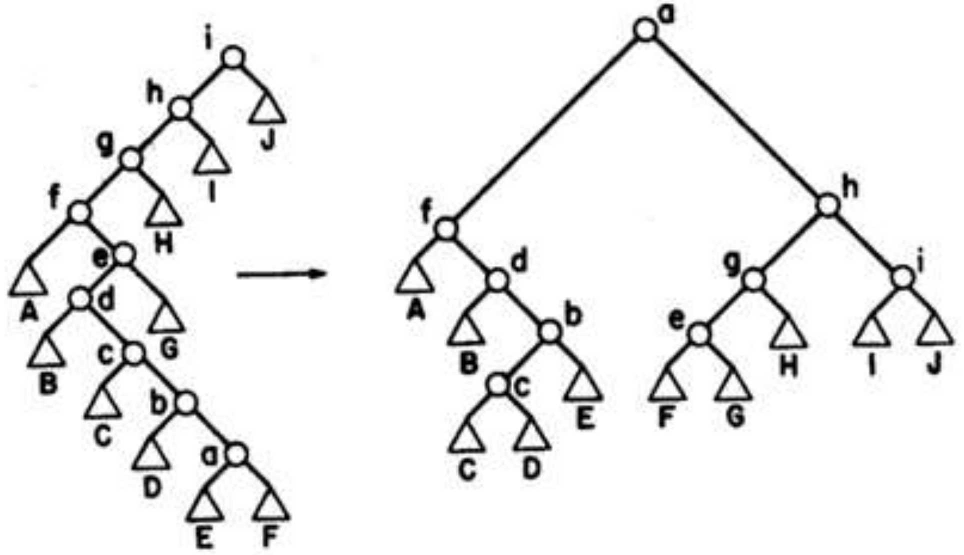


Рис. Применение $splay$ к узлу a

Работа с деревом. $access(x)$

- Начинаем от корня
- Спускаясь, ищем x
- Вызываем $splay(x)$
- $T\big(access(x)\big) \leq 2T(splay(x)) \Leftrightarrow \ O(log_2 n)$

Работа с деревом. $access(x)$

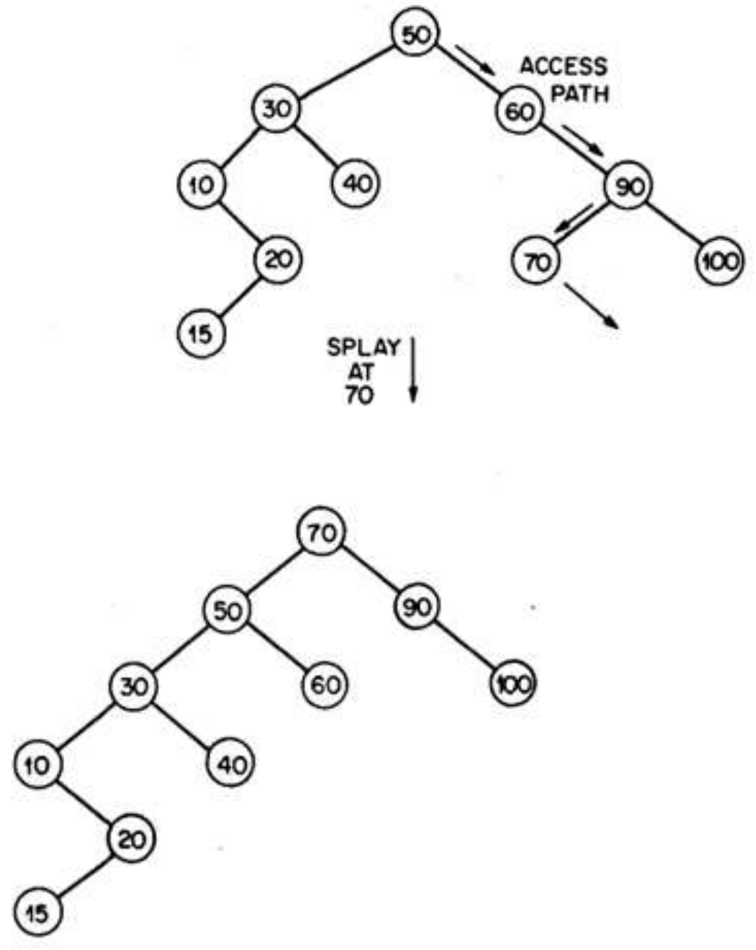


Рис. Попытка найти узел с ключом 80.

