



МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«МИРЭА - Российский технологический университет»

РТУ МИРЭА

Институт Информационных Технологий
Кафедра Вычислительной Техники (ВТ)

ОТЧЁТ ПО ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЕ № 2

«Минимизация логических функций»

по дисциплине

«Архитектура вычислительных машин и систем»

Выполнил студент группы
ИВБО-01-22

Зырянов М.А

Принял ассистент кафедры ВТ

Дуксина И.И.

Практическая работа выполнена

« __ » _____ 2023 г.

«Зачтено»

« __ » _____ 2023 г.

Москва 2023

АННОТАЦИЯ

Данная работа включает в себя 3 рисунка, 6 таблиц, 5 формул. Количество страниц в работе — 15.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
1 ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЛОГИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ.....	5
2 МДНФ МЕТОДОМ КАРТ КАРНО	7
3 МДНФ МЕТОДОМ КУАЙНА — МАК-КЛАСКИ.....	8
4 МДНФ МЕТОДОМ ЛОГИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ.....	14
5 СХЕМЫ МДНФ В СРЕДЕ LOGISIM	15
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	17
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	18

ВВЕДЕНИЕ

Логические функции широко используются в различных областях, таких как цифровая электроника, компьютерная архитектура и программирование. Реализация функции должна удовлетворять определённым критериям оптимальности, главные из которых - быстродействие и стоимость. Функцию можно считать оптимальной, если она реализует днф с минимально возможным количеством элементарных конъюнкций, каждая из которых имеет минимально возможное число переменных, такие функции называют кратчайшими днф.

1 ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЛОГИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ

Исходя из персонального варианта практической работы №1 имеется Логическая функция в векторном виде: F049BD7E

Используя простейший алгоритм перевода шестнадцатиричного числа в его двоичное представление было получено число: 11110000010010011011110101111110

По данному числу была воссоздана Таблица 1.1 таблица истинности :

Таблица 1.1 — Таблица истинности

x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	F
0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	1	1
0	0	0	1	0	1
0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	1	0
0	0	1	1	0	0
0	0	1	1	1	0
0	1	0	0	0	0
0	1	0	0	1	1
0	1	0	1	0	0
0	1	0	1	1	0
0	1	1	0	0	1
0	1	1	0	1	0
0	1	1	1	0	0
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	0
1	0	0	1	0	1
1	0	0	1	1	1
1	0	1	0	0	1
1	0	1	0	1	1
1	0	1	1	0	0
1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0
1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1

Продолжение Таблицы 1.1

1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	1
1	1	1	0	1	1
1	1	1	1	0	1
1	1	1	1	1	0

2 МДНФ МЕТОДОМ КАРТ КАРНО

МДНФ — Минимальная дизъюнктивная нормальная форма формулы, которая представляет собой дизъюнкцию с минимальным числом элементарных конъюнкций с минимальным числом аргументов (либо самих, либо их отрицаний) данной функции. Для получения МДНФ существует несколько способов минимизации.

Карта Карно — графический способ представления булевых функций с целью их удобной и наглядной ручной минимизации. Используя значение из персонального варианта была построена Таблица 2.1 для карты Карно:

Таблица 2.1 — Таблица карты Карно

$x_1x_2 \backslash \begin{smallmatrix} x_3 & x_4 & x_5 \end{smallmatrix}$	000	001	011	010	110	111	101	100
00	1	1	1	1				
01		1				1		1
11		1	1	1	1		1	1
10	1		1	1		1	1	1

Выделив на карте Карно прямоугольные области из единиц наибольшей площади, являющиеся степенями двойки можно выписать соответствующие им конъюнкции в Формулу МДНФ 2.1:

$$x_2x_3\overline{x_4}\overline{x_5} + \overline{x_1}x_2x_3x_4x_5 + \overline{x_1}x_2\overline{x_3} + x_1x_3\overline{x_4} + x_1\overline{x_3}x_4 + \overline{x_2}x_3\overline{x_5} + x_1x_2x_3\overline{x_5} + x_1\overline{x_2}x_3x_5 + x_2\overline{x_3}x_4x_5 \quad (2.1)$$

3 МДНФ МЕТОДОМ КУАЙНА — МАК-КЛАСКИ

Метод Квайна-Мак-Класки применим для минимизации булевых функций зависящих от любого числа переменных. Для поиска МДНФ методом КУАЙНА — МАК-КЛАСКИ выпишем из таблицы истинности все значения равные 1 в Таблицу 3.1

