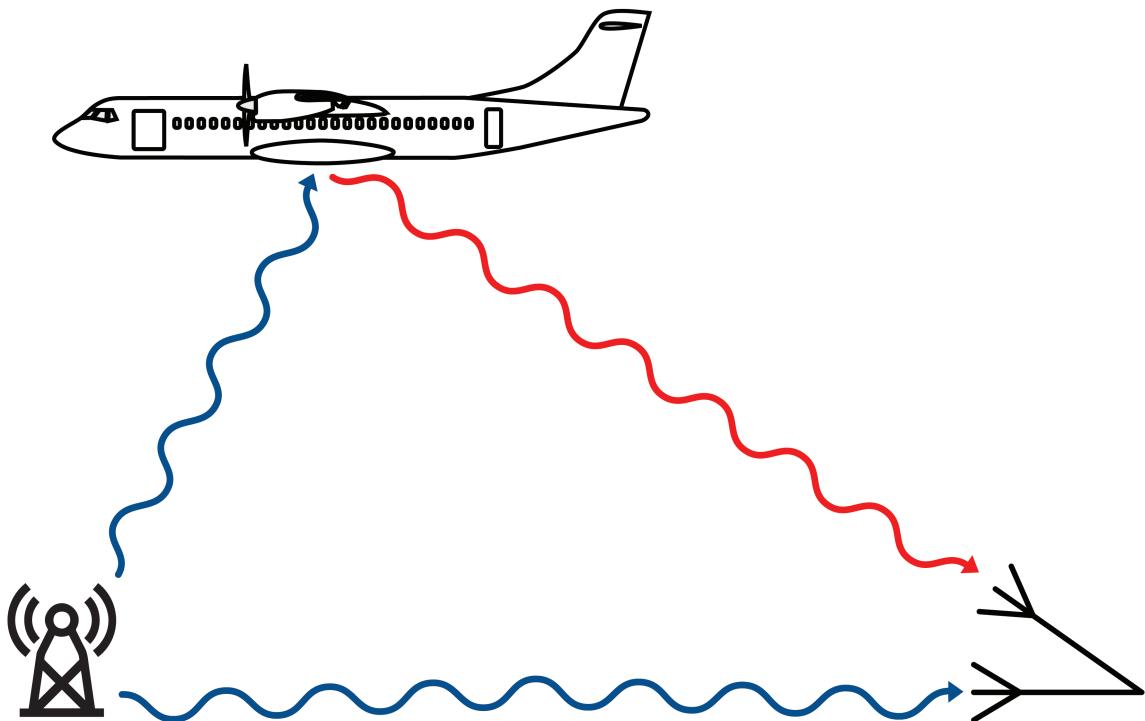




CHALMERS



Design av ett passivt radarsystem för detektion av flygplan

Ett projekt i flygplansspårning med mjukvarudefinierad radio

Kandidatarbete inom Elektroteknik

Simon Bengtsson Simon Björklund Elias Löfgren Viktor Mattsson
Magnus Olander
Institutionen för Elektroteknik

KANDIDATARBETE EENX15-20-04

**Design av ett passivt radarsystem för detektion
av flygplan**

Simon Bengtsson

Simon Björklund

Elias Löfgren

Viktor Mattsson

Magnus Olander



CHALMERS

Institutionen för Elektroteknik
CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA
Göteborg, Sverige 2020

Design av ett passivt radarsystem för detektion av flygplan
Simon Bengtsson, Simon Björklund, Elias Löfgren, Viktor Mattsson,
Magnus Olander

© SIMON BENGSSON, SIMON BJÖRKLUND, ELIAS LÖFGREN ,
VIKTOR MATTSSON, MAGNUS OLander, 2020.

Handledare: Thomas Eriksson, Professor och viceprefekt för grundutbildning,
Institutionen för Elektroteknik,
Björn Gävert, Industridoktorand, Institutionen för Elektroteknik,
Nima Hajabdollahim, Doktorand, Institutionen för Elektroteknik,
Anders Sillander, Adjungerad professor, Institutionen för
Elektroteknik
Examinator: Thomas Eriksson, Professor och viceprefekt för grundutbildning,
Institutionen för Elektroteknik

Kandidatarbete EENX15-20-04
Institutionen för Elektroteknik
Chalmers Tekniska Högskola
SE-412 96 Göteborg

Framsida: Schematisk bild av principen för bistatisk passiv radar med siktlinje till
sändare. Göteborg, Sverige 2020

Design av ett passivt radarsystem för detektion av flygplan
Simon Bengtsson, Simon Björklund, Elias Löfgren, Viktor Mattsson,
Magnus Olander
Institutionen för Elektroteknik
Chalmers Tekniska Högskola

Ett speciellt tack till: Thomas Eriksson, Björn Gävert, Nima Hajiabdolrahim,
Anders Silander.

Sammandrag

Passiv radar är ett framväxande forskningsområde som uppvisar hög potential och banar väg för flera nya användningsområden. Denna rapport från Chalmers Tekniska Högskola utforskar principerna bakom, och kraven på passiva bistatiska radarsystem. Konstruktionen av ett prototypsystem redovisas i val av hårdvara, synkronisering av dataströmmar och utformning av radarmetoder. Metoderna som används i systemet testas först i simulering och därefter undersöks prototypens förmåga att upptäcka flygplan i en verlig situation. Slutligen reflekteras över systemets resultat och prestanda, där det konstateras att det visar potential men uppfyller dock inte problemställningen. Därmed dras slutsatsen att vidare utveckling är motiverad. I detta projekt undersöktes enbart spårning i två dimensioner, endast Brudaremossenmasten övervägdes som sändare, och övervakningsantennen ärvdes från ett tidigare kandidatarbete.

Abstract

Passive radar is an emerging field that shows high potential and boasts several new applications. This report from Chalmers University of Technology aims to explore the fundamental principles and necessities of a passive bistatic radar system. It details the choice of hardware, synchronization of datastreams and design of radar methods for a prototype system. The chosen methods were tested in simulation, and then the prototype's ability to track planes was explored in a field test. Finally the system's results are considered, concluding that while the task was not fulfilled, further research is warranted. This project only aimed to explore tracking in two dimensions, only Brudaremossenmasten was considered as a transmitter, and the surveillance antenna was inherited from a previous B.Sc. thesis project.

Nyckelord: passiv radar, PBR, DVB-T, flygplansspårning, mjukvarudefinierad radio, linjär gruppantenn.

Innehållsförteckning

Förkortningslista	v
1 Introduktion	1
1.1 Etiska frågeställningar	2
1.2 Syfte	3
1.3 Avgränsningar	3
2 Hårdvara	4
2.1 Sändare	4
2.2 Mottagare	5
2.3 Mjukvarudefinerad radio	6
2.4 Flygplansspårningstjänst	7
3 Synkronisering av mottagen data för multipla SDR-enheter	8
3.1 Korrigering av tid och frekvens	10
3.1.1 Beräkning av tidsförskjutning	10
3.1.2 Beräkning av frekvensförskjutning	10
3.1.3 Korrigeringsmetod	12
3.2 Korrigering av samplingsfrekvens	12
3.2.1 Sinc-interpolation	12
3.2.2 Linjär interpolation	13
3.2.3 Jämförelse av interpolationsmetoder	14
3.3 Korrigering av amplitud och fas	14
4 Radarsystem	17
4.1 Signalmodellering	17
4.1.1 Referensantenn	17
4.1.2 Spaningsantenn	18
4.1.3 Digital representation	18
4.2 Signalbehandling	18
4.2.1 Strålformning	19

4.2.2	Klotterkancellation	19
4.2.3	Målidentifiering	20
4.2.4	Beräkning av målparametrar	22
5	Resultat	23
5.1	Hårdvara	23
5.1.1	Antenn och LNA	24
5.1.2	Form av indata	25
5.2	Synkronisering	25
5.2.1	Idealiserad modell	26
5.2.2	Jämförelse av interpolationsmetoder för modellen	27
5.2.3	Frekvensupplösningens påverkan på modellerad data	27
5.2.4	Jämförelse mellan modell och verklighet	28
5.3	Radarsystem	28
5.3.1	Simulerade data	29
5.3.2	Verkliga data	30
6	Diskussion	36
6.1	Hårdvara	36
6.2	Synkronisering	37
6.2.1	Tid och frekvens	37
6.2.2	Interpolationsmetoder	38
6.2.3	Amplitud och fas	38
6.2.4	Beräkningstid	39
6.2.5	Modell mot verklig data	39
6.3	Radarsystem	40
6.3.1	Signalmodell	40
6.3.2	Strålformning	41
6.3.3	Klotterkancellation	42
6.3.4	Beräkningstid	42
6.3.5	Upplösning	43
6.3.6	Resultat	44
7	Slutsats	45
7.1	Hårdvara	45
7.2	Synkronisering	45
7.3	Radarsystem	46
Referenser		47
A Exakt rekonstruktion av bandbegränsas signal		I

B Minstakvadratmetoden för kompensation av komplex amplitud	III
C MATLAB-kod för metoder i kapitel 3	V
C.1 Signalmodell	V
C.2 Tid- och frekvenskorrigering	XI
C.3 Interpolationsmetoder	XIII
C.4 Amplitud- och faskorrigering	XV
D MATLAB-implementationer av algoritmer i kapitel 4	XVI
D.1 Strålformning	XVI
D.2 Klotterkancellation - ECA	XVII
D.3 2D-Korskorrelering - 2D-CCF	XVIII
D.4 Måldetektering - CA-CFAR	XIX

Förkortningslista

2D-CCF	2-Dimensional - Cross-Correlation Function Tvådimensionell korskorellation
ADS-B	Automatic Dependant Surveillance-Broadcast Flyplanslokaliseringssändning
ADC	Analog-Digital Converter Analog till digital omvandlare
CA-CFAR	Cell-Averaging - Constant False Alarm Rate Måldetektionsfilter
DVB-T	Digital Video Broadcasting - Terrestrial EU-standard för marksänd TV
ECA	Extensive Cancellation Algorithm Klotterkancelleringsalgoritm
FM	Frequency Modulated Frekvensmodulerad
IQ	In-phase and Quadrature components Signalkomponenter i QAM
LNA	Low-Noise Amplifier Lågbrusförstärkare
OFDM	Orthogonal Frequency-Division Multiplexing Ortogonal frekvensdelningsmultiplex
PBR	Passive Bistatic Radar Passiv bistatisch radar
PDF	Probability Density Function Täthetsfunktion
RF	Radio Frequency Frekvensbandet 3 kHz-300 GHz
SDR	Software Defined Radio Mjukvarudefinierad radio
SNR	Signal-to-Noise Ratio Signal-brusförhållande

SFDR	Spurious-Free Dynamic Range Mått på amplitudomfång
TO	Transmitter of Opportunity Tredjepart sändare i radarbruk
QAM	Quadrature Amplitude Modulation Kvadraturamplitudmodulering
qq	quartile-quartile Kvartil-kvartil

1

Introduktion

Ordet radar är en förkortning för engelskans radio detection and ranging och betecknar ett system som använder radiovågor för att detektera och avståndsbestämma föremål. Grundprincipen inom radar är att sända ut radiovågor som reflekteras mot föremål i spaningsområdet, och sedan detekteras av en mottagarantenn [1]. Genom att analysera skillnader som uppstår i de reflekterade vågorna kan radarsystemet beräkna avstånd och hastigheter [1]. Det finns flera olika typer av radar men alla bygger på samma princip.

I ett monostatiskt radarsystem är sändare och mottagare placerade tillsammans, till skillnad från ett bistatiskt radarsystem där de är åtskilda [2]. Mycket av det tidiga arbetet med radar i början av 1900-talet var av denna bistatiska typ, men då monostatisk radar rönte mer framgångar under bland annat andra världskriget avtog utvecklingen snabbt och sedan dess har den gått framåt endast periodvis [2]. Idag har radar många olika tillämpningsområden, några exempel är inom bil-[3], flyg- [4] och försvarsindustrin [5].

Då det i nuläget finns många aktiva radiovågssändare såsom TV-master tillgängliga i omvärlden kan dessa utnyttjas som sändarantenn, vilket i litteraturen kallas en TO (Transmitter of Opportunity) [6]. Ett radarsystem som använder denna princip kallas en passiv radar. Fördelarna är bland annat att mottagarantennen kan vara mycket svårare att detektera, lägre energikonsumtion samt ett mindre komplext system [7]. Nackdelar kan vara att signalerna som behandlas inte är optimerade för radarsyften, vilket leder till försämrad prestanda jämfört med aktiv radar, samt svårigheter att fastställa signalkarakteristiken.

De nämnda fördelarna gör området kring passiv radar intressant för flera olika applikationer i samhället. Genom att förbruka mindre energi lastas elnätet mindre och därmed går driftkostnaderna ned för systemet. I militära sammanhang är det ofta väsentligt att inte avslöja sin position, och med hjälp av passiv radar ges möjligheten att nyttja radar utan att lätt kunna spåras [7]. Huvudsakligen handlar det om en mer effektiv användning av den infrastruktur som redan finns tillgänglig (Wi-Fi, radio, television, etc.), samt att metoden ger upphov till nya tillämpningar [8], dock på bekostnad av kontroll av sändaren. Några av anledningarna till att passiv radar ännu inte har utvecklats i större utsträckning är brist på testdata, kostnadsdata men även motsättningar till att byta från aktiv till passiv radar [2]. Detta gör området kring passiv radar intressant att undersöka, vilket kan leda till framsteg inom både samhälle och industri.

1.1 Etiska frågeställningar

Eftersom en radar kan användas för militära syften så utgör det etiska problem. Dessa problem uppstår huvudsakligen i hur radar används i samband med andra teknologier, till exempel som målsökningsmetod för robotar. Då radar används i ett defensivt syfte kan det istället anses som ett verktyg för att skydda mänskor, till exempel som luftvärn för att skjuta ner robotar. Radar kan även användas för ett direkt icke-militärt ändamål, till exempel som en del av flygledningssystem på civila flygplatser, där de än igen har potential att rädda liv.

På grund av att en passiv radar inte behöver skicka ut någon signal så behövs det inte lika mycket energi för att driva den. Detta gör att miljöpåverkan av en passiv radar är lägre än för en aktiv radar. Vilket är något som gör att implementation av passiv radar i kommersiell verksamhet som exempelvis på flygplatser kan vara positivt för miljön och ses som en moralisk vinst.

Då ett passivt radarsystem kräver färre resurser finns det möjlighet att applicera konceptet i en bredare utsträckning, till exempel har möjligheten att använda Wi-Fi som en signalkälla för att spåra fotgängare i inomhusmiljö undersökts [9]. Detta kan användas för att spåra mänskor utan vetskaps eller samtycke och därmed kränka deras integritet, men å andra sidan kan spårningen vara nödvändig för att förhindra brott vilket leder till ett etiskt dilemma och vikten av att fostra transparens. Liknande situationer kan uppstå inom alla radarsystem, vilket innebär att forskning inom detta område inte skapar problemet, men har risk att förvärra det.

1.2 Syfte

Syftet med detta projekt är att skapa ett fungerande passivt radarsystem där flygplan eller liknande luftburna föremål kan detekteras. Deras flygbana, i termer av avstånd, hastighet och vinkel i markplanet, ska visas med någon typ av grafiskt gränssnitt. Då detta är ett relativt omfattande mål delas det upp i följande områden: hårdvara, synkronisering, system och, i mån av tid, implementation av ett webbgränssnitt för presentation. Dessa områden är relativt separata och därmed ämnar projektet även att redovisa hur problematiken kring var del kan behandlas fristående.

1.3 Avgränsningar

Projektet avser endast att detektera flygplans position och hastighet, inte vad det är för typ av föremål. Spårning i tre dimensioner utredes inte. Endast ett bistatiskt passivt radarsystem kommer undersökas och den TO som används i detta projekt är Brudaremossenmasten i Göteborg. Den spaningsantenn som används är tagen från ett tidigare kandidatarbete inom samma område [10] och ingen annan antenn övervägs.

