Tarea 1 **Calculo Computacional**

Victor Tortolero CI:24.569.609

Respuesta 1

Tenemos que $\frac{A+3}{13}$, como $A = 9$, tendríamos $\frac{9+3}{13} = \frac{12}{13}$. Ahora procedemos a convertir a binario.

$\frac{12}{13} \times 2 = \frac{24}{13}$, $b_0 = 1$
$\frac{11}{13} \times 2 = \frac{22}{13}$, $b_1 = 1$
$\frac{9}{13} \times 2 = \frac{18}{13}$, $b_2 = 1$
$\frac{5}{13} \times 2 = \frac{10}{13}$, $b_3 = 0$
$\frac{10}{13} \times 2 = \frac{20}{13}$, $b_4 = 1$
$\frac{7}{13} \times 2 = \frac{14}{13}$, $b_5 = 1$
$\frac{1}{13} \times 2 = \frac{2}{13}$, $b_6 = 0$

$\frac{2}{13} \times 2 = \frac{4}{13}$, $b_7 = 0$
$\frac{4}{13} \times 2 = \frac{8}{13}$, $b_8 = 0$
$\frac{8}{13} \times 2 = \frac{16}{13}$, $b_9 = 1$
$\frac{3}{13} \times 2 = \frac{6}{13}$, $b_{10} = 0$
$\frac{6}{13} \times 2 = \frac{12}{13}$, $b_{11} = 0$

Por lo tanto tenemos que:

$$0{,}111011000100\overline{111011000100}\mathbf{1}\dots$$

Observemos que el numero que vendria luego del bit 24 seria un 1. Entonces a la hora de redondear se suma 1. Por lo tanto, tenemos que $Fl(\frac{12}{13})_{Truncado} = 0{,}111011000100111011000100$, y que $Fl(\frac{12}{13})_{Redondeado} = 0{,}111011000100111011000101$.

Por Truncamiento tenemos que:

$$\begin{aligned} E_A = |x - Fl(x)_{Truncado}| &= 0, \underbrace{000\dots000}_{\text{24 Ceros}} 111011000100\dots \\ &= 0, \underbrace{111011000100111011000100}_{\text{Esto es } \frac{12}{13}} \dots \times 2^{-24} \\ &= \frac{12}{13} \times 2^{-24} \approx 5,50196 \times 10^{-8} \\ E_R = \frac{E_A}{|x|} &= \frac{\frac{12}{13} \times 2^{-24}}{\frac{12}{13}} \\ &= 2^{-24} \approx 5,96046 \times 10^{-8} \end{aligned}$$

Por Redondeo tenemos que:

$$
\begin{aligned}
E_A = |x - Fl(x)_{Redondeado}| &= |x - (Fl(x)_{Truncado} + 1 \times 2^{-24})| \\
&= |x - Fl(x)_{Truncado} - 1 \times 2^{-24}| \\
&= |\frac{12}{13} \times 2^{-24} - 1 \times 2^{-24}| \\
&= |\frac{12}{13} - 1| \times 2^{-24} \\
&= \frac{1}{13} \times 2^{-24} \approx 4,584 \times 10^{-9} \\
E_R = \frac{E_A}{|x|} &= \frac{\frac{1}{13} \times 2^{-24}}{\frac{12}{13}} \\
&= \frac{1}{12} \times 2^{-24} \approx 4,9670 \times 10^{-9}
\end{aligned}
$$

Respuesta 2

Tenemos $245696,09_{10}$, procedemos a convertirlo a binario:

- **Parte Entera**:

$\frac{245696}{2} = 122848,\ b_{17} = 0$
$\frac{122848}{2} = 61424,\ b_{16} = 0$
$\frac{61424}{2} = 30712,\ b_{15} = 0$
$\frac{30712}{2} = 15356,\ b_{14} = 0$
$\frac{15356}{2} = 7678,\ b_{13} = 0$
$\frac{7678}{2} = 3839,\ b_{12} = 0$
$\frac{3839}{2} = 1919,\ b_{11} = 1$
$\frac{1919}{2} = 959,\ b_{10} = 1$
$\frac{959}{2} = 479,\ b_{09} = 1$
$\frac{479}{2} = 239,\ b_{08} = 1$
$\frac{239}{2} = 119,\ b_{07} = 1$
$\frac{119}{2} = 59,\ b_{06} = 1$
$\frac{59}{2} = 29,\ b_{05} = 1$
$\frac{29}{2} = 14,\ b_{04} = 1$
$\frac{14}{2} = 7,\ b_{03} = 0$
$\frac{7}{2} = 7,\ b_{02} = 1$
$\frac{3}{2} = 1,\ b_{01} = 1$
$\frac{1}{2} = 0,\ b_{00} = 1$

Por lo tanto tenemos que $245696_{10} = 111011111111000000_2$.

- **Parte Decimal**:

$\frac{9}{100} \times 2 = \frac{18}{100},\ b_0 = 0$
$\frac{18}{100} \times 2 = \frac{36}{100},\ b_1 = 0$
$\frac{36}{100} \times 2 = \frac{27}{100},\ b_2 = 0$
$\frac{72}{100} \times 2 = \frac{144}{100},\ b_3 = 1$
$\frac{44}{100} \times 2 = \frac{88}{100},\ b_4 = 0$
$\frac{88}{100} \times 2 = \frac{176}{100},\ b_5 = 1$
$\frac{76}{100} \times 2 = \frac{152}{100},\ b_6 = 1$
$\frac{52}{100} \times 2 = \frac{104}{100},\ b_7 = 1$

Por lo tanto tenemos que $0,09_{10} = 00010111$.

Entonces se tiene que $245696,09_{10} \approx \overbrace{111011111111000000,000101}^{24bits}11_2$.

Si usamos **redondeo:**
$\boldsymbol{Fl(245696,09)_{Redondeado} = 0,111011111111000000000110 \times 2^{18}}$

Si representamos este numero de vuelta en **decimal:**
$\mathbf{111011111111000000,000110_2 = 245696,09375_{10}}$.

Error absoluto y relativo:

$$\begin{aligned} E_A = |x - Fl(x)_{Redondeado}| &= |245696,09 - 245696,09375| \\ &= 3{,}75 \times 10^{-3} \\ E_R = \frac{E_A}{|x|} = \frac{3,75 \times 10^{-3}}{245696,09} &\approx -1{,}526275815 \times 10^{-8} \end{aligned}$$

Respuesta 3

Después de correr el programa, se obtuvieron los siguientes datos

- **Para simple precisión**: $\epsilon = 0{,}00000011920928955078125000000000000$

Iteracion	t	ϵ
1	1.5000000000000000000000	0.50000000000000000000000000000000
2	1.2500000000000000000000	0.25000000000000000000000000000000
3	1.1250000000000000000000	0.12500000000000000000000000000000
4	1.0625000000000000000000	0.06250000000000000000000000000000
5	1.0312500000000000000000	0.03125000000000000000000000000000
6	1.0156250000000000000000	0.01562500000000000000000000000000
7	1.0078125000000000000000	0.00781250000000000000000000000000
8	1.0039062500000000000000	0.00390625000000000000000000000000
9	1.0019531250000000000000	0.00195312500000000000000000000000
10	1.0009765625000000000000	0.00097656250000000000000000000000
11	1.0004882812500000000000	0.00048828125000000000000000000000
12	1.0002441406250000000000	0.00024414062500000000000000000000
13	1.0001220703125000000000	0.00012207031250000000000000000000
14	1.0000610351562500000000	0.00006103515625000000000000000000
15	1.0000305175781250000000	0.00003051757812500000000000000000
16	1.0000152587890625000000	0.00001525878906250000000000000000