Таблица 3.1 — Таблица положительных значений

№	X1	X2	X3	X4	X5	
1	0	0	0	0	0	✓
2	0	0	0	0	1	✓
3	0	0	0	1	0	✓
4	0	0	0	1	1	✓
5	0	1	0	0	1	✓
6	0	1	1	0	0	✓
7	0	1	1	1	1	+
8	1	0	0	0	0	✓
9	1	0	0	1	0	✓
10	1	0	0	1	1	✓
11	1	0	1	0	0	✓
12	1	0	1	0	1	✓
13	1	0	1	1	1	✓
14	1	1	0	0	1	✓
15	1	1	0	1	0	✓
16	1	1	0	1	1	✓
17	1	1	1	0	0	✓
18	1	1	1	0	1	✓
19	1	1	1	1	0	✓

Далее была произведена склейка. Если два минтерма отличаются лишь символом, который стоит в одной и той же позиции в обоих, заменяем этот

символ на «-», это означает, что данный символ для нас не имеет значения.

Таблица 3.2 и Таблица 3.3 показывают ход склейки

Таблица 3.2 — Таблица склейки

№	X1	X2	X3	X4	X5	
1-2	0	0	0	0	-	+
1-3	0	0	0	-	0	+
1-8	-	0	0	0	0	+
2-4	0	0	0	-	1	+
2-5	0	-	0	0	1	✓
3-4	0	0	0	1	-	+
3-9	-	0	0	1	0	+
4- 10	-	0	0	1	1	+
5- 14	-	1	0	0	1	✓
6- 17	-	1	1	0	0	✓
8-9	1	0	0	-	0	+
8- 11	1	0	-	0	0	✓
9- 10	1	0	0	1	-	+
9- 15	1	-	0	1	0	+
10- 13	1	0	-	1	1	✓
10- 16	1	-	0	1	1	+
11- 12	1	0	1	0	-	+
11- 17	1	-	1	0	0	+

13	12-	1	0	1	-	1	✓
16	12-	1	-	1	0	1	+
16	14-	1	1	0	-	1	✓
18	14-	1	1	-	0	1	✓
16	15-	1	1	0	1	-	+
19	15-	1	1	-	1	0	✓
18	17-	1	1	1	0	-	+
19	17-	1	1	1	-	0	✓

Таблица 3.3 — Таблица склейки

№	X1	X2	X3	X4	X5
1-2-3-4	0	0	0	-	-
1-3-8-9	-	0	0	-	0

Составляем Таблицу 3.4 покрытия нужную для нахождения формулы МДНФ

Таблица 3.4 — Таблица покрытия

№	X 1	X 2	X 3	X 4	X 5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1 0	1 1	1 2	1 3	1 4	1 5	1 6	1 7	1 8	1 9
7	0	1	1	1	1							+												
2- 5	0	-	0	0	1		+			+														
5- 14	-	1	0	0	1					+									+					
6- 17	-	1	1	0	0						+											+		
8- 11	1	0	-	0	0								+			+								
10 - 13	1	0	-	1	1										+			+						
12 - 13	1	0	1	-	1												+	+						
14 - 16	1	1	0	-	1														+		+			
14 - 18	1	1	-	0	1														+				+	

15 - 19	1	1	-	1	0														+				+
17 - 19	1	1	1	-	0																+		+
1- 2- 3- 4	0	0	0	-	-	+	+	+	+														
1- 3- 8- 9	-	0	0	-	0	+		+					+	+									
3- 4- 9- 10	-	0	0	0	-			+	+					+	+								
9- 10 - 15 - 16	1	-	0	1	-									+	+				+	+			
11 - 12 - 17 - 18	1	-	1	0	-											+	+				+	+	

В Таблице покрытия мы находим ядровые интервалы. То есть те наборы в которых есть хотя бы одна * которая единственная в своем столбике. Таким образом была найдена Формула 3.1 МДНФ:

$$x_2x_3\overline{x_4x_5} + \overline{x_1}x_2x_3x_4x_5 + \overline{x_1}x_2\overline{x_3} + x_1x_3\overline{x_4} + x_1\overline{x_3}x_4 + \overline{x_2}x_3\overline{x_5} + \\ x_1x_2x_3\overline{x_5} + x_1\overline{x_2}x_3x_5 + x_2\overline{x_3}x_4x_5 \quad (3.1)$$