2

Hårdvara

En passiv bistatisk radar (på engelska Passive Bistatic Radar, PBR) kräver en sändare och en mottagare som befinner sig på olika platser. Systemet blir passivt då sändaren kontrolleras av en tredje part. Detta innebär att sändaren i systemet är en TO [6], vilket är önskvärt för att skydda mottagaren vid hemlig operation och utveckla ett resurssnålt radarsystem. Kandidater för ett sådant system kan bland annat vara FM-radio-, digital-TV-, och telefonmaster.

2.1 Sändare

Brudaremossenmasten, som används som TO i detta projekt, sänder FM-radio och digital-TV på hög effekt i Göteborgsområdet. Digital-TV sänds enligt EU-standarden DVB-T (Digital Video Broadcast-Terrestrial) [11] på ett antal radiokanaler inom frekvensintervallet 200 MHz–700 MHz [12]. DVB-T använder QAM (Quadrature Amplitude Modulation) och OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing), vilket innebär att det kan modelleras som en komplext normalfördelad signal [13]. Detta är av vikt i resterande kapitel och kan undersökas genom en rad metoder. Grafiska hjälpmittel kan användas, exempelvis histogram och qq-grafer (kvantil-kvantil, på engelska quantile-quantile). Även mer kvantitativa metoder som så kallade goodness of fit-test kan implementeras, exempelvis χ^2 -test, för att undersöka datas fördelning [14].

Brudaremossenmasten är belägen cirka 4,75 km från EDIT-huset på Chalmers campus i Johanneberg [15]. Den utsända signalen reflekteras från målet med en effekt som beskrivs av effektdensiteten Φ i (2.1), där P_T är sändarens effekt, G_T är antennvinsten, R_T är avståndet mellan sändare och mål och F_T är förlustfaktorn mellan sändare och mål [6].

$$\Phi = \frac{P_T G_T}{4\pi R_T^2} F_T^2 \quad (2.1)$$

En sändares lämplighet baseras i stor del på dessa parametrar [6]. G_T är svår att specificera, därför antas sändaren vara isotropisk vilket motsvarar en antennvinst på 1 [16]. Då antennen antas vara isotropisk medför detta även att hela luftrummet illumineras.

2.2 Mottagare

För att fånga upp signaler krävs ett system för mottagning, signalförstärkning, sampling och signalbehandling. I detta arbete används två antennuppsättningar med 4 stycken patch-antennor vardera monterade i linje (se Fig. 2.1). Patch-antennerna består av kvadratiska kopparplattor tillverkade av ett tidigare kandidatprojekt [10].



Figur 2.1. Använt antennuppsättning.

Dessa patch-antennor var anpassade för 625 MHz, vilket motsvarade en av sändningsfrekvenserna från Brudaremossen under 2018 [10]. En patch-antenn sänder och tar emot som starkast mot antennens framsida och har en öppningsvinkel (på engelska half-power beamwidth) på 70° [17].

Patch-antennerna är placerade i en linjär uppsättning för att tillåta applikation av strålformningsmetoder som presenteras i avsnitt 4.2.1. Tillsammans med antennuppsättningen använder sig systemet av en Yagi-Uda-antenn, som har hög riktverkan, för att ta emot en referenssignal. Antennen har en impedans på 75Ω vilket skiljer sig från den mjukvarudefinierade radioenheten, som har 50Ω . Detta leder till dämpning och reflektioner i transmissioneledningen, men det antas vara försumbart för detta projekt.

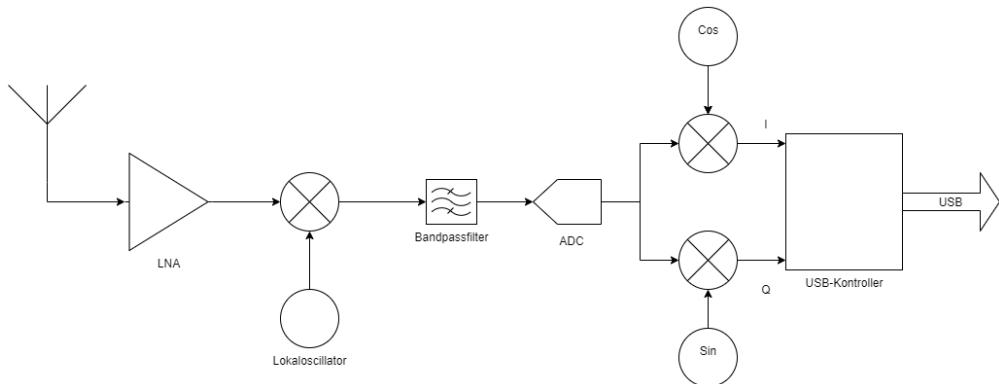


Figur 2.2. Referensantenn riktas mot brudaremossen, patch-antennsuppsättning riktas mot flygplan.

2.3 Mjukvarudefinerad radio

För att förstärka reflektionen från målet används en lågbrusförstärkare (LNA). Den förstärker uppfångade signaler och redan existerande brus utan att tillföra för mycket extra brus. I detta projekt beslutas att LNA-enheterna inte får sänka SNR-värdet (Signal-to-Noise Ratio) mer än 3 dB och skall ge minst 15 dB förstärkning, för att bevara svaga signaler.

För att avläsa data från antennen krävs en mottagare och i detta projekt används en mjukvarudefinerade radio (SDR). En SDR omvandlar den analoga RF-signalen till digitala IQ-värden med en analog till digital omvandlare (ADC) [18]. ADC-komponentens prestanda värderas utefter upplösning och bandbredd. En högre upplösning höjer förmågan att särskilja signaler med olika amplituder och ökar amplitudomfånget (SFDR) [19]. Detta förbättrar SDR-enhetens förmåga att hantera stora amplitudintervall [19], till exempel Brudaremossens direktsignal samtidigt som en reflektion. En SDR innehåller även en blandare som sänker frekvensen på en signal genom att subtrahera RF-frekvensen från signalen, vilket ger basbandssignalen [20]. Bandbredden på en SDR definieras som högsta frekvensen ADC-komponenten kan sampla utan att skapa vikning, vilket är likvärdigt med halva samplingsfrekvensen, $\frac{f_s}{2}$, enligt Nyqvists samplingsteorem. I Fig. 2.3 illustreras uppbyggnaden av en förenklad SDR.



Figur 2.3. Principskiss av en SDR-enhet [20].

I en SDR finner man ett flertal olika felkällor som antas påverka de mätningarna som utförs. Felen varierar från enhet till enhet vilket kan försvåra tolkning av data. Detta skapar problem, speciellt när man kör enheterna parallellt, vilket försvårar processen att jämföra datan som plockas upp. Ett exempel på en felkälla som uppstår är frekvensstabiliteten hos lokaloscillatoren som styr blandaren.

2.4 Flygplansspårningstjänst

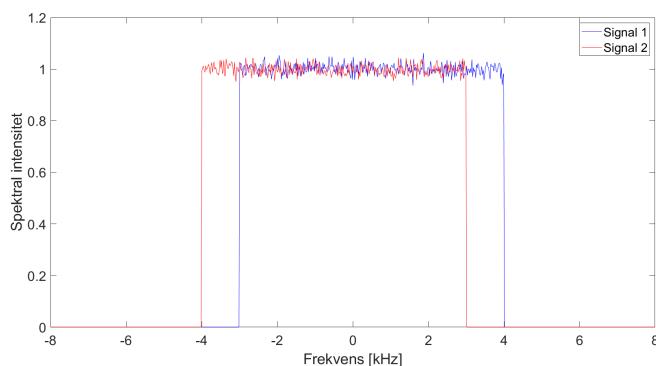
För att analysera systemets resultat behövs förkunskap om de observerade planens position och hastighet, detta samlas via en flygspaningstjänst. I detta projekt används tjänsten FlightRadar24 [21]. FlightRadar24 använder i huvudsak ADS-B (Automatic Dependent Surveillance - Broadcast) som sedan 2020 är lagstadgat för de undersökta flygplanen [22]. FlightRadar24 täcker det aktuella sökområdet för detta projekt [22]. Tjänsten väljer att inte rapportera på visa flygplan utifrån integritetssyften [22]. Värt att notera är att tjänsten nämner att fel i positionering kan hänta [22] och bör tas hänsyn till.

3

Synkronisering av mottagen data för multipla SDR-enheter

Detta avsnitt avser att beskriva hur mottagna signaler kan synkroniseras för vidare signalbehandling. För att kunna jämföra signaler och extrahera deras relevanta karakteristik måste den bevaras under övergång från inkomna signaler till lagrad data. Distortion sker under lagringsprocessen och för att kompensera för detta krävs kunskap om aktuell SDR-uppbyggnad. Det antas här finnas siktlinje till masten samt att antennernas orientering relativt masten är känd. Vid betraktande av Fig. 2.3 i avsnitt 2 dras slutsatsen att det finns flera områden där felaktigheter kan införas.

Som specificerats i avsnitt 2.3 finns det i varje SDR en blandare som använder en lokal oscillator [23]. Dessa oscillatorer är icke-ideal vilket medför att en förskjutning införs vid nedblandning av signalerna till basbandet. Felen varierar mellan SDR-enheter och därmed uppstår en spridning runt 0 Hz som illustreras i Fig. 3.1. Även ADC-komponenten samplar utifrån den lokala oscillatorn, vilket ger upphov till olika samplingsfrekvenser för varje SDR. Samplingsperioden, som är tiden mellan två på varandra följande datapunkter, antas vara konstant vid varje enskild mätning i detta system.



Figur 3.1. Frekvensförforskjutning av blandare ty ej synkroniserade oscillatorer.

Felet mellan oscillatorns avsedda och verkliga frekvens är 0,5 ppm enligt avsnitt 2.3. Detta indikerar att det är av större relevans att justera för blandarens frekvensförskjutning (storleksordning 100 MHz) än för samplingsfrekvensen (storleksordning 10 MHz) [23]. För ett komplett system korrigeras båda faktorerna, då ingen antas vara försumbar.

Då det inte är möjligt att starta mätning av data exakt samtidigt kommer det uppstå en tidsskillnad mellan den lagrade datan från olika antenner. För att kunna jämföra data krävs att de utgår från en gemensam tidsaxel och därmed är det relevant att kompensera för denna effekt.

Utöver frekvensstörningar introducerar signalvägen även förändringar av amplitud och fas. Dessa faktorer skiljer sig mellan varje SDR och antas vara konstanta under mätning. Därmed synkroniseras även dessa faktorer för varje mätning då de inte kan antas vara konstanta för upprepade mätningar.

För att symbolisera de skillnader som uppkommer mellan varje SDR skapas en modell vars symboler definieras i tabell I, där n indikerar vilken SDR som avses.

TABELL I. Parametrar för signalmodellen (3.1).

A_n	Amplitud- och fasförskjutning
$x[k] \sim \mathcal{CN}(0, 2)$	Ursprunglig signal
k_n	Diskret tidsförskjutning
Δf_n	Frekvensförskjutning
$\Delta\Gamma_n = \Delta f_n / f_s$	Normaliserad frekvensförskjutning
f_s	Samplingsfrekvens
T_n	Samplingsperiod
$w_n[k] \sim \mathcal{CN}(0, \sigma^2)$	Komplext normalfördelat brus
t_{stop}	Samplingstid per mätserie

Parametrarna i tabell I väljs i den grad det är möjligt enligt SDR-enhetens specifikation. En diskret modell kan skapas som (3.1), där det noteras att multiplikation med ett komplext tal motsvarar en förändring av amplitud och fas.

$$x_n[k] = A_n x[k - k_n] \exp\{j2\pi\Delta\Gamma_n(k - k_n)\} + w_n[k - k_n], \quad 0 \leq kT_n \leq t_{\text{stop}} \quad (3.1)$$

Denna modell används slutligen för jämförelse med verklig indata.

3.1 Korrigering av tid och frekvens

Detta avsnitt syftar till att presentera metoder för korrigering av tid- och frekvensförsökjutning, samt att motivera kombination av dessa metoder.

3.1.1 Beräkning av tidsförsökjutning

Ett relevant mått för att jämföra två identiska men tidsförsökjutna signaler är korskorrelation [24]. Korskorrelationen mellan två kontinuerliga signaler x_1 och x_2 definieras i (3.2), där * betecknar komplexkonjugat.

$$\mathcal{R}_{x_1, x_2}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t)x_2^*(t + \tau) dt \quad (3.2)$$

Sätts $x_2(t) = x_1(t - t_0)$ fås istället (3.3), vilket är det maximala värdet för $|\mathcal{R}_{x_1, x_2}|$ [25].

$$\mathcal{R}_{x_1, x_2}(t_0) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t)x_2^*(t + t_0) dt = \int_{-\infty}^{\infty} |x_1(t)|^2 dt \quad (3.3)$$

Alltså kan tidsförsökjutningen mellan två signaler bestämmas genom att betrakta korskorrelationens maximum. För periodiska funktioner uppstår en osäkerhet då korskorrelationen för denna typ av funktioner även blir periodisk. Som diskuteras i avsnitt 2.1 är sändarens signaler av typen QAM OFDM, och kan därmed approximeras som komplext normalfordelade signaler [13].

3.1.2 Beräkning av frekvensförsökjutning

Skillnaden i frekvens mellan mottagna signaler gör att korskorrelationen ej längre nödvändigtvis kommer ge maximalt utslag för den korrekta tidsförsökjutningen. Genom att introducera en komplex exponential till integralen i (3.2) fås den tvådimensionella korskorrelationen (3.4) [25] [26].

$$\chi_{x_1, x_2}(\tau, f) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t)x_2^*(t + \tau) \exp\{j2\pi ft\} dt \quad (3.4)$$

Är $x_2(t)$ en tid- och frekvensförsökjuten kopia av $x_1(t)$ enligt $x_2(t) = x_1(t - t_0) \exp\{j2\pi f_0(t - t_0)\}$, blir (3.4) på formen (3.5).

$$\chi_{x_1, x_2}(\tau, f) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t)x_1^*(t - t_0 + \tau) \exp\{-j2\pi f_0(t - t_0 + \tau)\} \exp\{j2\pi ft\} dt \quad (3.5)$$

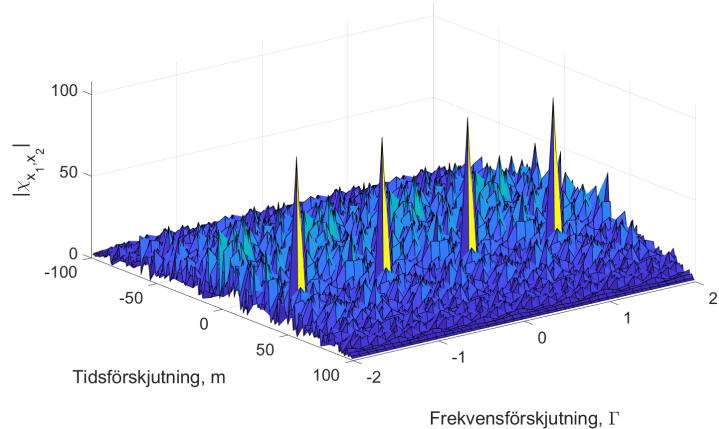
Vid punkten $(\tau, f) = (t_0, f_0)$ reduceras (3.5) till (3.6), vilket maximerar beloppet av (3.5) enligt samma resonemang som i avsnitt 3.1.1. Därmed kan tidsförsökjutning och frekvensförsökjutning uppskattas.

$$\chi_{x_1, x_2}(t_0, f_0) = \int_{-\infty}^{\infty} |x_1(t)|^2 dt \quad (3.6)$$

En diskret variant av den tvådimensionella korskorrelationen i (3.4) definieras enligt (3.7), där den normaliserade frekvensen $\Gamma = f/f_s$ och f_s är samplingsfrekvensen [27].

$$\chi_{x_1, x_2}[m, \Gamma] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_1[n] x_2^*[n+m] \exp\{j2\pi\Gamma n\} \quad (3.7)$$

Denna version är nödvändig att använda i digitala sammanhang men skapar vissa problem eftersom Γ och $\Gamma+k$ där $k \in \mathbb{Z}$ ger samma värde för χ_{x_1, x_2} . Alltså blir χ_{x_1, x_2} periodisk med avseende på Γ med period 1. Detta medför även att endast frekvenser inom $\pm \frac{f_s}{2}$ kan upptäckas, detta enligt samma resonemang som Nyquists samplingsteorem. En osäkerhet införs därmed vilken principiellt illustreras i Fig. 3.2, där det maximala värdet av (3.4) förekommer för flera olika värden av den normaliserade frekvensen Γ . Då frekvensförflyttningen mellan SDR-enheterna är relativt låg (se avsnitt 2.3) dras slutsatsen att det alltid är den lägsta frekvensförflyttningen som är den sanna.