17	1.000007629394531200000000	0.0000076293945312500000000000000000
18	1.000003814697265600000000	0.0000038146972656250000000000000000
19	1.000001907348632800000000	0.0000019073486328125000000000000000
20	1.000000953674316400000000	0.0000009536743164062500000000000000
21	1.000000476837158200000000	0.0000004768371582031250000000000000
22	1.000000238418579100000000	0.0000002384185791015625000000000000
23	1.000000119209289600000000	0.0000001192092895507812500000000000
24	1.000000000000000000000000	0.0000000596046447753906250000000000

- **Para doble precisión**: $\epsilon = 0{,}0000000000000002220446049250313100$

Iteracion	t	ϵ
1	1.500000000000000000000000	0.500000000000000000000000000000000000000000000000000000
2	1.250000000000000000000000	0.250000000000000000000000000000000000000000000000000000
3	1.125000000000000000000000	0.125000000000000000000000000000000000000000000000000000
4	1.062500000000000000000000	0.062500000000000000000000000000000000000000000000000000
5	1.031250000000000000000000	0.031250000000000000000000000000000000000000000000000000
6	1.015625000000000000000000	0.015625000000000000000000000000000000000000000000000000
7	1.007812500000000000000000	0.007812500000000000000000000000000000000000000000000000
8	1.003906250000000000000000	0.003906250000000000000000000000000000000000000000000000
9	1.001953125000000000000000	0.001953125000000000000000000000000000000000000000000000
10	1.000976562500000000000000	0.000976562500000000000000000000000000000000000000000000
11	1.000488281250000000000000	0.000488281250000000000000000000000000000000000000000000
12	1.000244140625000000000000	0.000244140625000000000000000000000000000000000000000000
13	1.000122070312500000000000	0.000122070312500000000000000000000000000000000000000000
14	1.000061035156250000000000	0.000061035156250000000000000000000000000000000000000000
15	1.000030517578125000000000	0.000030517578125000000000000000000000000000000000000000
16	1.000015258789062500000000	0.000015258789062500000000000000000000000000000000000000
17	1.000007629394531250000000	0.000007629394531250000000000000000000000000000000000000
18	1.000003814697265625000000	0.000003814697265625000000000000000000000000000000000000
19	1.000001907348632812500000	0.000001907348632812500000000000000000000000000000000000
20	1.000000953674316406250000	0.000000953674316406250000000000000000000000000000000000
21	1.000000476837158203125000	0.000000476837158203125000000000000000000000000000000000
22	1.000000238418579101562500	0.000000238418579101562500000000000000000000000000000000
23	1.000000119209289550781250	0.000000119209289550781250000000000000000000000000000000
24	1.000000059604644775390625	0.000000059604644775390625000000000000000000000000000000
25	1.000000029802322387695312	0.000000029802322387695312500000000000000000000000000000
26	1.000000014901161193847656	0.000000014901161193847656250000000000000000000000000000
27	1.000000007450580596923828	0.000000007450580596923828125000000000000000000000000000