4 МДНФ МЕТОДОМ ЛОГИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

Исходя из персонального варианта практической работы №2 имеется Логическая функция в аналитическом виде в виде Формулы 5.1:

$$(a \wedge (b \rightarrow (b \leftrightarrow c))) \quad (5.1)$$

Раскладываем эквивалент и импликацию на аналогичные ему элементарные комбинации и получаем Формулу 5.2:

$$(a \wedge ((b \wedge c) \vee (b \wedge \bar{b}) \vee (c \wedge \bar{c}) \vee (\bar{b} \wedge \bar{c}) \vee \bar{b})) \quad (5.2)$$

Используя закон Де Моргана и закон поглощения получаем минимальную Формулу 5.3:

$$(a \wedge (\bar{b} \vee c)) \quad (5.2)$$

5 СХЕМЫ МДНФ В СРЕДЕ LOGISIM

Используя программу Logisim была составлена схема МДНФ для формулы минимизированной способом карт Карно и Квайна-Мак-Класки на Рисунке 5.1 и Рисунке 5.2:

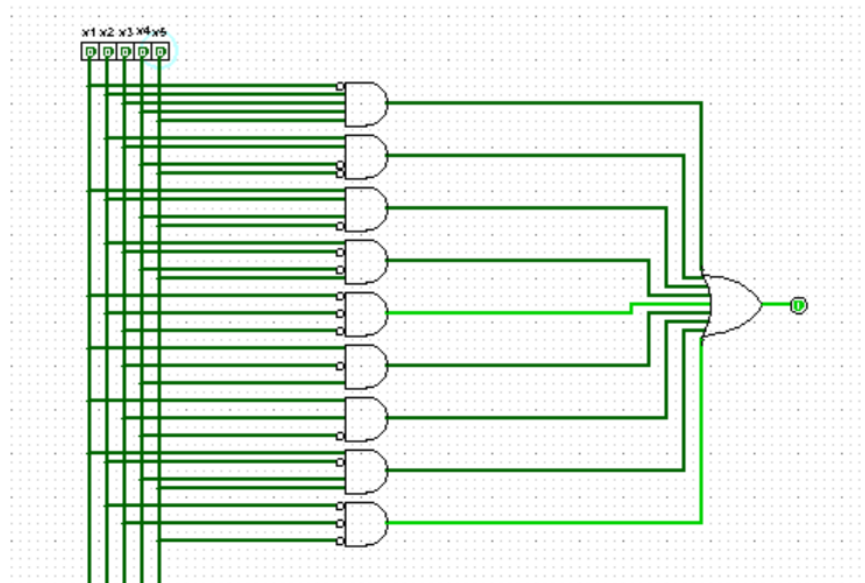


Рисунок 5.1 — Схема МДНФ в Logisim

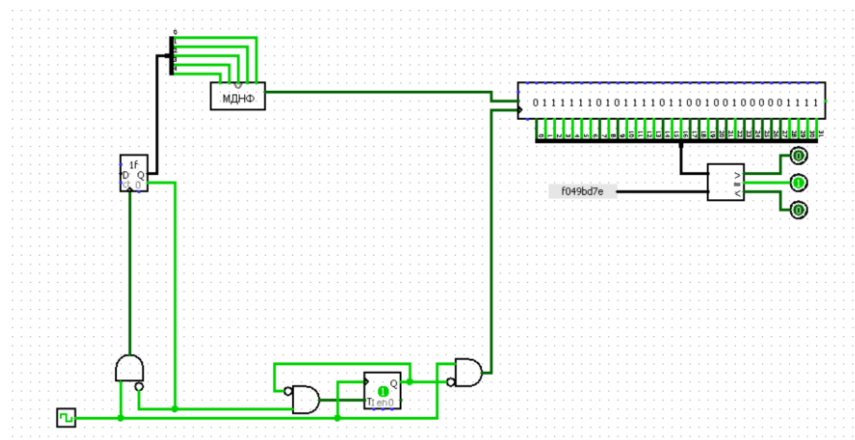


Рисунок 5.2 – Схема верификации МДНФ в Logisim

Используя программу Logisim была составлена схема МДНФ для формулы минимизированной способом эквивалентных логических преобразований на Рисунке 5.3:

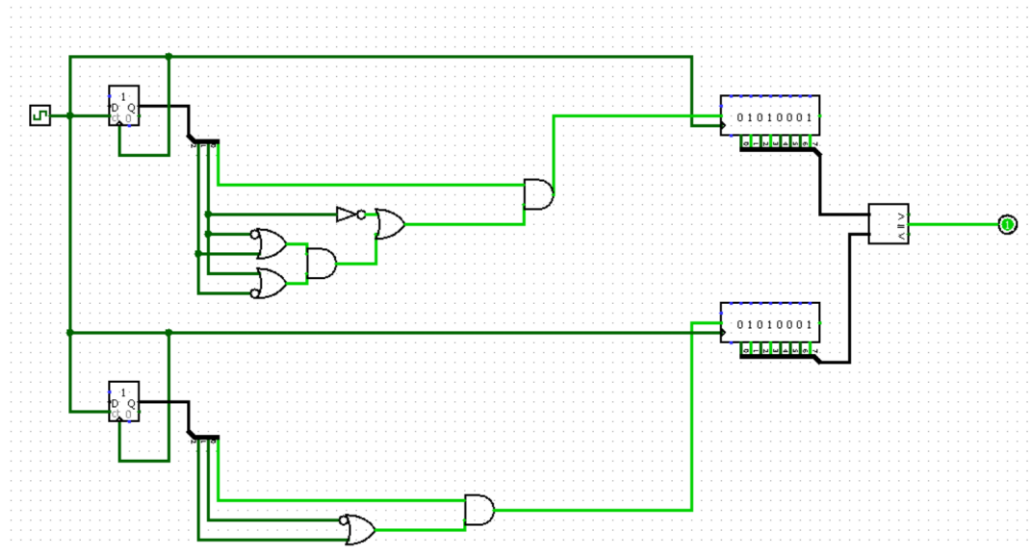


Рисунок 5.3 — Схема МДНФ с верификацией в Logisim

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В процессе выполнения данной работы были получены навыки работы с базовыми логическими преобразованиями, картами Карно, методом Квайна-Мак-Класки, построением схем в программе logisim и работой с сложными логическими автоматами.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Методические указания по ПР № 1 — URL: <https://online-edu.mirea.ru/mod/resource/view.php?id=405132> (Дата обращения: 23.09.2022).
2. Методические указания по ПР № 2 — URL: <https://online-edu.mirea.ru/mod/resource/view.php?id=409130> (Дата обращения: 23.09.2022).
3. Смирнов С.С. Информатика [Электронный ресурс]: Методические указания по выполнению практических и лабораторных работ / С.С. Смирнов — М., МИРЭА — Российский технологический университет, 2018. — 1 электрон. опт. диск (CD-ROM).
4. Тарасов И.Е. ПЛИС Xilinx. Языки описания аппаратуры VHDL и Verilog, САПР, приемы проектирования. — М.: Горячая линия — Телеком, 2021. — 538 с.: ил.
5. Антик М.И. Дискретная математика [Электронный ресурс]: Учебное пособие / Антик М.И., Казанцева Л.В. — М.: МИРЭА — Российский технологический университет, 2018 — 1 электрон. опт. диск (CD-ROM).
6. Антик М.И. Математическая логика и программирование в логике [Электронный ресурс]: Учебное пособие / Антик М.И., Бражникова Е.В.— М.: МИРЭА – Российский технологический университет, 2018. — 1 электрон. опт. диск (CD-ROM).
7. Жемчужникова Т.Н. Конспект лекций по дисциплине «Архитектура вычислительных машин и систем» — URL: https://drive.google.com/file/d/12OAi2_axJ6mRr4hCbXs-mYs8Kfp4YEfj/view?usp=sharing (Дата обращения: 23.09.2022).
8. Антик М.И. Теория автоматов в проектировании цифровых схем [Электронный ресурс]: Учебное пособие / Антик М.И., Казанцева Л.В. — М.: МИРЭА – Российский технологический университет, 2020. — 1 электрон. опт. диск (CD-ROM).
9. Орлов С.А. Организация ЭВМ и систем: Учебник для вузов. 4-е изд. — СПб.: Питер, 2018. — 688 с.: ил.

10. Шустов М.А. Цифровая схемотехника. Основы построения. — СПб.: Наука и Техника, 2018. — 320 с.: ил.

11. Рафиков Р. А. Электронные сигналы и цепи. Цифровые сигналы и устройства: Учебное пособие. — СПб.: Издательство «Лань», 2016. — 320 с., ил. — (Учебники для вузов. Специальная литература).

12. Угрюмов Е. П. Цифровая схемотехника: учеб. пособие для вузов. — 3-е изд., перераб. и доп. — СПб.: БХВ-Петербург, 2010. — 816 с.: ил.