Figur 3.2. $|\chi_{x_1, x_2}|$ antar sitt maximala värde för flera Γ . Tidsförflyttningen motsvarar $m = 50$ och den sanna normaliserade frekvensförflyttningen $\Gamma = 0, 1$.

En aspekt att ta hänsyn till i detta steg är frekvensupplösningen för Γ . Vid för låg upplösning kommer små frekvensförflyttningar kunna gå obemärkt förbi synkroniseringen, men samtidigt kommer beräkningstiden öka då upplösningen ökar. En avvägning mellan god synkronisering och låg beräkningstid är nödvändig.

3.1.3 Korrigeringsmetod

Vid känd tid- och frekvensförskjutning kan kompensering ske. En SDR används som referens och övriga SDR-enheter korrigeras efter denna. Genom att bortse från alla datapunkter innan den sista mätserien startat kan en approximativ synkronisering genomföras, då tidsförskjutningen inte behöver vara ett helt antal datapunkter. Efter synkronisering är datavektorerna av olika längd, detta korrigeras genom att trunkera alla vektorer till gemensam längd. Slutligen multipliceras mätdata med en komplex exponential motsvarande beräknad frekvensförskjutning. I (3.8) visas hur en signal $x_2[n]$ som börjat mäta innan referensen $x_1[n]$ korrigeras.

$$x_{2,\text{synk}}[n] = x_2[n + m] \cdot \exp\{j2\pi\Gamma(n + m)\}, \quad n \in [1, N - m], \quad m \geq 0 \quad (3.8)$$

N betecknar det totala antalet datapunkter, Γ den normaliserade frekvensförskjutningen mot referensignalen, och m tidsförskjutningen.

3.2 Korrigering av samplingsfrekvens

Som diskuterats i inledningen till kapitlet krävs synkronisering av samplingsfrekvenserna för korrekt jämförelse. Kvalitén av denna synkronisering maximeras då distortionen på signalerna är minimerad.

3.2.1 Sinc-interpolation

Exakt återskapande av en bandbegränsad signal fås genom att interpolera signalen med sinc-funktioner. Rekonstruktion sker enligt (3.9), där $x[n]$ är den samplade signalen och $T_s = 1/f_s$ är samplingsperioden. Detta samband och bevis för att det resulterar i exakt återskapande härleds i större detalj i bilaga A samt i [28].

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \operatorname{sinc}\left(\frac{t - nT_s}{T_s}\right) \quad (3.9)$$

Genom (3.9) erhålls den rekonstruerade signalen, som kan återsampas med en ny samplingsfrekvens till (3.10), där T' är den nya samplingsperioden.

$$x'[k] = x(kT') = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \operatorname{sinc}\left(\frac{kT' - nT_s}{T_s}\right) \quad (3.10)$$

3.2.2 Linjär interpolation

För att utföra linjär interpolation faltas ett skalat impulståg av signalen med en triangelfunktion [28]. Denna funktion uttrycks enligt (3.11).

$$h(t) = \begin{cases} \left(1 - \frac{|t|}{T_s}\right), & |t| \leq T_s \\ 0, & |t| > T_s \end{cases} \quad (3.11)$$

Triangelfunktionen fouriertransformeras till (3.12), där $T_s = 1/f_s$ är samplingsperioden [28].

$$H(j\omega) = T_s \operatorname{sinc}^2\left(\frac{T_s}{2\pi}\omega\right) = T_s \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\omega}{\omega_s}\right) \quad (3.12)$$

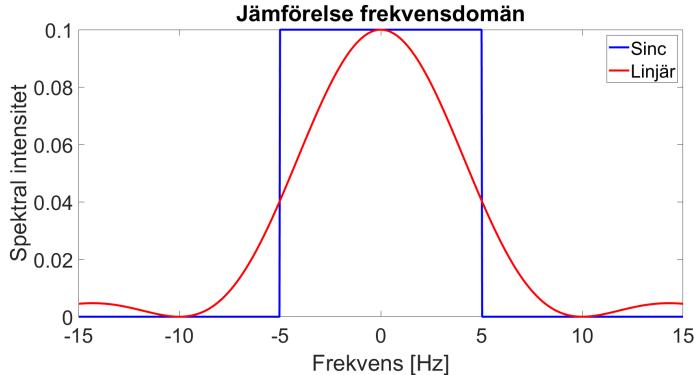
Interpolation görs sedan på liknande sätt som i avsnitt 3.2.1 enligt (3.13), där $x[n]$ är den samplade signalen.

$$x(t) \approx \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] h\left(\frac{t - nT_s}{T_s}\right), \quad (3.13)$$

Sampling från denna approximation kan genomföras via (3.14), där $x'[k]$ är den nya samplade signalen och T' den önskade samplingsperioden.

$$x'[k] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] h\left(\frac{kT' - nT_s}{T_s}\right) \approx x(kT') \quad (3.14)$$

Som kan ses i Fig. 3.3 kommer linjär interpolation inte bevara frekvenskaraktäristiken hos signalen vilket sinc-interpolation gör.



Figur 3.3. Frekvensspektrum för sinc- och linjär interpolation. Samplingsfrekvensen är 10 Hz.

Eftersom signalen är tidsbegränsad förväntas denna algoritm uppvisa lägre tidskomplexitet än sinc-interpolationsalgoritmen.

3.2.3 Jämförelse av interpolationsmetoder

Den normaliserade 1-normen kan användas som ett mått på felet (skillnaden) mellan vektorer och definieras enligt (3.15), där N är antalet datapunkter och $\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2$ är vektorer.

$$D = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\mathbf{y}_{1,i} - \mathbf{y}_{2,i}|, \quad (3.15)$$

Genom att undersöka felet innan och efter korrigering fås ett mått på prestanda. Det relativt felet definieras som kvoten (3.16) mellan felet efter och innan korrigering.

$$D_{\text{rel}} = \frac{D_{\text{efter}}}{D_{\text{innan}}} \quad (3.16)$$

3.3 Korrigering av amplitud och fas

Signalerna antas i detta avsnitt vara korrigerade i alla aspekter utöver amplitud och fas. En modell där endast komplex amplitud och additivt normalfördelat komplext brus skiljer två signaler åt kan skapas enligt (3.17) och (3.18).

$$y_1(t) = Ax(t) + w_1(t) \quad (3.17)$$

$$y_2(t) = Bx(t) + w_2(t) \quad (3.18)$$

A, B betecknar komplexa tal, $w_1(t), w_2(t)$ komplext normalfördelat brus och $x(t)$ den ursprungliga signalen. Genom att multiplicera $y_2(t)$ med en konstant, $k \in \mathbb{C}$, kan både amplitud och fas korrigeras utefter $y_1(t)$. För att avgöra k används minstakvadratmetoden enligt (3.19), där E betecknar väntevärdet.

$$k = \arg \min_c E [|y_1(t) - cy_2(t)|^2] \quad (3.19)$$

I det diskreta fallet övergår (3.19) till (3.20), där N är antalet datapunkter och $y_{n,i}$ det i:te elementet i datavektor n .

$$k = \arg \min_c \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |y_{1,i} - c y_{2,i}|^2 \quad (3.20)$$

N är antalet datapunkter och $y_{n,i}$ det i:te elementet i datavektor n . En minstakvadratlösning av (3.19) ges av (3.21). (se bilaga B).

$$k = \frac{\mathbb{E}[y_1(t) y_2(t)^*]}{\mathbb{E}[|y_2(t)|^2]} = \{\text{diskret}\} = \frac{\sum_{i=1}^N \mathbf{y}_{1,i} \mathbf{y}_{2,i}^*}{\sum_{i=1}^N |\mathbf{y}_{2,i}|^2}, \quad (3.21)$$

Metoden som presenterats hittills justerar för både amplitud och fas. Fasen beror bland annat på antennernas orientering i förhållande till masten; därmed införs en metod som tar hänsyn till detta genom att endast extrahera SDR-enheternas fasförskjutning. Modellen (3.22) kan betraktas för att synliggöra hur signalernas infallsvinkel påverkar deras fas. Antenn 1 används som referens, det vill säga $A_1 = 1$.

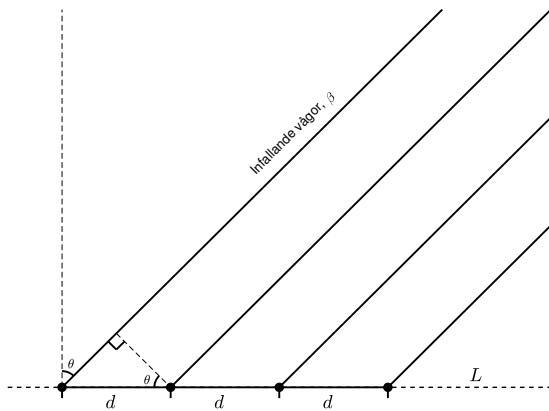
$$y_i(t) = A_i x(t) \exp\{j(i-1)\beta d \sin \theta\} + w_i(t) \quad (3.22)$$

Parametrarna i (3.22) tydliggörs i tabell II.

TABELL II. Parametrar i (3.22).

A_i	SDR-enhetens amplitud- och fasförskjutning
$x(t)$	Ursprunglig signal från masten
β	Elektromagnetiska vågens faskonstant
d	Avståndet mellan två närliggande antenner
θ	Vinkel till sändarmasten
$w_i(t)$	Brus och samtliga reflektioner

I Fig. 3.4 illustreras situationen för den linjära gruppantennen. Antennelementen är ekvidistanta och kolinjärt placerade på linjen L .



Figur 3.4. Illustrativ bild över uppställning av linjär gruppantenn.

I enlighet med tidigare modell antas att $w_i(t)$ är komplext normalfördelad och dessutom antas vinkeln till masten θ vara känd. Infallsvinkel ger upphov till en fasskillnad hos signalerna i (3.22) och då denna inte uppstår i SDR-enheterna skall den bevaras. Genom att betrakta argumentet av (3.22) erhålls (3.23), där $\epsilon_i(t)$ är faspåverkan av brus och reflektioner, som antas vara försumbart då (3.24).

$$\angle y_i(t) = \angle A_i + \angle x(t) + (i-1)\beta d \sin \theta + \epsilon_i(t) \quad (3.23)$$

$\epsilon_i(t)$ kan uttryckas som (3.24) och därför antas vara försumbart då $A_i x(t) \gg w_i(t)$ för tillräckligt hög SNR.

$$\epsilon_i(t) = \angle \left(1 + \frac{w_i(t)}{A_i x(t) \exp\{j(i-1)\beta d \sin \theta\}} \right) \approx 0 \quad (3.24)$$

Betraktas nu (3.23) igen kan det reducerade uttrycket (3.25) erhållas.

$$\angle y_i(t) \approx \angle A_i + \angle x(t) + (i-1)\beta d \sin \theta \quad (3.25)$$

Från (3.25) kan ett uttryck med endast signalens och SDR-enhetens faspåverkan lösas ut enligt (3.26).

$$\angle y_i(t) - (i-1)\beta d \sin \theta \approx \angle A_i + \angle x(t) \quad (3.26)$$

Därmed kan de tidigare metoderna för fassynkronisering appliceras om $(i-1)\beta d \sin \theta$ först avlägsnas från signalen, vilket skapar (3.27). Efter korrigering av (3.27) kan fasen återinföras varpå endast SDR-enheternas faspåverkan har kompenserats.

$$y'_i(t) = y_i(t) \exp\{-j(i-1)\beta d \sin \theta\} \quad (3.27)$$

4

Radarsystem

Detta kapitel presenterar först en modell av de uppmätta och synkroniserade signalerna från tidigare kapitel. Därefter utnyttjas denna modell för att implementera signalbehandlingsmetoder för strålformning, klotterkancellation och målidentifiering, utformade för detektion av mål i rörelse.

4.1 Signalmodellering

I detta avsnitt redovisas de antaganden som görs om signalernas karakteristik, samt hur de representeras digitalt. Två distinkta signalyper betraktas: en referenssignal samlad via en riktad antenn från en vald TO och en övervakningssignal bestående av C kanaler samlade från spaningsområdet.

4.1.1 Referensantenn

Signalen från referensantennen modelleras enligt (4.1) där A_{ref} är amplituden av signalen vid antennen, s är den analytiska signalen från signalkällan, τ_{ref} är tidsfördjörningen och n_{ref} är brus [29].

$$s_{\text{ref}}(t) = A_{\text{ref}}s(t - \tau_{\text{ref}}) + n_{\text{ref}}(t) \quad (4.1)$$

Referenssignalen antas vara fri från flervägsutbredning, vilket i samband med antagandet från avsnitt 2.1 om en brusliknande signal innebär att n_{ref} får låg korrelation med s .

4.1.2 Spaningsantenn

Signalerna från spaningsantennen modelleras enligt (4.2), där i representerar de olika delantennerna, N_{gnd} är antalet markreflektioner, N_{tar} är antalet målreflektioner och $f_{n,i}$ är frekvensförsökjutningen av målen som uppstår via dopplereffekten [29].

$$s_{\text{surv},i}(t) = A_{\text{surv},i}s(t - \tau_{\text{surv},i}) + \sum_{m=1}^{N_{\text{gnd}}} a_{m,i}s(t - \tau_{\text{gnd},m,i}) \\ + \sum_{n=1}^{N_{\text{tar}}} c_{n,i}s(t - \tau_{\text{tar},n,i}) \exp\{\text{j}2\pi f_{n,i}t\} + n_{\text{surv},i}(t) \quad (4.2)$$

Direktsignalsskomponenetan $A_{\text{surv},i}s(t - \tau_{\text{surv},i})$ och markreflektionskomponenterna $a_{m,i}s(t - \tau_{\text{gnd},m,i})$ benämns klotter då de har hög korrelation mot referenssignalen, vilket kan leda till att de döljer målreflektioner. Bruset antas däremot även här ha låg korrelation med referenssignalen.

4.1.3 Digital representation

De diskretiseraade signalerna som skall behandlas levereras i matrisform via synkroniseringssteget (se kapitel 3). Övervakningssignalen består av C kanaler med N datapunkter vardera, vilket ger upphov till signalmatrisen (4.3) [30].

$$S_{\text{surv}} = \begin{bmatrix} s_{\text{surv},1}(0) & s_{\text{surv},1}(T_s) & \dots & s_{\text{surv},1}((N-1)T_s) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{\text{surv},C}(0) & s_{\text{surv},C}(T_s) & \dots & s_{\text{surv},C}((N-1)T_s) \end{bmatrix}^T \quad (4.3)$$

Referenssignalen börjar samplas $R - 1$ datapunkter innan övervakningssignalen, vilket ger en vektor med längd $N + R - 1$ enligt (4.4), där NT_s definierar integrationstiden T_i och R är antalet räckviddsvarv (se (4.13) i avsnitt 4.2.3) [29].

$$\mathbf{s}_{\text{ref}} = [s_{\text{ref}}((1-R)T_s) \ \dots \ s_{\text{ref}}(0) \ \dots \ s_{\text{ref}}((N-1)T_s)]^T \quad (4.4)$$

4.2 Signalbehandling

Syftet med signalbehandlingen är att urskilja mål i den tillgängliga mätdatan. Då målens reflektioner antas vara amplituds-, tids- och dopplerförsökjutna kopior av referenssignalen utöver brus, kan dessa förskjutningsfaktorer uppskattas med metoderna som presenterades i kapitel 3. Detta gäller dock även för klottersignaler som tenderar ha högre amplitud, vilket medför ett behov att kancellera dessa. Slutligen krävs en systematisk metod för att urskilja reflektioner från brusgolvet, i första hand vid hög fart motsvarande mål.

