Tarea 4 **Calculo Computacional**

Victor Tortolero CI:24.569.609

Respuesta 2

Al correr el programa obtenemos los siguientes datos:

Figura 1: Five-Point Endpoint

$Iteracion$	h	$f'(x)$
0	1.00000000	6.35289005
1	0.50000000	-1.10989924
2	0.25000000	0.39205105
3	0.12500000	0.35929249
4	0.06250000	0.35724538
5	0.03125000	0.35714812
6	0.01562500	0.35714315
7	0.00781250	0.35714287
8	0.00390625	0.35714286
9	0.00195312	0.35714286

Figura 2: Five-Point Midpoint

$Iteracion$	h	$f'(x)$
0	1.00000000	0.32321664
1	0.50000000	0.39597566
2	0.25000000	0.35989484
3	0.12500000	0.35731683
4	0.06250000	0.35715375
5	0.03125000	0.35714354
6	0.01562500	0.35714290
7	0.00781250	0.35714286
8	0.00390625	0.35714286

Respuesta 3

Al calcular la derivada de la función dada el algoritmo de extrapolación de Richardson, con $M = 4$, tenemos:

0.18888904	0.00000000	0.00000000	0.00000000	0.00000000
0.34420401	0.39597566	0.00000000	0.00000000	0.00000000
0.35597213	0.35989484	0.35748946	0.00000000	0.00000000
0.35698066	0.35731683	0.35714496	0.35713950	0.00000000
0.35711048	0.35715375	0.35714288	0.35714284	0.35714286

Respuesta 4

Queremos saber si la regla de Simpson integra correctamente a todos los polinomios de grado menor o igual a 3, osea si integra correctamente a:

$$p(x) = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$$

Entonces, si calculamos la integral, tendríamos:

$$\int_a^b (Ax^3 + Bx^2 + Cx + D)dx = \frac{A}{4}(b^4 - a^4) + \frac{B}{3}(b^3 - a^3) + \frac{C}{2}(b^2 - a^2) + D(b - a)$$

Entonces, al aplicar la regla de Simpson a $p(x)$, y desarrollando, tendríamos:

$$\begin{aligned}
\int_a^b p(x)dx &\approx \frac{b-a}{6}\left[Aa^3 + Ba^2 + Ca + D + 4\left(A\left(\frac{a+b}{2}\right)^3 + B\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 + C\left(\frac{a+b}{2}\right) + D\right) + Ab^3 + Bb^2 + Cb + D\right] \\
&= \frac{b-a}{6}\left[A\left(a^3 + 4\left(\frac{a+b}{2}\right)^3 + b^3\right) + B\left(a^2 + 4\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 + b^2\right) + C\left(a + 4\left(\frac{a+b}{2}\right) + b\right) + 6D\right] \\
&= \frac{b-a}{6}\left[A\left(a^3 + \frac{1}{2}\left(a^3 + 3a^2b + 3b^2a + b^3\right) + b^3\right) + B\left(a^2 + a^2 + 2ab + b^2 + b^2\right) + C\left(a + 2a + 2b + b\right) + 6D\right] \\
&= \frac{b-a}{6}\left[A\left(\frac{3}{2}a^3 + \frac{3}{2}a^2b + \frac{3}{2}b^2a + \frac{3}{2}b^3\right) + B\left(2a^2 + 2ab + 2b^2\right) + C\left(3a + 3b\right) + 6D\right] \\
&= \frac{b-a}{6}\left[\frac{3}{2}A\left(a^3 + a^2b + b^2a + b^3\right) + 2B\left(a^2 + ab + b^2\right) + 3C\left(a + b\right) + 6D\right] \\
&= \frac{A}{4}\left(a^3 + a^2b + b^2a + b^3\right)(b-a) + \frac{B}{3}\left(a^2 + ab + b^2\right)(b-a) + \frac{C}{2}\left(a + b\right)(b-a) + D(b-a) \\
&= \frac{A}{4}\left(a^3b + a^2b^2 + b^3a + b^4 - a^4 - a^3b - b^2a^2 - b^3a\right) + \frac{B}{3}\left(a^2b + ab^2 + b^3 - a^3 - a^2b - ab^2\right) + \frac{C}{2}\left(ab + b^2 - a^2 - ab\right) + D(b-a) \\
&= \frac{A}{4}\left(b^4 - a^4\right) + \frac{B}{3}\left(b^3 - a^3\right) + \frac{C}{2}\left(b^2 - a^2\right) + D(b-a)
\end{aligned}$$

$\therefore$ Se puede observar que llegamos al resultado de la integral. Y como los polinomios de grado 2, 1 y 0, son casos particulares de los polinomios de grado 3 (Cuando A, B o C son 0), queda demostrado que la regla de Simpson integra correctamente a todos los polinomios de grado menor o igual a 3 con error cero.

Respuesta 5

Al correr el algoritmo, obtenemos las siguientes filas:

$$4.14325965519$$

$$1.16967243896, 0.17847670022$$

$$0.47189752603, 0.23930588839, 0.24336116760$$

$$0.40065410544, 0.37690629858, 0.38607965926, 0.38834503214$$

$$0.38654671223, 0.38184424782, 0.38217344444, 0.38211144103, 0.38208699558$$

$$0.38322123012, 0.38211273609, 0.38213063530, 0.38212995579, 0.38213002840, 0.38213007047$$

$$0.38240201921, 0.38212894891, 0.38213002977, 0.38213002015, 0.38213002041, 0.38213002040, 0.38213002039$$