UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD EXPERIMENTAL DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE COMPUTACIÓN

CÁLCULO COMPUTACIONAL
SEMESTRE I-2016
CUARTO EXAMEN PARCIAL

1) Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones usando aritmética con truncamiento a tres cifras y los métodos de eliminación Gaussiana simple y eliminación Gaussiana con pivoteo completo, sabiendo que b_3, b_2, b_1 y b_0, son respectivamente las cuatro últimas cifras de su cédula de identidad. (*Resolver "a mano").*

$$1.19\,x_1 + 2.11\,x_2 - 100x_3 + \ x_4 = 1/(1+b_3)$$
$$14.2\,x_1 - \ 0.122\,x_2 + 12.2\,x_3 - \ x_4 = 1/(1+b_2)$$
$$100\,x_2 - 99.9\,x_3 + \ x_4 = 1/(1+b_1)$$
$$15.3\,x_1 + 0.110\,x_2 - 13.1x_3 - \ x_4 = 1/(1+b_0)$$

2) En el método de Gauss-Jordan se utiliza la i-esima ecuación para eliminar la incógnita x_i no sólo de las ecuaciones $E_{i+1}, E_{i+2}, \dots, E_n$ (como se hace en el método de eliminación Gaussiana simple), sino también de las ecuaciones $E_1, E_2, \dots, E_{i-1}$, quedando así el sistema transformado a la forma diagonal. Realice el conteo de operaciones de punto flotante que requiere resolver un sistema de ecuaciones mediante del método de Gauss Jordan, contando por separado multiplicaciones-divisiones de las adiciones-restas.

3) Se desea resolver un sistema de la forma $Ax = b$, donde $A \in R^{n\times n}$ y el vector b es un vector columna de n componentes, todas iguales a cero, excepto en la posición k-ésima, en la que tiene un 1. Realice el conteo de operaciones requeridas por el algoritmo de eliminación Gaussiana simple si no se realizan las multiplicaciones cuando uno de los factores es la unidad y no se realizan las sumas cuando uno de los sumandos es cero.

4) Para determinar la inversa de una matriz $A \in R^{n\times n}$ se deben resolver n sistemas de ecuaciones de la forma: $Ax^{(p)} = b^{(p)}$, donde $b^{(p)}$ es un vector de n posiciones con todas sus entradas iguales a cero, excepto en la k-ésima posición, en la cual tiene un 1. Para resolver estos sistemas se utiliza el algoritmo de eliminación Gaussiana referido en el problema anterior. Demuestre que los cálculos requeridos para calcular A^{-1} mediante este algoritmo son: n^3 multiplicaciones/divisiones y $n^3 - 2n^2 + n$ sumas /restas.

5) a. Implemente el método de eliminación Gaussiana simple (sin ninguna modificación) para resolver el sistema $Ax = b$ donde las entradas de la matriz A se definen así:

$$a_{i,j} = \begin{cases} 2i\ cuando\ j = i\ con\ i = 1,2,\dots 80 \\ 0{,}5i\ cuando\ \begin{cases} j = i+2\ con\ i = 1,2,\dots,78 \\ j = i-2\ con\ i = 3,4,\dots,80 \end{cases} \\ 0{,}25i\ cuando\ \begin{cases} j = i+4\ con\ i = 1,2,\dots,76 \\ j = i-4\ con\ i = 5,6,\dots,80 \end{cases} \\ 0\ en\ otros\ casos \end{cases}$$

y el vector del lado derecho b se define con todos los $b_i = sum$, siendo *sum* el resultado de la sumatoria de todas las cifras de su cedula de identidad.

b. Ya que en este problema muchas entradas de la matriz A son iguales a cero, modifique el algoritmo de *Eliminación Gaussiana Simple* de modo que se efectúe el mínimo número de operaciones.

(Usted debe entregar un archivo con el código que construye el sistema de ecuaciones y lo resuelve usando *Eliminación Gaussiana Simple*, otro archivo con el código modificado por usted y un tercer archivo con la solución obtenida).