4.2.1 Strålformning

För att skapa riktverkan och därmed bestämma vinkel till mål undersöks strålformning med den "delay-and-sum"-algoritmen som beskrivs i detta avsnitt. Givet C ekvidistanta antennelement, kolinjära på linjen L med interelement avstånd d (se Fig. 3.4) beräknas strålen med vinkel θ , där $\theta = 0$ är ortogonal mot L , enligt (4.5) [30]. c är signalens utbredningshastighet och T_s är tiden mellan två på varandra följande datapunkter [30].

$$s_{\text{beam}}(t) = \sum_{n=1}^C s_n(t) \exp\left\{ j \frac{2\pi n d}{c T_s} \sin \theta \right\} \quad (4.5)$$

För signaler vars infallsvinkel motsvarar den valda strålformningsvinkeln innebär detta att strålformningsexponentialen kännerar den fördräjning som uppstår mellan varje element [30], vilket ger $10 \log C$ dB förstärkning. Signaler från andra vinklar elimineras dock inte utan kan istället minska i precision för små avvikelse från strålformningsvinkeln, däremot försumbart för detta projekt [30].

Applicering av denna algoritm på övervakningsmatrisen (4.3) ger den strålformade övervakningsvektorn (4.6).

$$\mathbf{s}_{\text{beam}} = [s_{\text{beam}}(0) \quad s_{\text{beam}}(T_s) \quad \dots \quad s_{\text{beam}}((N-1)T_s)]^T \quad (4.6)$$

4.2.2 Klotterkancellering

För att implementera en klotterkancelleringsalgoritmen (ECA) utnyttjas antagandet att alla klottersignaler består av amplituds-, tids- och dopplerförskjutna kopior av referenssignalen utöver brus [29]. Låt K vara antalet räckviddsvärdet som skall kancelleras, klotterbasmatrisen S_{ref} genereras då enligt (4.7), där B är matrisen som försenar alla datapunkter ett steg, definierad i (4.8) [29].

$$S_{\text{ref}} = [\mathbf{s}_{\text{ref}} \quad B^1 \mathbf{s}_{\text{ref}} \quad \dots \quad B^{K-1} \mathbf{s}_{\text{ref}}] \quad (4.7)$$

$$b_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{om } i = j + 1 \\ 0, & \text{annars} \end{cases} \quad (4.8)$$

S_{ref} utgör därmed en bas för klotterrymden utan hänsyn till dopplereffekten. Om det finns ett behov att eliminera klottersignaler från reflektorer i rörelse kan denna bas utökas till $S_{\text{ref},\text{dop}}$ med frekvensförskjutna instanser av S_{ref} enligt (4.9), där Λ är en diagonalmatris som applicerar en given dopplerförskjutning, definierad i (4.10) [29].

$$S_{\text{ref},\text{dop}} = [\Lambda_{-P} S_{\text{ref}} \quad \dots \quad S_{\text{ref}} \quad \dots \quad \Lambda_P S_{\text{ref}}] \quad (4.9)$$

$$\Lambda_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \exp\{j2\pi f_p\} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \exp\{j2\pi f_p(N+R-1)\} \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

Slutligen beräknas den filtrerade signalen $\mathbf{s}_{\text{filtered}}$ genom att minimera \mathbf{s}_{beam} på klotterrymden $S_{\text{ref},\text{dop}}$ [29]. Då klotterrymden är definierad i termer av referenssignalen väljs först de sista N raderna av $S_{\text{ref},\text{dop}}$ som benämns X och ger optimeringsproblemet i (4.11) [29]. En minstakvadratlösning av (4.11) ges i (4.12) [29], men vid beräkning används MATLAB-programvarans inbyggda matrisdivision (se bilaga D.4).

$$\mathbf{s}_{\text{filtered}} = \min_{\boldsymbol{\alpha}} \{ \mathbf{s}_{\text{beam}} - X \boldsymbol{\alpha} \} \quad (4.11)$$

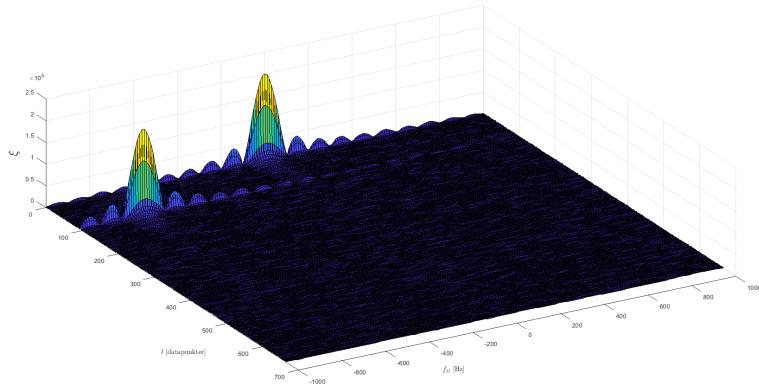
$$\boldsymbol{\alpha} = (X^H X)^{-1} X^H \mathbf{s}_{\text{beam}} \quad (4.12)$$

4.2.3 Målidentifiering

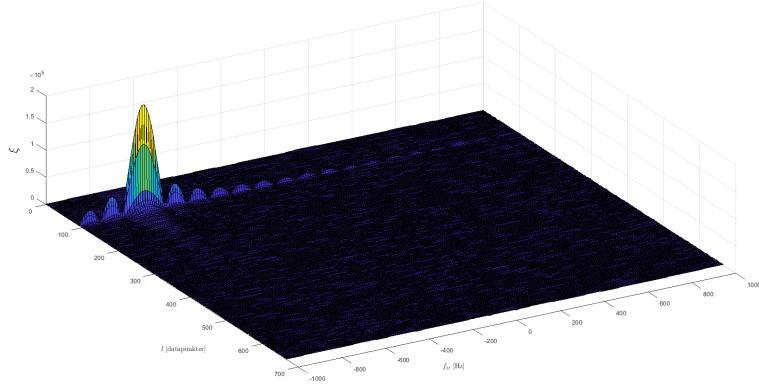
För att urskilja ekon införs den tvådimensionella korskorreleringen (2D-CCF) i (4.13) som ger korrelationsgraden ξ vid en förskjutning på l datapunkter och frekvensförändringen f_D Hz [29]. Notera att (4.13) är diskret i l och kontinuerlig i f_D .

$$\xi[l, f_D] = \sum_{i=0}^{N-1} \mathbf{s}_{\text{filtered}}[i] \cdot \mathbf{s}_{\text{ref}}^*[i-l] \cdot \exp\{-j2\pi f_D T_s i\}, \quad 0 \leq l < R \quad (4.13)$$

I Fig. 4.1 och 4.2 ges exempel av (4.13) för simulerad data med direktsignal och reflektor i rörelse, utan klotterkancelling respektive med.



Figur 4.1. $|\xi|$ för simulerad data utan klotterkancelling, $T_i = 10$ ms.

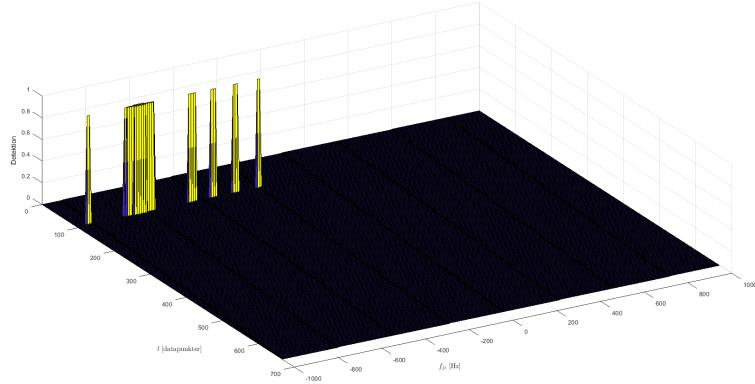


Figur 4.2. $|\xi|$ för simulerad data med klotterkancellation, $T_i = 10$ ms.

Applicering av ett CA-CFAR (Cell-Averaging - Constant False Alarm Rate) filter på ξ ger slutligen ett konsekventt mått på statistiskt signifikanta måldetektioner [31]. Filtret beräknar detektion i en punkt genom att jämföra $|\xi[l, f_D]|$ med tröskelvärdet T_{l,f_D} , beräknat som ett viktat genomsnitt av M kringliggande värden ξ_m enligt (4.14) vid falsklarmssannolikheten P_{fa} [31]. Den konstellationen av närliggande värden som implementerades för projektet kan avläsas i bilaga D.1.

$$T_{l,f_D} = (P_{fa}^{-1/M} - 1) \sum_{n=1}^M |\xi_n| \quad (4.14)$$

Om $|\xi[l, f_D]| > T_{l,f_D}$ sägs ett mål ha detekterats i (l, f_D) [31]. Då mål detekteras i en sammanhängande mängd antas alla detektioner orsakas av samma mål. Exempel av Fig. 4.1 efter CA-CFAR filtrering ges i Fig. 4.3.



Figur 4.3. Fig. 4.2 efter CFAR-filtering, $P_{fa} = 0,1\%$.

4.2.4 Beräkning av målparametrar

Då ett mål identifierats i (l, f_D) kan l omvandlas till det bistatiska avståndet R_{bis} enligt (4.15), där $B_{\text{Rx,Tx}}$ är avståndet mellan mottagare (Rx, från engelskans receiver) och sändare (Tx, från engelskans transmitter).

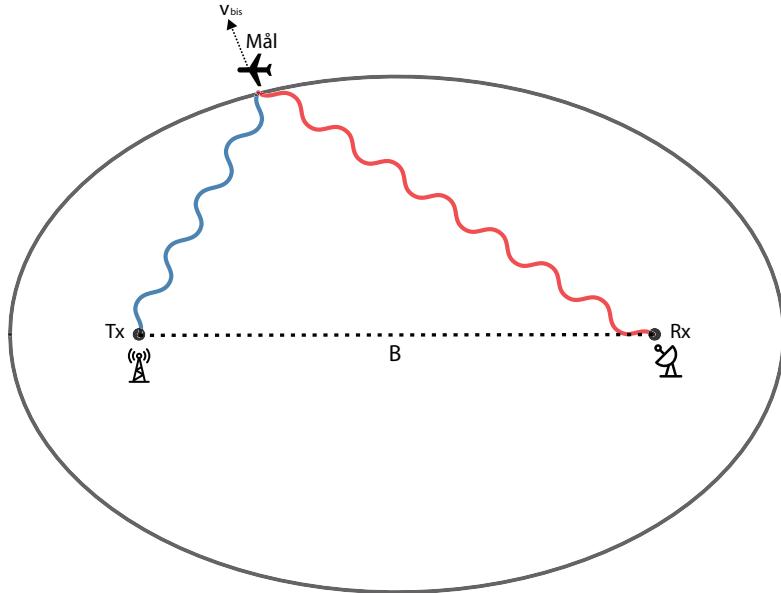
$$R_{\text{bis}}[l] = B_{\text{Rx,Tx}} + cT_s l \quad (4.15)$$

Bistatiska avståndet R_{bis} är summan av målets avstånd till Rx och Tx, vilket definierar den sfäroiden med brännpunkter i Rx och Tx på vilken målet befinner sig [29].

Frekvensförsökjutningen antas uppstå via dopplereffekten och kan därför omvandlas till den bistatiska hastigheten v_{bis} enligt (4.16), där f_D är frekvensförändringen och λ_c är bärväglängden [32]. Då v_{bis} är summan av målets hastigheter relativt Rx och Tx, är det den ortogonala hastighetskomponent mot sfäroiden [29].

$$v_{\text{bis}} = f_D \lambda_c \quad (4.16)$$

En illustration av radargeometrin presenteras i Fig. 4.4.



Figur 4.4. Illustration av radargeometri.

5

Resultat

Nedan presenteras relevanta resultat för samtliga delar av projektet: hårdvara, synkronisering och system.

5.1 Hårdvara

För radiomottagning så jämfördes SDR-enheter i tabell I och II. Notera att frekvensområdet för enheten är det kontinuerliga frekvensområdet. ADC refererar till upplösningen på ADC-enheten.

TABELL I. Jämförelse mellan kontinuerligt frekvensområde och bandbredd hos SDR-enheter.

SDR	Frekvensområde [MHz]	Bandbredd [MHz]
RTL-SDR Blog V3	0,5–1766 [33]	2,4 [33]
AirSpy R2	24–1700 [23]	10 [23]
HackRF One	1–6000 [34]	20 [34]
BladeRF	300–3800 [35]	40 [35]
LimeSDR	0,1–3800 [36]	61,44 [36]

TABELL II. Jämförelse mellan upplösning, klockfel och priset på SDR-enheten.

SDR	ADC [bits]	Klockfel [ppm]	Pris [kr]
RTL-SDR Blog V3	8 [33]	2 [33]	285[37]
AirSpy R2	12 [23]	0,5 [23]	2220[37]
HackRF One	8 [34]	20 [36]	3003[37]
BladeRF	12 [35]	1 [35]	4 087[38]
LimeSDR	12 [36]	4 [36]	2 909[39]

Utifrån jämförelsetabellen så valdes AirSpy R2 för projektet. 2 stycken AirSpy R2 köptes in för praktisk utvärdering och användes för mottagning av verklig data i följande avsnitt.

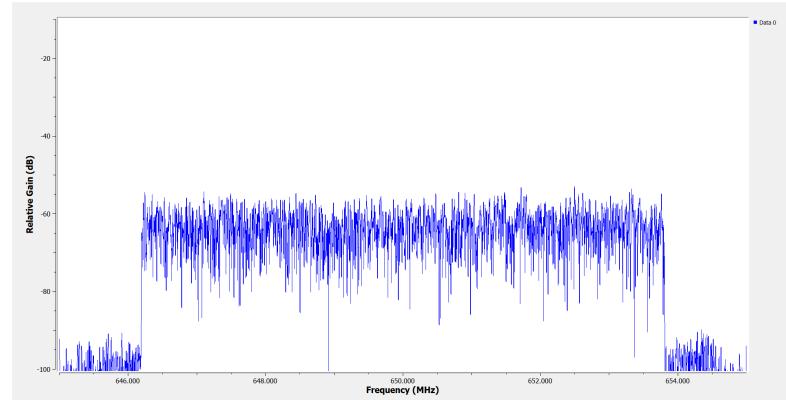
5.1.1 Antenn och LNA

Vid utförandet av detta projekt sände Brudaremossenmasten på 650 MHz [12]. Patch-antennerna 1 och 4 trimmades för att uppnå resonansfrekvens närmare 650 MHz. Resonansfrekvens mättes på en nätverksanalysator och redovisas i tabell III.

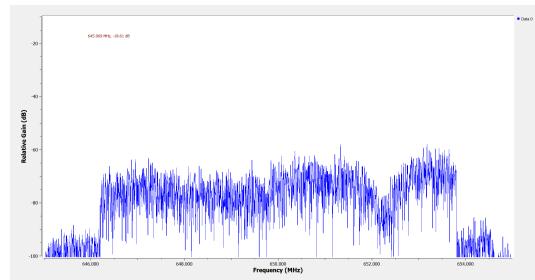
TABELL III. Resonansfrekvenser hos använde patchantennor.

