

Conceptos de Física Teórica

Por: Luis Fernando Mellado Cañas
David Guadalupe Esquila

Abstract

Este documento es una recopilacion de los apuntes del profesor Phd Jose Luis Castro Quilantan de la materia Física Teórica 1 de la Escuela Superior de Física y Matemáticas dedicado a los alumnos de dicha materia, esperando ser de gran utilidad, como me fue de utilidad a mi.

Luis Fernando Mellado Cañas

Contents

1	Prefacio	5
2	Problema de los dos cuerpos	6

1 Prefacio

En este escrito se hablara de la resolución de varios fenemos fisicos mecanicos con algunas tecnicas basadas en el algebra lineal, se espera que el alumno que desse leer este escrito, debera de tener conceptos fuertes sobre algebra lineal y metodos de resolucion de ecuaciones diferenciales para poder entender los pasos esenciales de estas tecnicas, ademas, claro esta, las ideas fundamentales de física.

2 Problema de los dos cuerpos

Empesemos con el fenomeno más basico y sencillo de fisica, una masa que cuelga sujeta por un resorte con coeficiente de restitución k y longitud l . Veamos cual es la energía potencial del sistema, tenemos que se ve afectado por el potencial gravitatorio de la Tierra y ademas el potencial del resorte. Luego de la condición de fuerzas conservativas tenemos que:

$$\mathbb{F}(y) = -\nabla U(y)$$

entonces si $U = \frac{1}{2}k(y - l)^2 - mgy$

$$\begin{aligned}\mathbb{F} &= -\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{2}k(y - l)^2 - mgy \right) \\ &= -k(y - l) + mg\end{aligned}\tag{1}$$

De aqui podemos observar algo importante, vemos que las condiciones donde \mathbb{F} es igual a cero, se le denominan puntos de equilibrio; es decir,

$$\begin{aligned}0 &= -ky_{eq} + kl + mg \\ y_{eq} &= \frac{mg}{k} + l\end{aligned}\tag{2}$$

Ahora de la segunda ley de Newton tenemos que la ecuación 1, obtenemos la ecuación de movimiento.

$$\begin{aligned}m\ddot{y} &= -ky + kl + mg \\ \ddot{y} + \frac{k}{m}y &= g + \frac{kl}{m}\end{aligned}\tag{3}$$

Observe que tenemos una ecuación diferencial ordinaria de segundo orden no homogénea, la parte homogénea es la ecuación de un oscilador armónico simple, por lo tanto la solución a este sistema es el siguiente: ¹

$$y(t) = A \cos(\omega \cdot t) + B \sin(\omega \cdot t) - \frac{gm}{k} - l$$

Si somos curiosos, observe que el último término de la ecuación del sistema es igual a la condición de equilibrio (observe 2) por tanto en 3 haciendo un cambio de variable a $y - y_{eq} = Z$ tenemos:

$$\ddot{Z} + \frac{k}{m}Z = 0$$

¹¿Quién es A , B y ω ?

logrando así homogenizar la ecuación de movimiento 3, sin alterar las propiedades principales de este.

Bien, veamos ahora extengamos este concepto, ahora en la masa le colocamos otro resorte con coeficiente de restitución k_2 , longitud l_2 colgando otra masa (supongamos que las masas son diferentes $m_1 \neq m_2$), empecemos con el potencial

$$U(y_1, y_2) = \frac{1}{2}k_1(y_1 - l_1)^2 + \frac{1}{2}k_2(y_2 - y_1 - l_2)^2 - mgy_1 - mgy_2$$

² luego aplicando que las fuerzas son conservativas

$$\begin{aligned}\mathbb{F}(y_1, y_2) &= -\nabla U(y_1, y_2) \\ &= -\frac{\partial}{\partial y_1} \left(\frac{1}{2}k_1y_1^2 + \frac{1}{2}k_2(y_2 - y_1)^2 - mgy_1 - mgy_2 \right) \hat{y}_1 \\ &\quad - \frac{\partial}{\partial y_2} \left(\frac{1}{2}k_1y_1^2 + \frac{1}{2}k_2(y_2 - y_1)^2 - mgy_1 - mgy_2 \right) \hat{y}_2 \\ &= (-k_1y_1 + k_2(y_2 - y_1) + mg)\hat{y}_1 + (-k_2(y_2 - y_1) + mg)\hat{y}_2\end{aligned}$$

Notese que ahora la fuerza se está escribiendo como un campo vectorial en términos de y_1 y y_2 . Bien, para simplificar la notación, podemos usar el poder del álgebra matricial, de aquí se requiere conocimiento de álgebra lineal. Cambiando a la notación matricial, tenemos:

$$\begin{pmatrix} F_{y_1} \\ F_{y_2} \end{pmatrix} = ()$$

²¿Qué quiere decir $U(y_1, y_2), y_1 - l_1, y_2 - y_1 - l_2$?