Работа с деревом. $insert(x)$

- Начинаем от корня
- Спускаясь, ищем пустой узел
- Производим вставку
- Вызываем $splay(x)$
- $T\left(insert(x)\right) \leq 2T(splay(x)) \Leftrightarrow \ O(log_2 n)$

Работа с деревом. $join(t_1, t_2)$

- Слияние двух поддеревьев
- Ищем максимальный эл-т i в t_1
- Вызываем $splay(i)$
- $i \to right = t_2$
- Возвращаем новое дерево t

Работа с деревом. $delete(x)$

- Выполняем $access(x)$
- Заменяем t (корень) на $join(t_1, t_2)$
- Очищаем память
- $T\big(delete(x)\big) = T\big(access(x)\big) \leq 2T\big(splay(x)\big) \Leftrightarrow\ O(log_2 n)$

Работа с деревом. $insert(x)$ и $delete(x)$

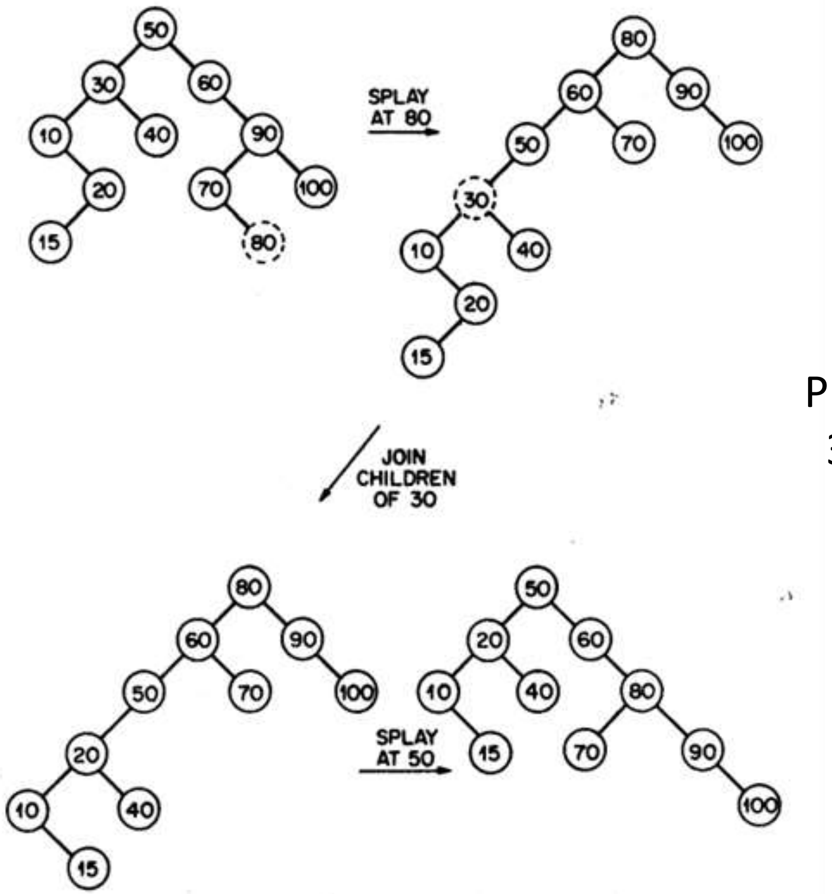


Рис. Реализации вставки и удаления. За вставкой ключа 80 последовало удаление узла с ключом 30.

АА-деревья

- Сбалансированная структура данных
- Разновидность красно-чёрного дерева
- Было придумано Арне Андерссоном в 1993 году.

Преимущества

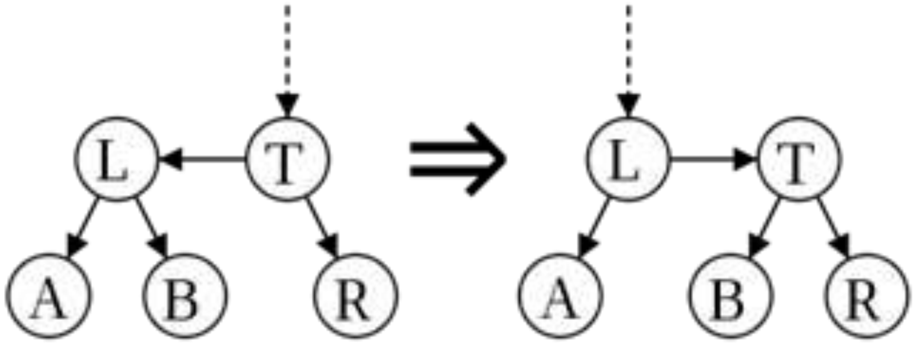
- Простая реализация
- Гарантированная производительность*