Frekvens[MHz]	Patch 1	Patch 2	Patch 3	Patch 4	Patch 5	Patch 6	Patch 7	Patch 8
Frekvens[MHz]	652	625	625	658	625	625	625	625

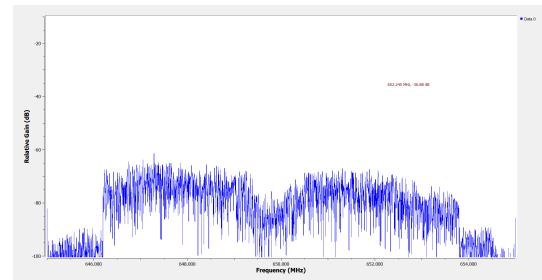
Mätningar genomfördes på taket av EDIT-huset på Chalmers Campus Johanneberg. Från referensignalen i Fig. 5.1 kan avläsas att bandbredden är 7 MHz och att SNR-värdet hos signalen varierar mellan 35 dB och 45 dB vid optimal RF-förstärkning hos SDR-enheten. I Fig. 5.2 och 5.3 visas övervakningssignalerna från patchantenn 1 och 4.



Figur 5.1. Frekvensspektrumet mellan 645 MHz–655 MHz med yagi referensantenn.



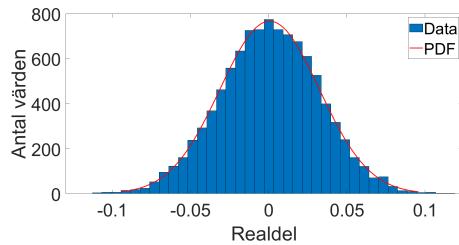
Figur 5.2. Frekvensspektrumet vid 645 MHz–655 MHz med Patch 1.



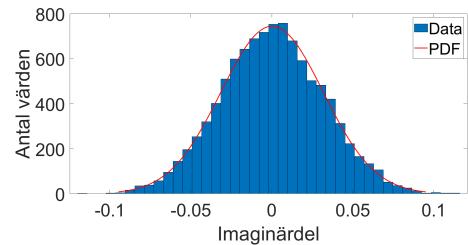
Figur 5.3. Frekvensspektrumet vid 645 MHz–655 MHz med Patch 4.

5.1.2 Form av indata

I Fig. 5.4 och 5.5 visas histogram av realdel och imaginärdel av 10^4 mätpunkter, samt normalfördelningens täthetsfunktion (på engelska Probability Density Function, PDF) med skattat väntevärde och varians.

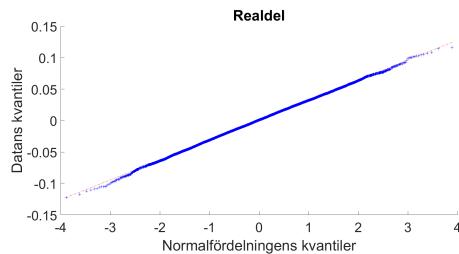


Figur 5.4. Histogram av realdel för 10^4 datapunkter.

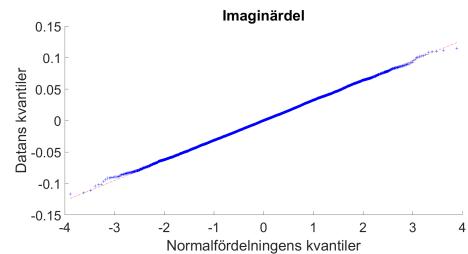


Figur 5.5. Histogram av imaginärdel för 10^4 datapunkter.

Ytterligare kontroll görs med qq-grafer. I Fig. 5.6 och 5.7 visas dessa qq-grafer med 10^4 mätpunkter.



Figur 5.6. qq-graf av realdel för 10^4 datapunkter.



Figur 5.7. qq-graf av imaginärdel för 10^4 datapunkter.

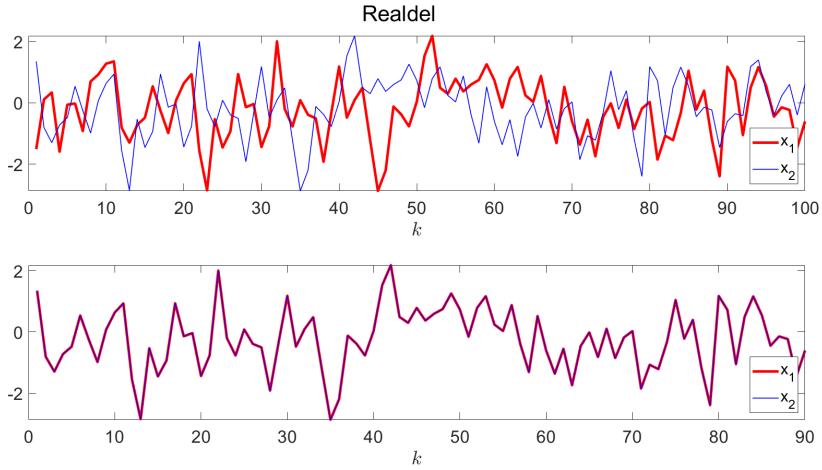
För att avgöra om hypotesen att datans realdel och imaginärdel är normalfördelade stämmer gjordes även ett χ^2 -test. Testet visade att hypotesen accepteras på en signifikansnivå av 5 %. I samband med de övriga kvalitativa testerna anses antagandet i avsnitt 2.1 befogat.

5.2 Synkronisering

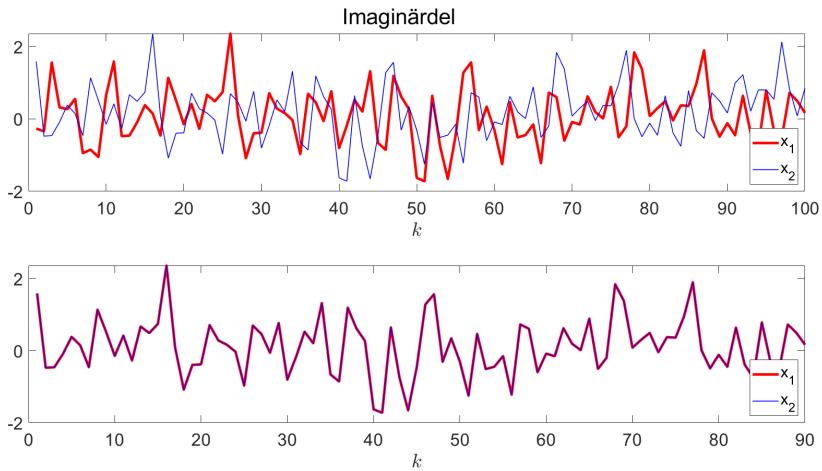
Det finns två aspekter att ta hänsyn till vad gäller resultatet för denna del. Dels hur väl de framtagna metoderna fungerar för modellen som skapats och dels hur väl metoderna hanterar verklig data. Den andra aspekten motiverar även om modellantagandena var rimliga.

5.2.1 Idealiserad modell

Vid brusvarians $\sigma = 0^2$ och frekvensförskjutning vald som en multipel av frekvensupplösningen fås Fig. 5.8 och 5.9. Antalet datapunkter är i storleksordning 10^2 och sinc-interpolation nyttjas.



Figur 5.8. Synkronisering av signalens realdel under idealala förhållanden.



Figur 5.9. Synkronisering av signalens imaginärdel under idealala förhållanden.

Det relativafelet definierat som (3.16) blir för denna idealiserade situation enligt (5.1).

$$D_{\text{rel,ideal}} \approx 10^{-14} \quad (5.1)$$

5.2.2 Jämförelse av interpolationmetoder för modellen

Prestandan för interpolationsmetoderna mäts dels av det relativa felet (3.16) och dels av beräkningstiden t_{ber} . Tabell IV och VI visar prestandan för sinc-interpolation och övriga synkroniseringssmetoder då antal datapunkter N och brusets varians σ^2 varieras. Då ena parametern varieras hålls den andra konstant. På samma sätt visar tabell V och VII prestandan för linjär interpolation.

TABELL IV. Prestanda för sinc-interpolation då N varieras och $\sigma^2 = 0,5^2$.

N	D_{rel}	$t_{ber}[s]$
10^2	0,30	0,1
10^3	0,24	0,3
10^4	0,22	5,9
10^5	0,20	380

TABELL V. Prestanda för linjär-interpolation då N varieras och $\sigma^2 = 0,5^2$.

N	D_{rel}	$t_{ber}[s]$
10^2	0,20	0,1
10^3	0,22	0,3
10^4	0,16	2,8
10^5	0,26	75,6

TABELL VI. Prestanda för sinc-interpolation då σ^2 varieras och $N = 10^4$.

σ^2	D_{rel}	$t_{ber}[s]$
0^2	0,014	6,3
$0,5^2$	0,25	5,9
1^2	0,35	6,0
$1,5^2$	0,50	5,9
2^2	0,59	5,9

TABELL VII. Prestanda för linjär-interpolation då σ^2 varieras och $N = 10^4$.

σ^2	D_{rel}	$t_{ber}[s]$
0^2	0,071	2,8
$0,5^2$	0,21	2,8
1^2	0,41	2,9
$1,5^2$	0,51	2,9
2^2	0,58	2,9

5.2.3 Frekvensupplösningens påverkan på modellerad data

Även frekvensupplösningen för Γ i (3.7) visar sig vara av vikt vid synkronisering. Intervallet för Γ är $[-6,5 \cdot 10^{-5}, 6,5 \cdot 10^{-5}]$ då förskjutningen antagits var inom detta intervall. I tabell VIII visas synkroniseringens prestanda för olika $\Delta\Gamma$ vid 10^4 datapunkter, en brusvarians $\sigma^2 = 0^2$ och en frekvensförskjutning $\Gamma_0 = 10^{-5}\pi$. Förskjutningen fixeras på detta värde då den verkliga antas vara liten och bestå av många värdesiffror. Det kommer i detta test inte vara möjligt att kompensera exakt för frekvensförskjutningen.

TABELL VIII. Prestanda för synkronisering då $\Delta\Gamma$ varieras för $N = 10^4$ och Γ är uppskattad frekvensförskjutning.

$\Delta\Gamma$	$ \Gamma_0 - \Gamma /\Gamma_0$	$t_{ber}[s]$
10^{-5}	0,114	2,4
10^{-6}	0,0132	2,6
10^{-7}	0,000507	3,8
10^{-8}	0,000189	17,1

5.2.4 Jämförelse mellan modell och verklighet

Genom att använda samma mått som presenterats i (3.15) kan felet mellan verkliga signaler jämföras och ställas mot felet i tabell VI och VII. Detta visar hur nära modell (3.1) följer det verkliga beteendet hos signalen. I (5.2) visas det verkliga felet då mätningen utförts med 10^4 datapunkter och linjär interpolation använts.

$$D_{\text{rel},\text{verkligt}} \approx 0,44 \quad (5.2)$$

Detta fel motsvarar modellen med brusvarians på intervallet $[1^2, 2^2]$. En approximativ SNR fås genom division av modellens genomsnittliga energi med brusets genomsnittliga energi, för $\sigma^2 = 1^2$ respektive $\sigma^2 = 1,5^2$ erhålls (5.3) respektive (5.4).

$$SNR_{1^2} \approx 5,7 \approx 7,6 \text{ dB} \quad (5.3)$$

$$SNR_{1,5^2} \approx 2,4 \approx 3,8 \text{ dB} \quad (5.4)$$

Alltså motsvarar (5.2) en SNR mellan 3,8 dB och 7,6 dB. Då det konstruerade systemet har en SNR på mellan 35 dB och 45 dB borde (5.2) visa ett lägre fel. Modellen skiljer sig därmed från uppmätt data.

Vid mätningar samlades även mer data för att jämföra huruvida antalet datapunkter skilde sig mellan SDR-enheter. Då två SDR-enheter antas ha samplat under en delad period på cirka 100 ms uppstod en skillnad i dataseriernas längd på en datapunkt.

5.3 Radarsystem

Systemets resultat delas upp i två delar: simulerade signaler där de eftersökta parametrarna är kända, samt signaler bestående av mätdata erhållna via hårdvara och synkronisering.

5.3.1 Simulerade data

Den simulerade datan består av 1365 mätningar som har analyserats (Fig. IX). Simulering bestod av två signaler, en referenssignal, samt en övervakningssignal som reflekterades via målet. Simuleringen gjordes för ekodämpning på intervallet [0 dB, -60 dB], dopplerupplösningar på [20 Hz, 300 Hz], samt integrationstider på [0,1 ms, 1,3 ms].

TABELL IX. Utdrag ur simuleringsresultat för två olika integrationstider och Dopplerupplösning = 200 Hz.

Ekodämpning [dB]	Måldetekteringar [st]	Måldetekteringar [st]
	$T_i = 0,1 \text{ ms}$	$T_i = 1,3 \text{ ms}$
0	144	54
-5	143	54
-10	143	54
-15	142	54
-20	140	54
-25	134	48
-30	120	47
-35	28	42
-40	0	29
-45	0	0
-50	0	0
-55	0	0
-60	0	0

5.3.1.1 Detekteringar

Simuleringen visade att man konspektuellt kan urskilja ett mål vid lägre dämpningar för ekon, och att man vid alla möjliga kombinationer av dopplerupplösning och integrationstid ej fick detektioner vid dämpningar högre än -55 dB. Simuleringen visade även att fler punkter registrerades som detektioner efter CA-CFAR-filtreringen vid högre dopplerupplösning, samt att detektioner registrerades vid högre dämpning och med högre precision för längre integrationstider. I avsnitt 4.2 visas illustrerande bilder med direktsignal och eko.

5.3.1.2 Beräkningstid

Beräkningstider för ECA, 2D-CCF, samt CA-CFAR för olika integrationstider redovisas i tabell X.

TABELL X. Beräkningsstider för simulerade data.

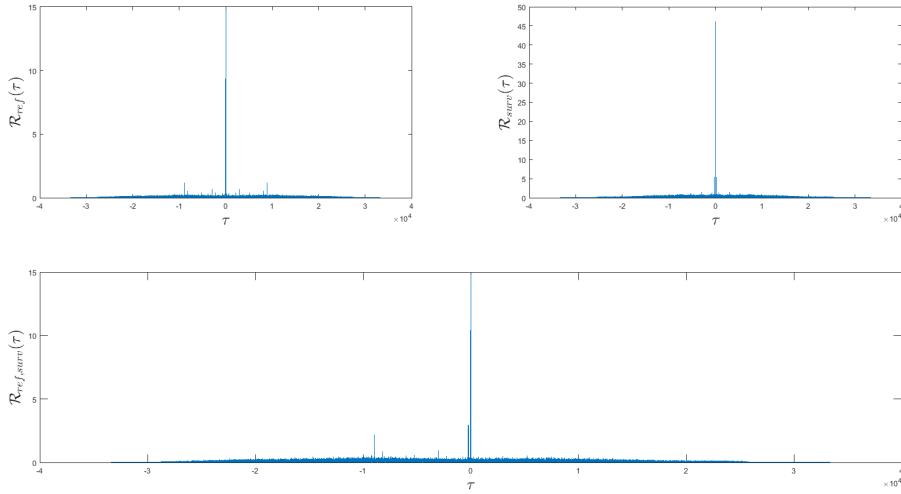
$T_i =$	0,1 ms	0,3 ms	0,5 ms	0,7 ms	0,9 ms	1,1 ms	1,3 ms
ECA	0,09 s	0,32 s	0,95 s	1,39 s	2,23 s	4,62 s	4,62 s
2D-CCF	0,25 s	0,29 s	0,57 s	0,60 s	0,90 s	1,15 s	1,07 s
CA-CFAR	16,76 s	16,23 s	18,09 s	17,58 s	17,59 s	17,45 s	17,2 s
\sum	17,10 s	16,84 s	19,61 s	19,57 s	20,72 s	23,22 s	22,89 s

5.3.2 Verkliga data

Tre olika mätningar gjordes då ett flygplan via [21] uppskattades befinna sig på cirka 23, 35 respektive 100 km bistatiskt avstånd. I alla beräkningar begränsades sökrymden till 45 km bistatiskt avstånd och 500 m s^{-1} bistatiskt hastighetsbelopp.