28	1.0000000037252902984619140	0.0000000037252902984619140625000000000000000000000000
29	1.0000000018626451492309570	0.0000000018626451492309570312500000000000000000000000
30	1.0000000009313225746154785	0.0000000009313225746154785156250000000000000000000000
31	1.0000000004656612873077393	0.0000000004656612873077392578125000000000000000000000
32	1.0000000002328306436538696	0.0000000002328306436538696289062500000000000000000000
33	1.0000000001164153218269348	0.0000000001164153218269348144531250000000000000000000
34	1.0000000000582076609134674	0.0000000000582076609134674072265625000000000000000000
35	1.0000000000291038304567337	0.0000000000291038304567337036132812500000000000000000
36	1.0000000000145519152283669	0.0000000000145519152283668518066406250000000000000000
37	1.0000000000072759576141834	0.0000000000072759576141834259033203125000000000000000
38	1.0000000000036379788070917	0.0000000000036379788070917129516601562500000000000000
39	1.0000000000018189894035459	0.0000000000018189894035458564758300781250000000000000
40	1.0000000000009094947017729	0.0000000000009094947017729282379150390625000000000000
41	1.0000000000004547473508865	0.0000000000004547473508864641189575195312500000000000
42	1.0000000000002273736754432	0.0000000000002273736754432320594787597656250000000000
43	1.0000000000001136868377216	0.0000000000001136868377216160297393798828125000000000
44	1.0000000000000568434188608	0.0000000000000568434188608080148696899414062500000000
45	1.0000000000000284217094304	0.0000000000000284217094304040074348449707031250000000
46	1.0000000000000142108547152	0.0000000000000142108547152020037174224853515625000000
47	1.0000000000000071054273576	0.0000000000000071054273576010018587112426757812500000
48	1.0000000000000035527136788	0.0000000000000035527136788005009293556213378906250000
49	1.0000000000000017763568394	0.0000000000000017763568394002504646778106689453125000
50	1.0000000000000008881784197	0.0000000000000008881784197001252323389053344726562500
51	1.0000000000000004440892099	0.0000000000000004440892098500626161694526672363281250
52	1.0000000000000002220446049	0.0000000000000002220446049250313080847263336181640625
53	1.0000000000000000000000000	0.0000000000000001110223024625156540423631668090820312

El valor de ϵ es distinto de 10^{-308}, porque como estamos continuamente sumando 1 con ϵ, y ϵ se vuelve mas pequeño con cada iteración, y su magnitud es muy pequeña comparada con la de 1 y la suma de $1 + \epsilon$ deja de ser significativa.

Para precisión simple $\boldsymbol{\delta} = \mathbf{0{,}00097656250}$

. Para precisión doble $\boldsymbol{\delta} = \mathbf{0{,}00000000000181898940354585650}$

Los valores de ϵ y δ son distintos ya que la magnitud de 10000 es mucho mayor a la de 1 y por lo tanto al sumarle números pequeños se llega de manera rápida a uno que no afecte la suma.

Respuesta 4

1. Ascendente precisión simple: $-3{,}2499442100524902343750$
2. Ascendente precisión doble: $-2{,}7182818282301735024475419777445495128631591796875 0$

3. Descendente precisión simple: $-3{,}1726074218750$

4. Descendente precisión doble: $-2{,}71828182815670515992678701877593994140625 0$

5. Mayor a menor precisión simple: $-3{,}250$

6. Mayor a menor precisión doble: $-2{,}7182818283326923847198486328125 0$

7. Menor a mayor precisión simple: $-3{,}250$

8. Menor a mayor precisión doble: $-2{,}7182818278670310974121093750$

El resultado de (6) esta mas cerca del valor exacto, ya que es doble precisión y porque al sumar los números pequeños primero hay cierta probabilidad de que luego al tener esta suma parcial y sumarla con el resto de los números no se pierda información y tengamos un resultado mas preciso.

Respuesta 5

El mayor valor que llego a tomar la sumatoria fue **15.4036827087402343750**. Fueron sumados **2097152 términos** antes de que la computadora dejara de "sumar".

La computadora no llega infinito al realizar la sumatoria debido a la precisión decimal, llega a un punto en que la computadora al sumar dos números, las magnitudes entre ellos son muy distintas y por lo tanto se queda con el numero mas grande y es como si no se le sumara nada.

Respuesta 6

Para $x = 10$, con precisión simple tenemos que $\boldsymbol{e^{10} = 22026{,}4667968750}$, este resultado se obtuvo al sumar los términos desde un $n = 0$, y hasta que la suma dejara de "sumar", usando al final **33 iteraciones**.

Y para precisión doble tenemos $\boldsymbol{e^{10} = 22026{,}465794806710619013756513595581054687 50}$, con **47 iteraciones**.

En este caso por como crece la sumatoria (o la exponencial), es mejor sumar en orden ascendente ya que los valores al principio tienen menos diferencia de magnitud y es mas probable obtener un resultado mas exacto.