Свойства

- Уровень каждого листа равен 1 (или 0)
- Уровень каждого левого ребенка ровно на один меньше, чем у его родителя
- Уровень каждого правого ребенка равен или на один меньше, чем у его родителя
- Уровень каждого правого внука строго меньше, чем у его прародителя
- Каждая вершина с уровнем больше 1 имеет двоих детей

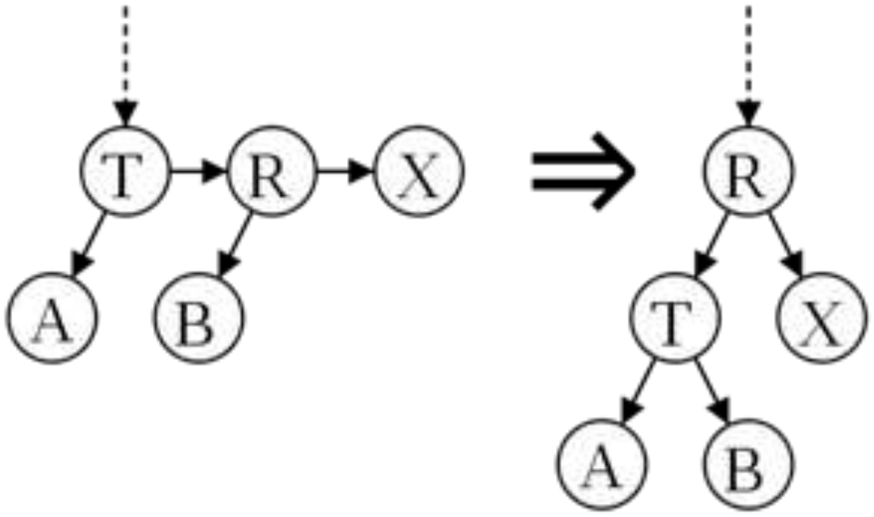
Операции балансировки. $skew(x)$

- $skew(x)$ – устранение левого горизонтального ребра
- Правое вращение
- Сложность: $O(1)$



Операции балансировки. $split(x)$

- $split(x)$ – устранение двух последовательных правых горизонтальных ребер
- R «выталкивается»
- Левое вращение
- Сложность: $O(1)$