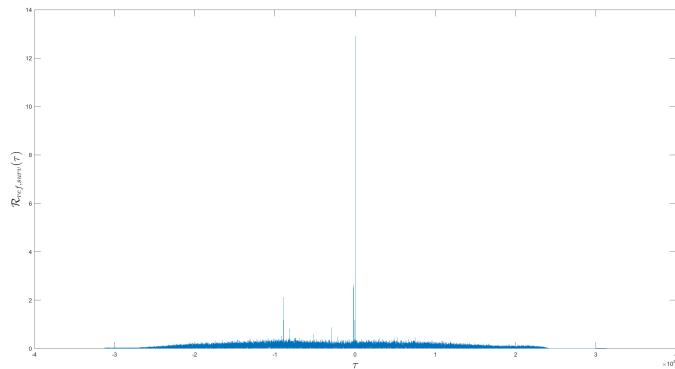
5.3.2.1 Beräkningsresultat för datamängd med flygplan vid 23 km

Efter synkronisering hade datan för 23 km kors- och autokorreleringar enligt Fig. 5.10 vid 61335 datapunkter.



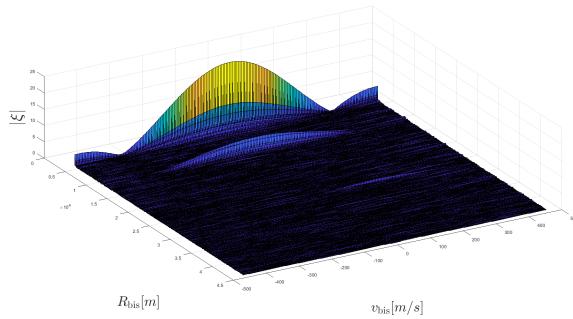
Figur 5.10. Medurs: autokorrelation av referenssignal, autokorrelation av överbvakningssignal, samt korskorrelation av referens- och överbvakningssignal.

Inför vidare behandling trunkerades dataserierna enligt $N = 30\,000$, $R = 1336$, motsvarande $T_i = 3 \text{ ms}$ och 45 km bistatisch räckvidd. Detta gav en korskorrelering enligt Fig. 5.11.



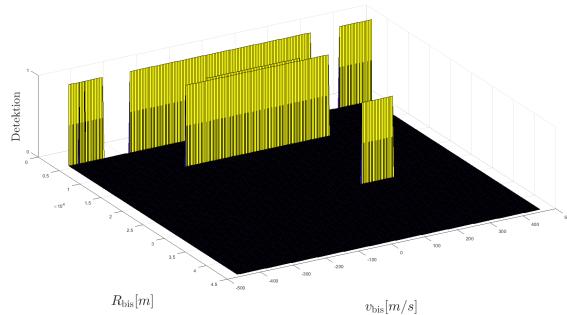
Figur 5.11. Korskorrelation av referens- och övervakningssignal motsvarande $T_i = 3$ ms.

Applikation av (4.13) på de trunkerade datamängderna gav Fig. 5.12.



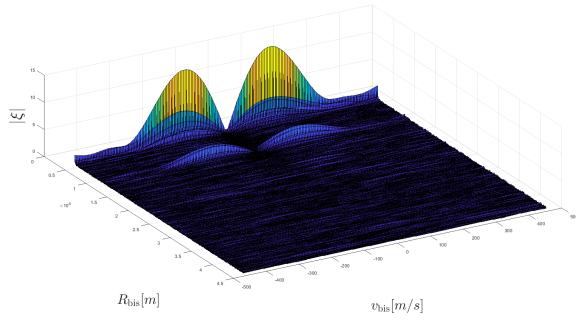
Figur 5.12. 2D-CCF av datamängd med plan nära $R_{\text{bis}} = 23$ km, $v_{\text{bis}} = -400$ m s $^{-1}$ då $T_i = 3$ ms.

CA-CFAR-filtrering med $P_{\text{fa}} = 1\%$ gav Fig. 5.13.

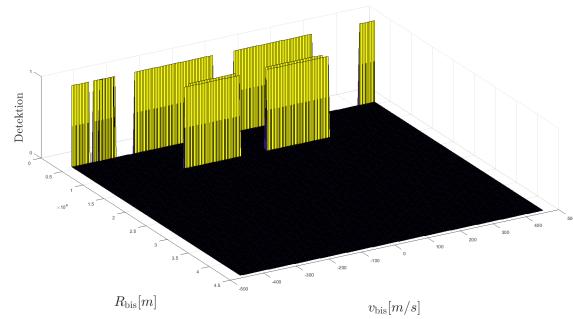


Figur 5.13. Målbild av datamängd med plan nära $R_{\text{bis}} = 23$ km, $v_{\text{bis}} = -400$ m s $^{-1}$ då $T_i = 3$ ms, $P_{\text{fa}} = 1\%$ utan klotterkancelling.

Då ECA-filtering appliceras med 10 km kancelleringsdjup före (4.13) och CA-CFAR-filtret förvärvas Fig. 5.14 och 5.15.

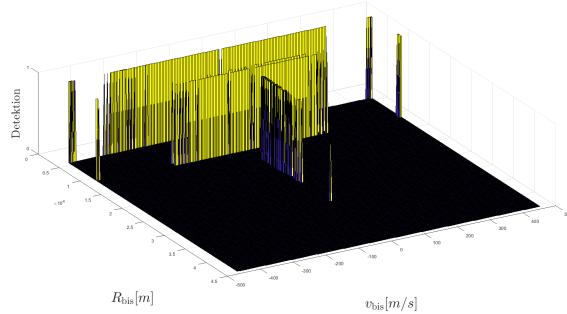


Figur 5.14. 2D-CCF av datamängd med plan nära $R_{\text{bis}} = 23$ km, $v_{\text{bis}} = -400$ m s⁻¹ då $T_i = 3$ ms, $K = \left\lceil \frac{10 \text{ km}}{\lambda} \right\rceil$, med klotterkancellering.

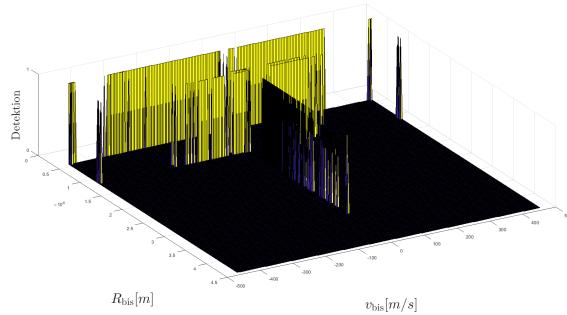


Figur 5.15. Målbild av datamängd med plan nära $R_{\text{bis}} = 23$ km, $v_{\text{bis}} = -400$ m s⁻¹ då $T_i = 3$ ms, $K = \left\lceil \frac{10 \text{ km}}{\lambda} \right\rceil$, $P_{\text{fa}} = 1\%$, med klotterkancellering.

Höjning av integrationstiden till 50 ms respektive 100 ms gav Fig. 5.16 respektive 5.17.



Figur 5.16. Målbild av datamängd med plan nära $R_{\text{bis}} = 23 \text{ km}$, $v_{\text{bis}} = -400 \text{ m s}^{-1}$ då $T_i = 50 \text{ ms}$, $K = \left\lceil \frac{10 \text{ km}}{\lambda} \right\rceil$, $P_{\text{fa}} = 1 \%$, med klotterkancellering.



Figur 5.17. Målbild av datamängd med plan nära $R_{\text{bis}} = 23 \text{ km}$, $v_{\text{bis}} = -400 \text{ m s}^{-1}$ då $T_i = 100 \text{ ms}$, $K = \left\lceil \frac{10 \text{ km}}{\lambda} \right\rceil$, $P_{\text{fa}} = 1 \%$, med klotterkancellering.

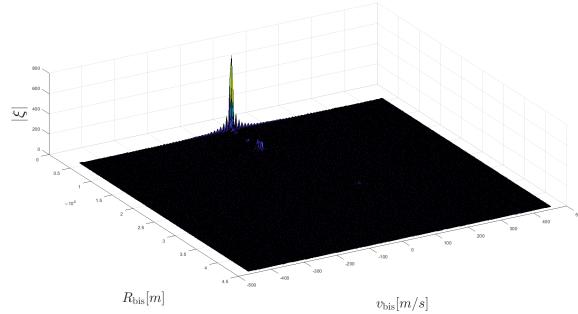
Beräkningstider för de synkronisering och de tre applicerade radarsystemsalgoritmerna redovisas i tabell XI.

TABELL XI. Beräkningsstider för verkliga data.

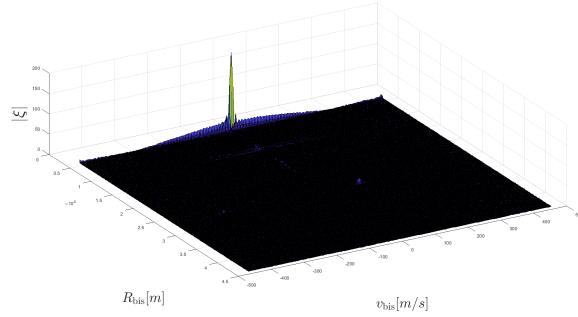
$T_i =$	3 ms	50 ms	100 ms
Synkronisering	13 s	325 s	859 s
2D-CCF	1 s	26 s	52 s
ECA	3 s	58 s	127 s
CA-CFAR	21 s	22 s	21 s
\sum	38 s	431 s	1059 s

5.3.2.2 Beräkningsresultat för datamängd med flygplan vid 35 km

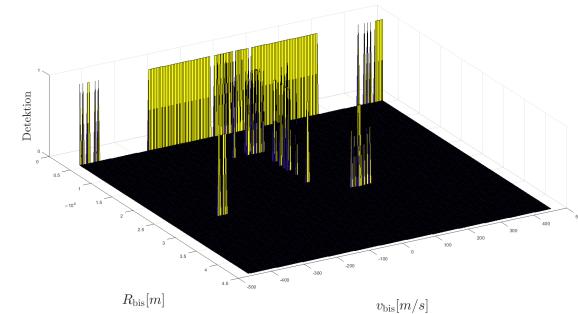
Mätningen med planet på 35 km redovisas i Fig. 5.18, 5.19 och 5.20.



Figur 5.18. 2D-CCF av datamängd med plan $R_{\text{bis}} = 35 \text{ km}$, $v_{\text{bis}} = -400 \text{ m s}^{-1}$ då $T_i = 50 \text{ ms}$, utan klotterkancelling.



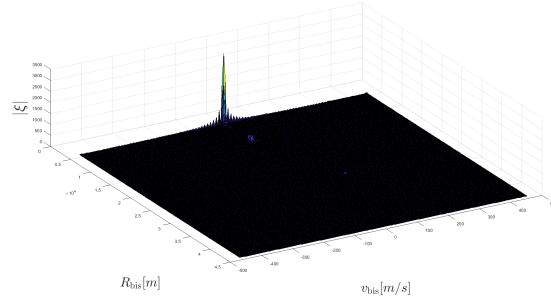
Figur 5.19. 2D-CCF av datamängd med plan $R_{\text{bis}} = 35 \text{ km}$, $v_{\text{bis}} = -400 \text{ m s}^{-1}$ då $T_i = 50 \text{ ms}$, $K = \left\lceil \frac{10 \text{ km}}{\lambda} \right\rceil$, med klotterkancelling.



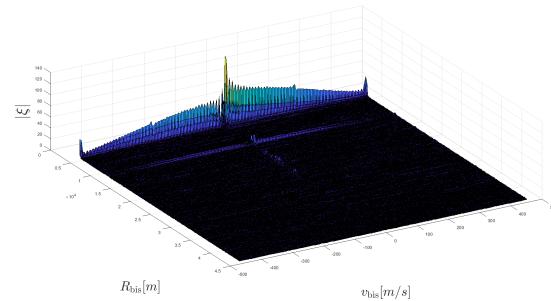
Figur 5.20. Målbild av datamängd med plan nära $R_{\text{bis}} = 35 \text{ km}$, $v_{\text{bis}} = -400 \text{ m s}^{-1}$ då $T_i = 50 \text{ ms}$, $K = \left\lceil \frac{10 \text{ km}}{\lambda} \right\rceil$, $P_{\text{fa}} = 1\%$, med klotterkancelling.

5.3.2.3 Beräkningsresultat för datamängd med flygplan vid 100 km

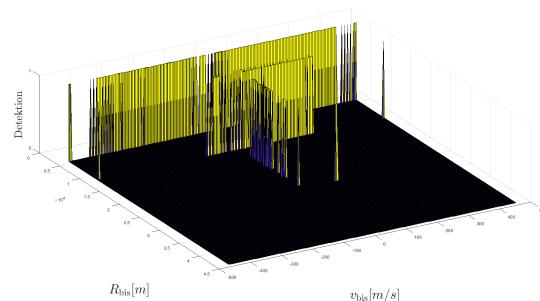
I kontrollsyste med en mätning innan planet befann sig inom en detekterbar räckvidd, detta gav resultat enligt Fig. 5.21, 5.22 och 5.23.



Figur 5.21. 2D-CCF av datamängd med plan utom räckvidd då $T_i = 50$ ms, utan klotterkancellation.



Figur 5.22. 2D-CCF av datamängd med plan utom räckvidd då $T_i = 50$ ms, $K = \left\lceil \frac{10 \text{ km}}{\lambda} \right\rceil$, med klotterkancellation.



Figur 5.23. Målbild av datamängd med plan utom räckvidd då $T_i = 50$ ms, $K = \left\lceil \frac{10 \text{ km}}{\lambda} \right\rceil$, $P_{fa} = 1\%$, med klotterkancellation.

6

Diskussion

I detta avsnitt presenteras tankar kring resultaten i de olika delarna. Även här delas avsnittet in i tre olika delar, hårdvara, synkronisering och system.

6.1 Hårdvara

För att ett radarsystem ska fungera i praktiken så är det viktigt att mottagaren presterar enligt förväntningar. Om signalen inte kan urskiljas ur bruset eller särskiljs från referensignalen så fungerar inte systemet och därför är det viktigt att välja rätt SDR. Tabell I och II i avsnitt 5.1 jämför de undersökta SDR-enheternas relevans gällande prestanda och pris.

Den första som utredes var RTL-SDR Blog V3. Den är en av de billigare enheterna på marknaden som uppfyller kravet på det kontinuerliga frekvensområde som krävs för att avlyssna Brudaremossenmasten. På grund av den korta bandbredden kan dock inte den fulla signalen från digital-TV fångas upp, utan en del av signalen blir avklippt. Avklippt signal önskas inte och medför att RTL-SDR väljs bort.

HackRF One har en tillräckligt stor bandbredd för avlyssning, men är undermålig i upplösningen och skulle antagligen försvårat mottagning av reflektioner. Klockfelet hos HackRF One är även störst vilket försämrar synkroniseringsprestandan. Den är även näst dyrast av de jämförda enheterna, på grund av dessa faktorer köptes inte denna in.

BladeRF, LimeSDR och AirSpy R2 har alla liknande prestanda. Det som till största del skiljer dem åt är kostnaden, och därför väljs den med lägst pris vilket är AirSpy R2.

Ett tydligt problem med mottagningen finns i patchantennerna där DVB-T-signalsens amplitud varierar över frekvensspektrumet från 647 MHz till 653 MHz. För Patch 1 finns en anomalitet vid 652 MHz. Patch 4 har en vid 650 MHz och den tappar amplitud från 651 MHz och framåt. I jämförelse med mätningen i Fig. 5.1 är signalen jämn över hela spektrumet. Dessa variationer på signalen skapar problem i korrelationen då signalen varierar mellan antennerna när den inte ska göra det. Anomaliteten kommer troligen från brister i patchantennerna och därför bör patchantennerna bytas ut. Kommersiella antenner hade varit att föredra för en bättre mottagning.

6.2 Synkronisering

Syftet med synkroniseringsdelen var att i så hög grad som möjligt motverka distortion med grund i SDR-enheterna från inkommande till lagrade signaler, och i detta syfte skapades en modell och metoder grundade i en rad antaganden. I detta avsnitt diskuteras hur väl resultaten utföll samt ifall de antaganden som gjorts har varit rimliga.

