

CÁLCULO COMPUTACIONAL
TERCERA TAREA-INTERPOLACIÓN

1. Se desea aproximar la función $f(x)$ mediante un polinomio interpolante $P(x)$, en el intervalo $[-(d+1), d+1]$, siendo d el último número de su cédula de identidad y:

$$f(x) = \frac{1}{1 + \left(\frac{5x}{d+1}\right)^2}$$

Para esto se utilizan $n+1$ nodos igualmente espaciados, en el intervalo. Para comprobar cómo mejora la aproximación al aumentar el número de nodos, se construyen polinomios con $n = 4, 7$ y 10 .

- Implemente el algoritmo de Diferencias Divididas Interpolantes de Newton que aparece descrito en el libro de Kincaid & Cheney (página 309), para construir los tres polinomios interpolantes $P(x)$.
- Construya la gráfica de los polinomios $P(x)$ obtenidos en a.
- Para observar la diferencia entre cada polinomio y la función original, construya las gráficas de:

$$f(x) - P(x)$$

2. Resuelva el problema anterior mediante un spline cúbico interpolante. Para esto:

- Implemente el algoritmo de interpolación mediante Spline Natural (Trazador Cúbico Natural) que aparece descrito en el libro de Burden & Faires (algoritmo 3.4) para construir los Splines interpolantes $S(x)$ y resolver este problema para cada valor de n .
- Construya la gráfica de los Splines obtenidos en a.
- Para observar la diferencia entre el Spline y la función original, construya las gráficas de:

$$f(x) - S(x)$$

3. Cuando se desea resolver el problema de interpolar un conjunto de $n+1$ puntos, podemos utilizar el algoritmo de diferencias divididas de Newton para determinar los coeficientes del polinomio interpolante en la forma de Newton o construir el Spline cúbico interpolante. Determine cuál de estas dos opciones resulta más económica desde el punto de vista computacional. Para esto realice el conteo del número de las operaciones de punto flotante requeridas en cada uno de estos dos métodos. (Al contar el número de operaciones requeridas para construir el Spline, debe considerar las operaciones requeridas para construir el sistema de ecuaciones tridiagonal). Construya una tabla donde se muestre el número de operaciones requeridas por cada método para $n = 10, 50, 200$ y 1000 .
4. Utilice el código que construye el Spline interpolante implementado en el problema 3, para resolver el problema de modelado de una curva plana no funcional. Para esto, establezca adecuadamente un sistema de coordenadas de modo que pueda asignar coordenadas a n puntos sobre la curva. Utilizando la longitud del polígono que conecta los puntos, establezca el valor del parámetro t correspondiente a cada punto. Construya el Spline que interpola la coordenada x en función del parámetro t . Interpole igualmente la coordenada y . Una vez obtenidos los Splines interpolantes, asigne valores al parámetro t y grafique los puntos obtenidos.

En los problemas 1 y 2 su respuesta debe incluir los archivos con todo el código implementado, los coeficientes obtenidos que le permiten escribir las expresiones de los polinomios $P(x)$, los coeficientes que le permiten escribir los Splines $S(x)$ y las gráficas indicadas.

El problema 3 requiere una respuesta teórica (el conteo de operaciones de los algoritmos) y la tabla pedida.

En el problema 4, utilice al menos 16 puntos para modelar la inicial de su nombre tal como se escribe en el patrón tipográfico de letras anexo (old-english-cursive-letters-tattoos). En su respuesta, debe consignar una gráfica de la curva referida al sistema de coordenadas definido por usted, la tabla con las coordenadas de los puntos elegidos y el valor asociado del parámetro t , los coeficientes de cada uno de los Splines construidos y una gráfica de la curva construida mediante la interpolación.