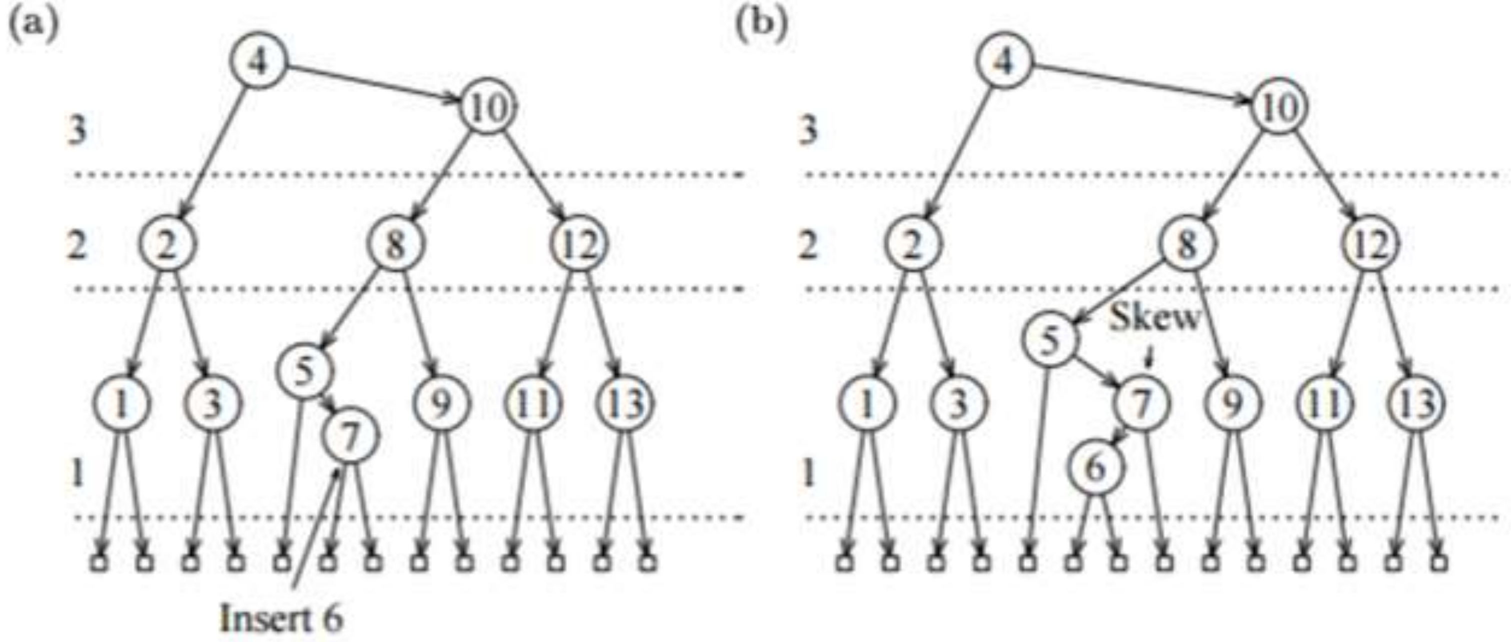
Работа с деревом. $access(x)$

- Начинаем от корня
- Спускаясь, ищем x
- $T\left(access(x)\right) \leq O(log_2 n)$

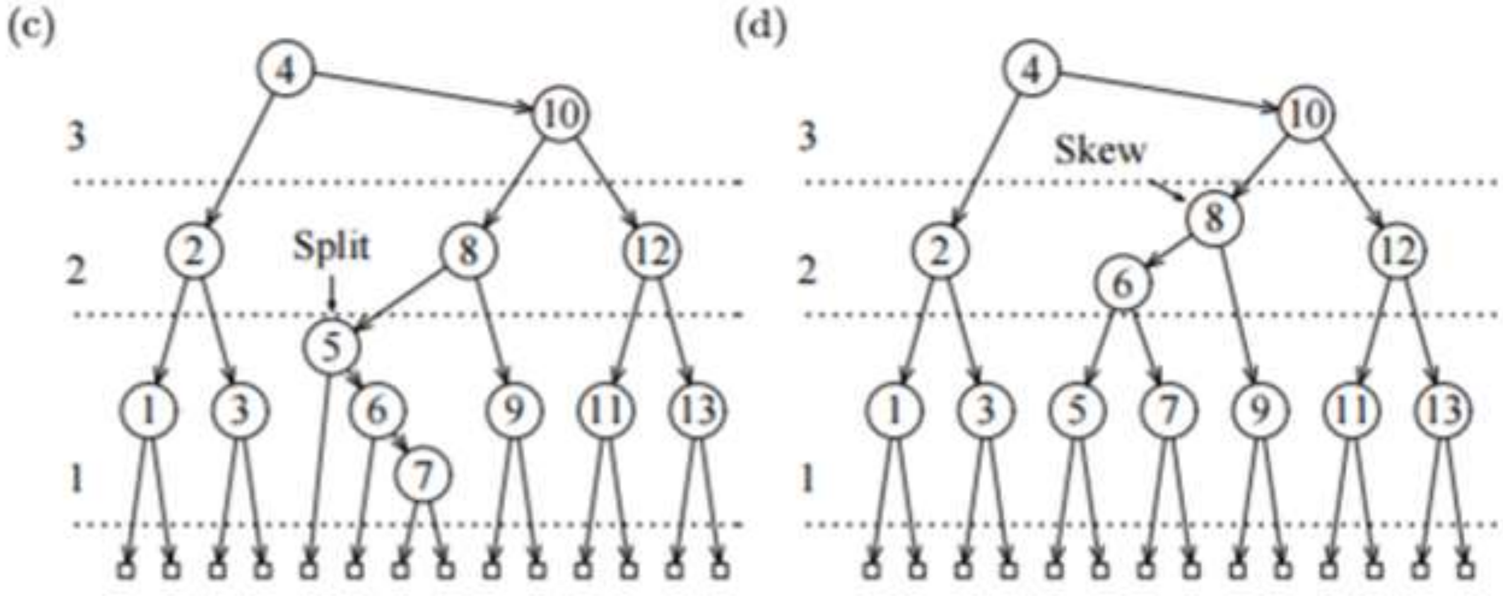
Работа с деревом. $insert(x)$

- Начинаем от корня
- Спускаясь, ищем пустой узел
- Производим вставку
- При подъёме к корню:
  - $skew(x)$
  - $split(x)$
- $T\big(insert(x)\big) \leq O(log_2 n)$