6.2.1 Tid och frekvens

Vid korrigering av tid- och frekvensförskjutning visade sig frekvensupplösningen ha en stor påverkan på resultatet (se tabell VIII). Det är önskvärt att uppnå den högsta upplösningen för optimal korrigering, problemet med bättre upplösning är dock att beräkningstiden ökar. Detta resulterar i ett behov av att väga beräkningstid mot upplösning. Det har i resultatets mätningar antagits att (den normaliserade) frekvensförskjutningen ligger inom intervallet $[-6, 5 \cdot 10^{-5}, 6, 5 \cdot 10^{-5}]$ då detta enligt oscillatorns fel skulle innefatta minsta och största möjliga frekvensförskjutning. Det kan hända att detta antagande är felaktigt och att frekvensförskjutningen i själva verket ligger utanför det valda intervallet, vilket skulle leda till felaktig korrigering som orsakar större fel. I framtida projekt bör det undersökas hur stor frekvensförskjutningen faktiskt är för tillämpningen i fråga, och anpassa intervallet därefter för att minimera fel såväl som beräkningstid.

Då tidsförskjutningar mellan antenner är reella tal och inte diskreta steg om samplingsperioden, blir tidssynkroniseringen aldrig helt exakt. En ökning av samplingsfrekvensen kan minimera denna effekt men då krävs en hårdvaruförbättring, dels i SDR-enhetens ADC och dels i datorerna för att bevara nuvarande beräkningstid. Ett fel uppstår alltså, som i värsta fall resulterar i en kvarvarande tidsskillnad av en halv samplingsperiod. Minskas samplingsperioden minskar detta maximala fel men samtidigt ökar mängden data och således beräkningstiden.

6.2.2 Interpolationsmetoder

I tabell IV, V, VI och VII visas prestandan för interpolationsmetoderna vid olika brus- och datamängdsvariationer. Vad som kan utläsas från tabellerna är att linjär interpolation genomgående har kortare beräkningstid än sinc-interpolation. Detta är förväntat då linjär interpolation har lägre tidskomplexitet, men är en mindre exakt metod. Något som även bör noteras är att resultaten för interpolationsmetoderna i tabellerna har liknande D_{rel} . Vid mätängd $2n \cdot 10^6$ datapunkter kommer spridningen av de individuella kanalerna maximalt uppgå till $\pm n$ datapunkter, då oscillators fel ligger på 0,5 ppm. De 100 ms integrationstid som antas krävas för systemet motsvarar 10^6 datapunkter för övervakningskanalerna, därför anses interpolationsmetodernas prestanda inte motivera beräkningslasten. Dock kräver radarsystemet en konstant mätserielängd och därmed bör andra lösningar undersökas som ersättning. För enheter med sämre oscillator eller då större datamängder skall mäts kan dock denna interpolation ändå vara nödvändig.

Det antogs att SDR-enheterna mätte under samma tid med olika samplingsfrekvens. Detta kan vara felaktigt och en annan möjlighet är att de mäter samma antal datapunkter fast vid olika samplingsfrekvenser, och följaktligen under olika tidsintervall. Detta skulle innebära att en ändring av metoden för korrigering av samplingsfrekvens blir nödvändig. Däremot är felet i oscillatorn eventuellt försumbart för vald SDR, vilket antagligen medför att en felaktig metod inte hade infört en signifikant distortion. Därmed kan tänkas att mer fokus bör ligga på andra synkroniseringsmetoder.

6.2.3 Amplitud och fas

Vid utförandet av amplitud- och faskorrigering antas att gruppantennen kan vara riktad i vilken riktning som helst. Skulle dock antennen ändra riktning under pågående mätning kommer funktionen korrigera fasen felaktigt, och därmed bör antennen stå still under varje mätning. Genom strålformning, som diskuteras i avsnitt 4.2.1, kan antennen stå still och fortfarande uppnå riktverkan. Enligt avsnitt 2.2 varierar antennvinsten med avseende på infallsvinkel mot den linjära gruppantennen, vilket väcker ett intresse av att utveckla möjligheten för rotation av antennen. Detta kan dock undvikas helt med mer isotropa antennelement, och därmed anses den nuvarande fassynkroniseringsmetoden tillräcklig.

Eftersom korskorrelationen (4.13) i radarsystemet är linjär påverkar inte signalernas amplitud formen av ξ . Detta medför att korregering av amplitud inte är nödvändigt för detta system.

6.2.4 Beräkningstid

Som ses i tabell VI och VII uppgår beräkningstiden vid 10^4 datapunkter (mot-svarande $T_i = 1$ ms) till cirka 5,9 samt 2,8 sekunder för sinc-interpolation respektive linjär interpolation. Dessa tider och därmed datamängder får anses som den maximala gränsen ifall information om luftburna föremål skall kunna uppdateras någorlunda frekvent. Skulle större datamängder ändå analyseras rekommenderas att använda linjär interpolation då sinc-interpolations beräkningstid drastiskt ökar i jämförelse med linjär interpolations.

Enligt värdena i tabell VIII framgår att frekvensupplösningen 10^{-7} ger minsta fel för en beräkningstid i linje med interpolationsmetoderna. Tillåts beräkningstider upp till en minut kan även upplösningen 10^{-8} användas för mindre fel vid en datamängd av 10^4 datapunkter.

När synkroniseringen appliceras i det fullständiga systemet krävs istället en behandling av mellan 10^5 och 10^6 datapunkter per kanal, vars beräkningstid (med linjär interpolation) kan avläsas i tabell XI, och faller mellan 10 och 15 minuter för två kanaler. Detta medför att vid höga integrationstider tar synkroniseringen majoriteten av tiden och därmed krävs optimering av dessa metoder. Därför är det bland annat önskvärt att en lägre frekvensupplösning tillåts.

6.2.5 Modell mot verklig data

I avsnitt 5.2.1 visas att det relativafelet för ett idealiserat scenario blev i storleksordningen 10^{-14} enligt (5.1). Detta kan ses som optimalt i jämförelse med tabell VI och VII i avsnitt 5.2.2. Dessa tabeller visar att D_{rel} ligger under 0,1 för $\sigma^2 = 0^2$. För den mer exakta metoden sinc-interpolation ligger felet under 0,02 vilket stödjer att metoderna presenterade i kapitel 3 fungerar bra i ideala såväl som icke-ideala fall, så länge modellantagandena håller. Skillnaden i fel mellan situationerna skulle kunna förklaras med att frekvensupplösningen inte varit liten nog för att hitta frekvensförsökutningen exakt i det icke-ideala fallet.

Det relativafelet för mätdata kan uppskattas till 0,44 enligt (5.2), vilket för modellen approximativt motsvarar en brusvarians $\sigma^2 \in [1^2, 1, 5^5]$. Som visats motsvarar denna brusvarians en SNR mellan 3,8 dB och 7,6 dB vilket kan jämföras med systems uppmätta SNR mellan 35 dB och 45 dB. Denna skillnad innebär att modellen inte helt lyckats återskapa signalens karakteristik, möjligtvis på grund av delvis felaktiga antaganden eller aspekter hos den valda SDR-enheten som ej tagits hänsyn till.

Antagandet att signalen är komplext normalfördelad undersöktes ytterligare i avsnitt 5.1.2. Där uppvisade data i ett flertal tester beteende likt den komplexa normalfördelningen. Små avvikelse i ändarna av qq-graferna i Fig. 5.6 och 5.7 kan noteras men det övergripande beteendet är fortfarande likt normalfördelningen. Detta innebär att modellantagandet om komplext normalfördelade signaler är befogat, och att de större felet i modellen antagligen ligger i andra delar.

Som tidigare nämnts finns en avvägning mellan frekvensupplösning och prestanda i korrigering av tid och frekvens. Frekvensupplösningen och valet av sökintervall kan ha betydande påverkan på systemets prestanda. Om dessa väljs dåligt kan det leda till svaga korrelationsmaximum och felaktig tid- och frekvenskorrigering. Denna problematik är central att ha i åtanke vid design av synkroniseringmetoder för ett passivt radarsystem.

6.3 Radarsystem

I systemmodelleringen har många antaganden gjorts för att minimera tiden som måste läggas på filtrering, och under arbetets gång har det framgått i olika grad hur motiverade dessa antaganden är. Samtidigt har flera antaganden gjorts om Brudaremossenmastens signalkarakteristik, varav många är nödvändiga för att systemet ska fungera i teorin, för att inte nämna praktiken.

I detta avsnitt diskuteras de resultat som har uppenbarats i varje signalbehandlingssteg, hur väl de stödjer antagandena som gjorts, och huruvida systemet i sin helhet har alstrat positiva resultat.

6.3.1 Signalmodell

För att möjliggöra urskiljning av svagare reflektoror såsom mål från starkare signalers sidlober har det antagits att DVB-T-signalen har låg korrelation med sig själv vid förskjutning och därmed modellerat den enligt komplext normalfördelat brus. Detta har visat sig vara rimligt med hänsyn till signalernas tvetydighet, precis som vitt brus uppvisar de en god upplösning i förskjutning och godtagbar upplösning i frekvens betingad på integrationstiden.

Det har samtidigt visat sig att referenssignalen har hög flervägsutbredning (se Fig. 5.10), trots att den är märkbart lägre än hos övervakningssignalerna hade det fortfarande varit lett att implementera robustare analoga strålformningsmetoder. En stor utmaning i passiv radar är som tidigare nämnt att få en noggrann bild av upplysningssignalen, men då yagiantennen riktades för hand mot signalkällan på nära fem kilometers avstånd hade det varit betydligt mer förvånande om vi fick

perfekt riktverkan. Hade möjligheten funnits vore det optimalt att mäta signalen direkt från sändarantennens drivkrets, vilket självklart är svårt i passiv radar. I samma anda borde yagiantennen placeras närmare brudaremossen, samt med en friare siktlinje. Notera att det inte finns något krav på, och då alla signaler redan tidssynkroniseras, ingen fördel med att mäta övervaknings- och referenssignalen på samma plats.

För att anpassa systemet till en signal med hög tvetydighet görs bedömningen att många av de algoritmer som implementerats i detta projekt hade fallerat. Då ECA-algoritmen subtraherar modifierade versioner av referenssignalen från övervakningssignalen hade en signal med hög tvetydighet med största sannolikhet kancellerats helt. Det hade inte heller varit möjligt att utelämna klotterkancelle-ringen, utan snarare varit av särskild vikt eftersom tvetydiga signaler döljer större delar av ξ . Enligt samma resonemang sjunker precisionen av måldetektioner för tvetydiga signaler, eventuellt till en sådan utsträckning att de blir betydelselösa. Då tvetydigheten uppstår när signalen har hög korrelation även efter tids- och fre-kvensförskjutning kan inte en ökad integrationstid ses som en tillförlitlig lösning. I fall då tvetydigheten för signalen visar sig vara hög nog att orsaka sådana problem bör man därför i första hand leta efter en ny TO.

6.3.2 Strålformning

Utav de åtta patch-antennerna i de två uppsättningarna kunde bara en drivas, då endast två SDR-enheter fanns tillgängliga och en av de behövdes för referen-santennen. Detta medför att den strålformningsalgoritmen som undersökts inte har någon inverkan, och följaktligen har systemet som byggts i samband med denna rapport inte förmågan att ge pålitliga vinkelmätningar. Beräkningslasten i senare databehandlingsteg hade dessutom ökat proportionellt mot antalet valda strålar och i samband med övriga beräkningstidsproblem medför detta att strålformning antagligen inte är praktiskt utan att först minska beräkningstiden.

Då strålskärpan ökar med antalet kanaler i övervakningsmatrisen från (4.3) är en gruppantenn med många element åtråvärd för god vinkelupplösning. För att sedan begränsa beräkningslasten bör en algoritm utformas för att minimera antalet strålar som behöver formas för en kravslagd strålskärpa. Ett större antal element behöver inte innehålla ökad beräkningstid då de kan kombineras innan detekte-ringsprocessen och därmed ha en försumbar påverkan, vilket ger ett flexiblare system.

6.3.3 Klotterkancellering

I fall då belysningssignalen har låg tvetydighet visar den minstakvadratbaserade algoritmen som beskrivs i avsnitt 4.2.2 sig effektiv (se kontrasten mellan Fig. 5.21 och Fig. 5.22). Klotterkancelleringen har endast applicerats på den del av målrymden som antas innehålla lejonparten av klotterkällor, eftersom detta kräver minimal beräkningstid. Då klotteret från direktsignalen är flera storleksordningar högre än markekön bör beräkningstiden kunna sänkas markant genom att begränsa kancelleringsdjupet till ~ 100 m, utan stora förluster i prestanda. Enligt samma resonemang prioriterades inte dopplerkancellering och därmed togs inte en effektiv implementering av (4.9) fram.

Eftersom klotterbasen utan hänsyn till doppler består av $(N+R-1) \times K$ datapunkter och $N+R-1 \approx N$ vid de större testerna, som då motsvarar storleksordningen 1 MB kan dess minneskrav vara nära 1 GB. Då klotterbasen med hänsyn till doppler innehåller drygt $N \times (2P + 1)K$ värden blir minneskravet snabbt orimligt, utan att ge betydande fördel i småskaliga tester. För att begränsa kancelleringens tidskostnad valdes i detta projekt att sätta K ekvivalent med 10 km och $P = 0$.

Metoden kan vara otillräcklig om ett distnt mål har en reflektion stark nog att dölja andra mål med sina sidlober. För att lösa detta föreslår [29] att identifiera ett mål i taget varpå det kancelleras och nästa mål behandlas med samma metod. Då det inte fanns möjlighet att göra mätningar med flera mål prioriterades inte detta.

6.3.4 Beräkningstid

Då möjligheten finns att begränsa antalet element i signalvektorerna uppstår ett behov av att balansera tidsprestanda mot precision. En höjd integrationstid ökar SNR då brusets korrelationsvärde inte ökar med antalet datapunkter (i snitt). Dock har detta ingen inverkan när svaga signaler döljs av starkare signalers sidlober, vilket medför behovet att filtrera bort identifierade ekon då flervägsutbredningen är hög. Sidlobspromblemet är dock högst beroende av signalkarakteristiken, för mer brusliknande signaler är sidloberna väldigt små, medan periodiska signaler med hög frekvens saknar distinktion mellan sid- och huvudlob. Då detta är ett passivt radarsystem finns inte möjligheten att kontrollera upplysningssignalen och följdaktligen är det viktigt att välja en signalkälla som både är stark och har låg tvetydighet, vilket den undersökta signalen verkar uppfylla.

Under arbetets gång har det visat sig att det minst krävs integrationstider i storleksordningen 10 ms och eventuellt upp mot 100 ms, vilket med den MATLAB-kod som skrivits för projektet tar minuter att beräkna (se tabell XI) även på en 4 GHz processor. Detta medför att systemet i sitt nuvarande tillstånd har väldigt hög latens och trots att det finns ett antal möjliga optimeringar i koden är det högst sannolikt att hårdvarulösningar kommer vara nödvändiga för att bevara integrationstiden.

Utifrån latensen i tabell XI och den antagna farten på 400 m s^{-1} kan ett plan färdas flera mil under radarberäkningen och 15 mil under hela beräkningstiden då $T_i = 50 \text{ ms}$.

6.3.5 Upplösning

Det är i första hand oklart om systemet lyckades hitta något i den verkliga datan, men det har framgått klart och tydligt att en godtagbar upplösning ställer höga krav på integrationstid, särskilt i dopplerled. För att utföra beräkningarna på enstaka sekunder begränsades integrationstiden till 1 ms i många försök. Detta ledde till en nästan fullständig avsaknad av upplösning i hastighet, vilket i sin tur dolde om målen närmade eller avlägsnade sig. När integrationstiden sedan höjdes kunde en relativt hög hastighetsprecision uppfattas, med antagandet att de toppar som sågs faktiskt orsakades av mål, vilket inte kan avgöras.

Fördräjningsupplösningen visade sig i både simulerings och verklig data vara nästan helt opåverkad av integrationstiden. Dock var det vid mindre dataserier omöjligt att urskilja ekon då direktsignalen inte kunde filtreras ordentligt (se Fig. 5.14), vilket innebar att dess sidlober täckte alla ekon.

