

1. En la Sección 4.1 del libro de Burden y Faires (pag. 178) aparecen fórmulas de cinco puntos que permiten evaluar la derivada de $f(x)$ en el primero de los cinco puntos y en el punto central. Deduzca estas fórmulas con su término de error siguiendo el siguiente procedimiento:
 - Construya el polinomio de Lagrange que interpola $f(x)$ en los puntos x_0, x_1, \dots, x_4 con su término de error.
 - Derive este polinomio y derive también el término de error.
 - Evalúe la derivada y también el término de error en los puntos x_0 y x_2 .
 - Suponga que los valores de x están igualmente espaciados una distancia h y simplifique cada expresión.

2. Escriba un programa que, utilizando las fórmulas deducidas en el problema 1, calcule la derivada de $f(x)$ en $x = 0$, con ocho cifras decimales exactas, siendo:

$$f(x) = \sin\left(x^2 + \left(\frac{n+1}{3n+1}\right)x\right)$$

Su programa debe iniciar con un valor de $h = 1$ e ir reduciéndolo a la mitad iterativamente hasta lograr la precisión exigida. Explique sus resultados. (n es la última cifra de su cédula de identidad).

3. En el libro de Kincaid y Cheney (pag. 440) aparece un algoritmo que implementa el método de extrapolación de Richardson para calcular la derivada de una función. Implemente este algoritmo (este mismo algoritmo y no otro) para calcular la derivada de la función del problema anterior con ocho cifras decimales exactas. El valor de M debe ser el menor posible, siempre que logre la precisión exigida.
4. Pruebe que la regla de Simpson integra correctamente (con error cero) todos los polinomios de grado menor o igual a 3. Para esto, aplique la regla de Simpson para calcular:

$$\int_a^b p(x) dx$$

siendo:

$$p(x) = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$$

5. Escriba un programa que implemente el método de integración de Romberg tal como aparece en el libro de Burden y Faires (Algoritmo 4.2, pag. 217). Utilícelo para calcular, con diez cifras decimales exactas, la integral:

$$\int_0^{\pi/4} e^{3x} \sin[(n+1)x] dx$$

Implemente la estrategia de parada que se sugiere en el párrafo que aparece después del algoritmo, de modo que se detenga la ejecución al alcanzar la precisión exigida.

En el problema 1, así como el problema 4, se requiere un desarrollo teórico que le permita llegar a la conclusión que se pide (no debe programar nada, ni producir un valor numérico). En el problema 2 debe reportar una tabla con el valor de la integral para cada valor de h , en el problema 3 debe reportar el arreglo triangular que produce como salida el algoritmo y en el problema 5 reporte cada una de las filas que va produciendo como salida el algoritmo.

**En los problemas 2, 3 y 5 debe consignar el código implementado para determinar sus respuestas.
EN NINGUN CASO INCLUYA CAPTURAS DE LA PANTALLA DEL COMPUTADOR EN SUS RESPUESTAS.**