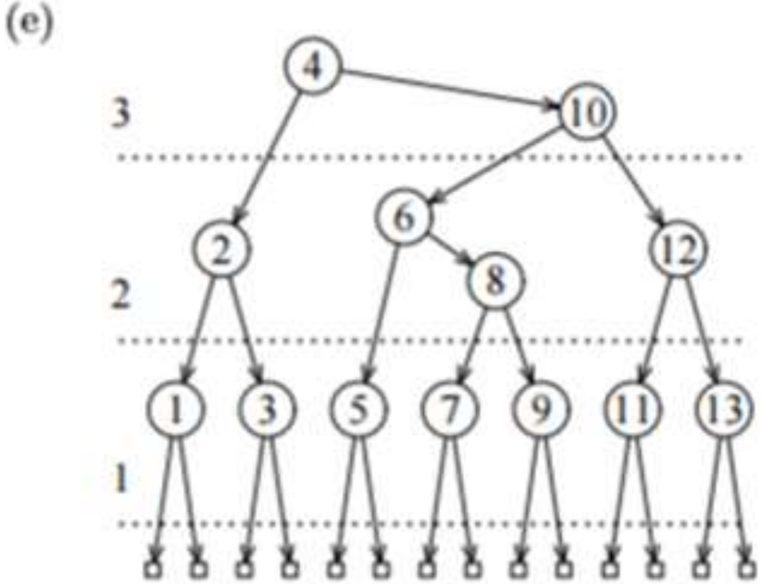
Работа с деревом. $insert(x)$



Работа с деревом. $insert(x)$



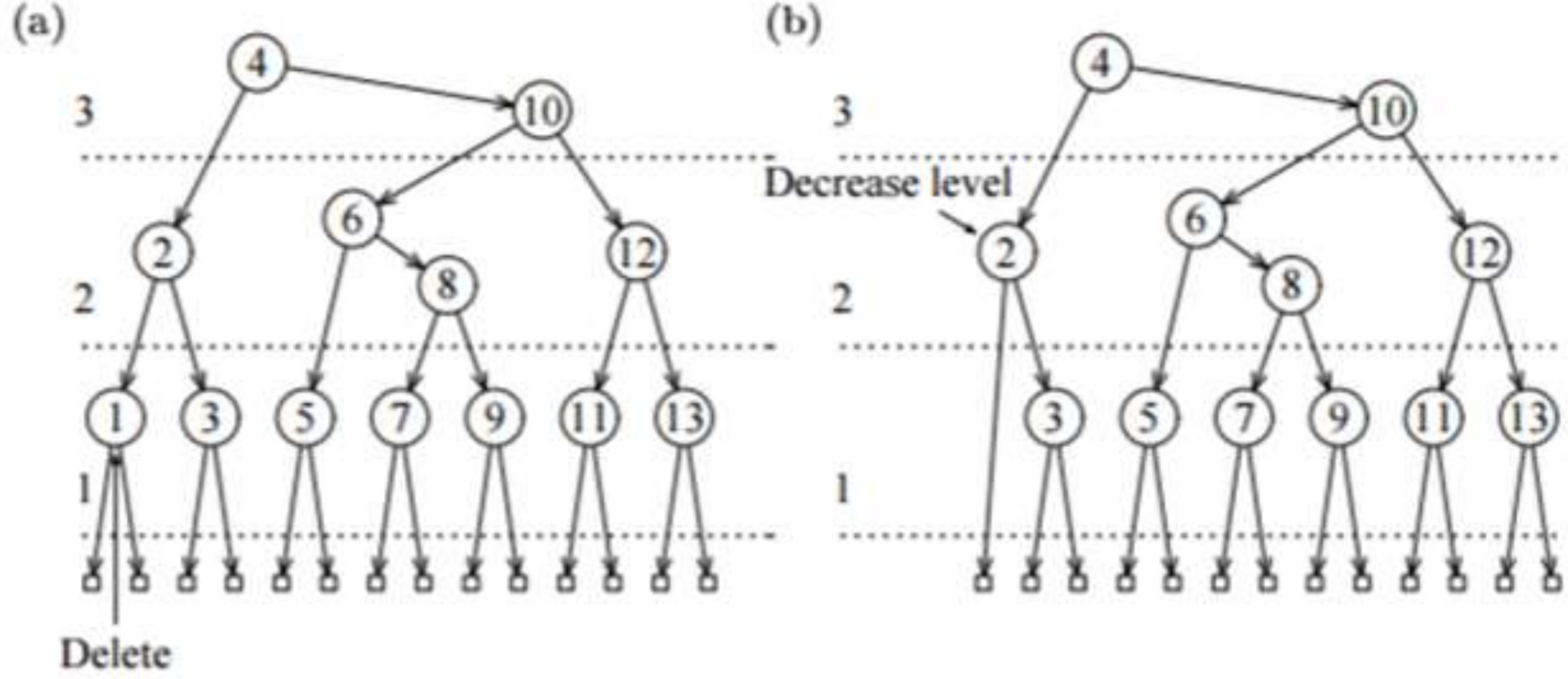
Работа с деревом. $insert(x)$



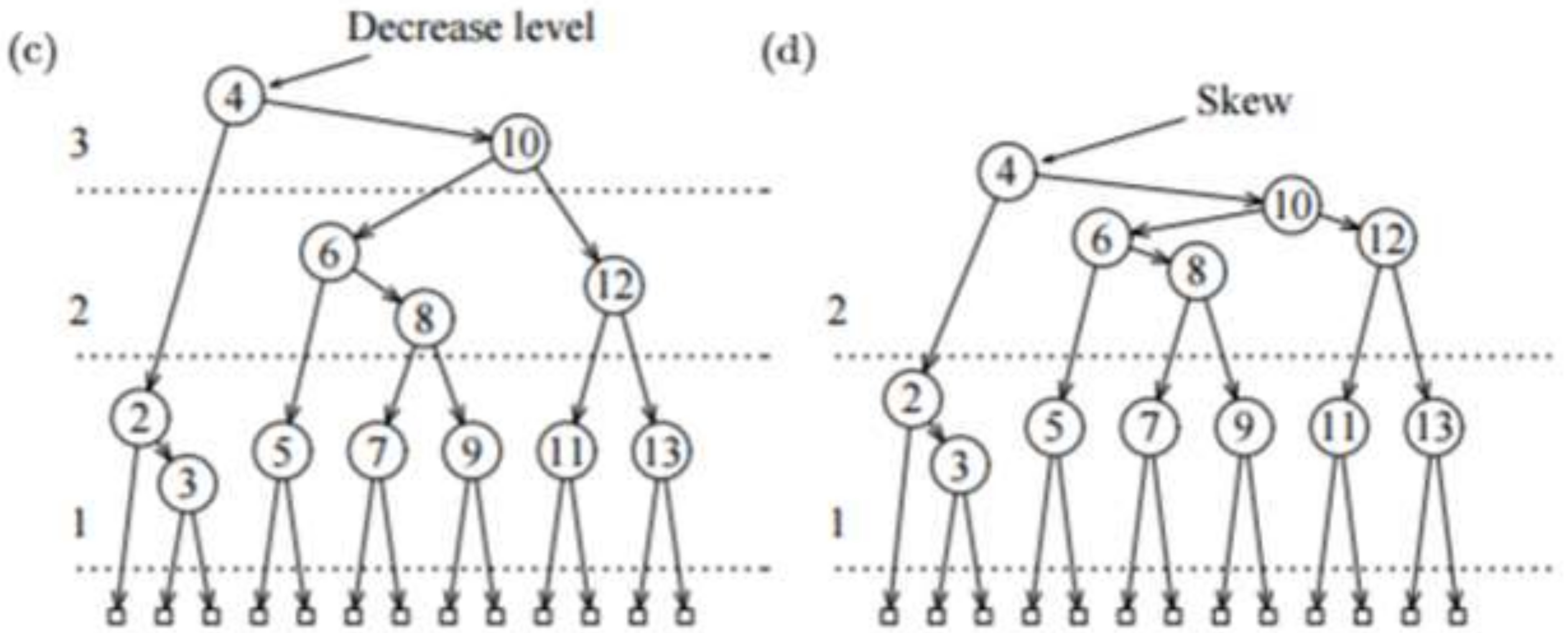
Работа с деревом. $delete(x)$

- $access(x)$
- x – лист:
  - Очищаем память
- x – не лист:
  - Заменяем x на «предшественника» или «преемника»
- При подъёме к корню:
  - Обновляем уровень всех вершин
  - $skew(x)$
  - $split(x)$
- $T\left(delete(x)\right) \leq O(log_2 n)$

Работа с деревом. $delete(x)$



Работа с деревом. $delete(x)$



Работа с деревом. $delete(x)$