Genom att jämföra markekon i Fig. 5.16 och Fig. 5.17 formas en bild av systemets räckvidd, samt hur den beror på integrationstiden. I Fig. 5.16 är detektionerna i $v_{\text{bis}} = 0$ tätta fram till drygt $R_{\text{bis}} = 25 \text{ km}$, i kontrast med Fig. 5.17 där de avtar nära $R_{\text{bis}} = 40 \text{ km}$. Då marken har betydligt större radartvärsnitt än ett flygplan agerar detta sannolikt som en övre gräns och vi kan därför endast konstatera att mål över $R_{\text{bis}} = 40 \text{ km}$ är utom räckvidd. Då detta är betydligt lägre än sträckan ett plan kan färdas under beräkningstiden skulle majoriteten av plan passera obemärkt vid spaning.

6.3.6 Resultat

De experiment som utförts med verkliga data gav tvetydiga resultat. Då planet var närmast i Fig. 5.16 och Fig. 5.17 borde det också ha starkast radiosignatur där, men överlag går det bara att avläsa klotterekon i $v_{bis} = 0$. Utöver den starka detektionen av direktignalen i $R_{bis} = B$ finns en signalkomponent av liknande styrka vid drygt $R_{bis} \approx 15$ km utan tydlig förklaring.

I Fig. 5.13 målas en bild av vilka skenekon som uppstår då integrationstiden är för låg för att reagera på verkliga ekon. I $R_{bis} = B$ syns direktignalen som tas upp av övervakningsantennen, $R_{bis} \approx 15$ km därefter syns en topp som är för stor för att rimligen vara ett eko, och som dessutom återfinns i alla mätserier. Slutligen syns en detektion med nollskild hastighet som inte svarar mot något objekt. Alla tre antas vara försumbara i framtida figurer och är sannolikt införda av systemet, eftersom mönstret är distinktare än tvetydiga signaler ger upphov till.

Den tydligaste indikationen att systemet fungerar ligger i Fig. 5.20 där det finns två detektioner med nollskilda v_{bis} , en som redan antagits vara försumbar och en i området flygplanet förväntades. Det är dock oklart varför ingen detektion äger rum i Fig. 5.17, men det kan eventuellt bero på födröjning i den flygspaningstjänst som används, och att planet därmed redan hade passerat, eller att det flög över spaningsområdet.

Mätningarna då inga mål var inom räckvidd (Fig. 5.23) är väldigt lika Fig. 5.13, dock med fler klotterdetektioner nära $v_{bis} = 0$ vilket tyder på att 3 ms är för låg integrationstid för att ge användbara resultat. Detta medför att koden behöver optimeras och hårdvarulösningar undersökas för att undvika minuter av beräkningstid.

I Fig. 5.10 framgår det att referensignalen är mer tvetydig än vad som antagits i signalmodelleringen, vilket kan bero på ett antal faktorer. I majoriteten av målbilder syns en kam vid $R_{bis} \approx 15$ km. Detta kan i teorin bero på en reflektor, men dess reflektion hade behövt vara flera storleksordningar starkare än övriga ekon sammanlagt. Därför är det mer sannolikt att den antingen orsakas av flervägsutbredning i referensignalen (vilket garanterat existerar i någon utsträckning) eller en slavsändare som ger ut samma signal (vilket verkar osannolikt). Mest sannolikt är dock att den orsakas av någon del av signalvägen. Samma gäller antagligen skenmålet i Fig. 5.13, vilket kräver vidare undersökning.

7

Slutsats

Över projektets gång har ett passivt bistatiskt radarsystem för detektion av flygplan byggts med tillgänglig hårdvara. Syftet har inte uppfyllts, men det system som har skapats anses ha potential att utvecklas vidare.

I detta kapitel presenteras de slutsatser som dragits inom varje del av projektet, samt vilka vidareutvecklingar och ny utformningar som verkar mest lovande.

7.1 Hårdvara

För mottagning av DVB-T-signaler via fri siktlinje och samtidig reflektion krävs tillräckligt stort dynamiskt område och hög upplösning hos SDR-enheten. Samtidigt finns ett behov av att begränsa priset. AirSpy visade sig ge bra prestanda till ett acceptabelt pris och vara kraftfull nog att fånga upp reflektioner från flygplan. Patch-antennerna bör antigen trimmas bättre eller bytas ut mot kommersiella antennelement för bättre prestanda. Flera tester på uppmätt signal från Brudaremossenmasten tyder på att inkommende signal kunde approximeras som komplext normalfordelade, vilket gav stöd till antagandet angående signalernas fördelning.

7.2 Synkronisering

Vid synkronisering för systemet i detta projekt bör linjär interpolation användas för acceptabel beräkningstid. Frekvensupplösningen och avsökt intervall har även stor påverkan för beräkningstiden, och bör anpassas för SDR-enheten i fråga. Samplingsperioden påverkar hur väl tidskorrigering kan utföras, där lägre period ger mer exakt kompensation. Under given signalmodell fungerar framtagna metoder väl. Modellen lyckades dock inte återskapa de inkommende signalernas karakteristik fullt, därmed bör modellantagandena undersökas ytterligare. Då även beräkningstiden för synkroniseringen visats utgöra en stor del av beräkningstiden för det totala systemet bör följaktligen metoder ses över. Undermålig synkronisering medför en risk att systemdelen inte kan leverera relevanta resultat.

7.3 Radarsystem

Då autokorrelationen av referenssignalen visade sig vara icke-försumbar även för $\tau \neq 0$ anses antagandet om låg flervägsutrbredning vara felaktigt i nuläget. Inga indikationer finns dock att antagandet om låg bruskorrelation i övervakningssignalen är felaktigt, därmed dras ingen slutsats.

Systemets bistatiska räckvidd är högst 40 km vid $T_i = 100$ ms, vilket i samband med den höga beräkningstiden innebär att systemet inte kan spana kontinuerligt.

Från det sammanslagna systemet dras fem huvudsakliga slutsatser:

- Nya antennelement, LNA-enheter och SDR-enheter bör köpas in och användas för att bygga en spaningsantenn med högre prestanda.
- Beräkningstiden behöver sänkas, både genom mjukvaruoptimeringar och hårdvarulösningar.
- Referensantennen bör placeras närmare signalkällan, med en friare siktlinje.
- Systematisk testning behöver utföras för att identifiera oförklarade detektioner om de kvarstår med ny hårdvara.
- De synkroniserings- och radaralgoritmer som undersökts i projektet visar potential och bör undersökas vidare.

Systemet saknar i dagsläget förmågan att spåra ett plan i två dimensioner och ett grafiskt användargränssnitt. Frågor kvarstår om systemets förmåga att bestämma avstånd och hastighet i en dimension.

Referenser

- [1] M. I. Skolnik, *Radar Handbook*, 3. utg. New York, NY, USA: McGraw-Hill, 2008.
- [2] N. J. Willis, *Bistatic Radar*, 2. utg. Edison, NJ, USA: SciTech, 2005, kap. 2, ss. 12–16.
- [3] D. Göhring, M. Wang, M. Schnürmacher och T. Ganjineh, ”Radar/Lidar sensor fusion for car-following on highways”, i *Proc. 5th Int. Conf. Automat. Robot. Appl.*, Wellington, NZ, 2011, ss. 407–412. DOI: 10.1109/ICARA.2011.6144918.
- [4] J. W. Taylor och G. Brunins, ”Design of a new airport surveillance radar (ASR-9)”, *Proc. IEEE*, vol. 73, nr 2, ss. 284–289, febr. 1985. DOI: 10.1109/PROC.1985.13139.
- [5] D. Zimmerman, *Britain's Shield: Radar and the Defeat of the Luftwaffe*. Stroud, U.K.: Amberley Publishing Ltd., 2010.
- [6] N. J. Willis och H. D. Griffiths, *Advances in Bistatic Radar*. Raleigh, NC, USA: Scitech, 2007.
- [7] H. Griffiths och C. J. Baker, *An Introduction to Passive Radar*. Norwood, MA, USA: Artech House, 2017, kap. 1, ss. 15–17. [Online], Tillgänglig: <https://books.google.se/books?id=DJmuDgAAQBAJ>.
- [8] K. Chetty, G. E. Smith och K. Woodbridge, ”Through-the-wall sensing of personnel using passive bistatic wifi radar at standoff distances”, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 50, nr 4, ss. 1218–1226, april 2012. DOI: 10.1109/TGRS.2011.2164411.
- [9] K. Chetty, G. Smith, H. Guo och K. Woodbridge, ”Target detection in high clutter using passive bistatic WiFi radar”, i *Proc. IEEE National Radar Conf.*, Pasadena, CA, USA, april 2009, ss. 1–5. DOI: 10.1109/RADAR.2009.4976964.

- [10] S. Adolfsson, E. Jäverbrink, J. Karlsson, C. Kylin, O. Lindblad och L. Persson, "Design och konstruktion av ett passivt radarsystem", Kandidatarbete, Inst. mikrotek. nanovet., Chalmers tekniska högskola, Göteborg, SE, 2019.
- [11] *Digital Video Broadcasting (DVB); Framing structure, channel coding and modulation for digital terrestrial television*, ETSI EN 300 744 V1.6.2, okt. 2015. [Online], Tillgänglig: <https://dvb.org/specifications/>.
- [12] "Frekvenstabeller tv." Teracom. https://www.teracom.se/privat/kundse_rvice/frekvenstabeller-tv (hämtad 2020-03-01).
- [13] A. Rudziński, "Normalized Gaussian approach to statistical modeling of OFDM signals", *Journal of Telecommunications and Information Technology*, vol. 1, ss. 54–61, mars 2014. [Online], Tillgänglig: <http://yadda.icm.edu.pl/baztech/element/bwmeta1.element.baztech-fa9a89ab-c958-443e-9cf4-306af21447fe>.
- [14] P. Olofsson och M. Andersson, *Probability, Statistics, and Stochastic Processes*, 2. utg. Hoboken, NJ, USA: Wiley, 2012.
- [15] "Google Maps." Google. <https://www.google.se/maps> (hämtad 2020-05-12).
- [16] J.-I. Takada och K. Ogawa, "Concept of diversity antenna gain", i *COST 273 TD(03)083*, Paris, France, april 2003. [Online], Tillgänglig: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.581.9898&rep=rep1&type=pdf>.
- [17] M. A. Matin och A. I. Sayeed, "A Design Rule for Inset-fed Rectangular Microstrip Patch Antenna", *WSEAS Trans. Comm.*, vol. 9, nr 1, ss. 63–72, jan. 2010. [Online], Tillgänglig: <http://www.wseas.us/e-library/transactions/communications/2010/89-353.pdf>.
- [18] W. H. Tuttlebee, *Software defined radio: enabling technologies*. Hoboken, NJ, USA: Wiley, 2003.
- [19] W. Kester, "MT-003 TUTORIAL Understand SINAD, ENOB, SNR, THD, THD + N, and SFDR so You Don't Get Lost in the Noise Floor," Analog Devices Inc., Norwood, MA, USA, 2008. Hämtad: 2020-05-09. [Online]. Tillgänglig: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.476.1903&rep=rep1&type=pdf>.
- [20] H. W. Silver, utg., *The ARRL Handbook for Radio Communications*, 91. utg. Newington, CT, USA: ARRL, 2014.
- [21] "Real-Time Flight Tracker Map." Flightradar24. <https://www.flightradar24.com/57.3,11.33/8> (hämtad 2020-04-23).

- [22] "How flight tracking works." Flightradar24. <https://www.flightradar24.com/how-it-works> (hämtad 2020-05-11).
- [23] "Airspy R2." Airspy.com. <https://airspy.com/airspy-r2/> (hämtad 2020-05-09).
- [24] Eric W. Hansen, *Fourier Transforms : Principles and Applications*. Hoboken, NJ, USA: Wiley, 2014, kap. 5, ss. 309–310.
- [25] N. Levanon och E. Mozeson, *Radar signals*. Hoboken, NJ, USA: Wiley, 2004, kap. 3, ss. 34–36.
- [26] B. R. Mahafza, *Radar systems analysis and design using MATLAB*, 2. utg. London, U.K.: Chapman & Hall, 2005, kap. 1, ss. 54–57.
- [27] S. Stein, "Algorithms for ambiguity function processing", *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process.*, vol. 29, nr 3, ss. 588–599, juni 1981. DOI: 10.1109/TASSP.1981.1163621.
- [28] A. V. Oppenheim, A. S. Willsky och S. H. Nawab, *Signals and Systems*, 2. utg. Harlow, U.K.: Pearson Education Ltd., 1996.
- [29] F. Colone, D. W. O'Hagan, P. Lombardo och C. J. Baker, "A multistage processing algorithm for disturbance removal and target detection in passive bistatic radar", *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 45, nr 2, ss. 698–722, april 2009. DOI: 10.1109/TAES.2009.5089551.
- [30] J. Litva och T. K. Lo, *Digital Beamforming in Wireless Communication*. Norwood, MA, USA: Artech House, 1996, kap. 2, ss. 16–17.
- [31] M. A. Richards, *Fundamentals of radar signal processing*. Norwood, MA, USA: Tata McGraw-Hill Education, 2005.
- [32] T. S. Rappaport, *Wireless communications : principles and practice*. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice-Hall, 1996.
- [33] *RTL-SDR Blog V3 Datasheet*. (2017), Hämtad: 2020-05-09. [Online]. Tillgänglig: <https://www rtl-sdr com/wp-content/uploads/2018/02/RTL-SDR-Blog-V3-Datasheet.pdf>.
- [34] "HackRF One." greatscottgadgets.com. <https://greatscottgadgets.com/hackrf/one/> (hämtad 2020-05-10).
- [35] "bladeRF USB 3.0 Software Defined Radio." Nuand. <https://www.nuand.com> (hämtad 2020-05-10).
- [36] "LimeSDR." Lime Microsystems. <https://limemicro.com/products/boards/limesdr/> (hämtad 2020-05-10).
- [37] "Amazon U.K." Amazon., <https://www.amazon.co.uk/> (hämtad 2020-05-12).

- [38] "BladeRF x40." Nuand. <https://www.nuand.com/product/bladerf-x40/> (hämtad 2020-05-12).
- [39] "LimeSDR." CrowdSupply. <https://www.crowdsupply.com/lime-micro/limesdr/> (hämtad 2020-05-12).

A

Exakt rekonstruktion av bandbe- gränsasd signal

Låt $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ och antag att $x(t)$ har bandbredd W (vinkelfrekvens) och fouriertransform $X(j\omega)$. För samplingsvinkelfrekvensen, $\omega_s = 2\pi f_s$ (där f_s är samplingsfrekvensen), gäller att $\omega_s \geq 2W$. Sampling sker genom multiplikation av $x(t)$ med en summa av förskjutna impulsfunktioner betecknad $p(t)$ enligt (A.1).

$$x_\delta(t) = x(t)p(t) = x(t) \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT_s)\delta(t - nT_s), \quad (\text{A.1})$$

$T_s = 1/f_s$ betecknar samplingsperioden. Från tabellverk i [28] fås att $p(t)$ har fouriertransform (A.2).

$$P(j\omega) = \frac{2\pi}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - k\omega_s) \quad (\text{A.2})$$

Fouriertransformeras nu $x_\delta(t)$ fås (A.3).

$$X_\delta(j\omega) = \frac{1}{2\pi} X(j\omega) * P(j\omega) = \frac{1}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(j(\omega - k\omega_s)) \quad (\text{A.3})$$

Detta innebär att frekvensspektrumet för $X(j\omega)$ upprepar sig vid varje multipel av ω_s , skalat med en konstant $1/T_s$. Då $W \leq \omega_s/2$ kommer frekvensspektrumet för $X_\delta(j\omega)$ vid en multipel av ω_s aldrig överlappa med frekvensspektrumet vid en annan multipel av ω_s .

Ett filter $h(t)$ med fouriertransform $H(j\omega)$ införs enligt (A.4).

$$H(j\omega) = T_s \text{rect}\left(\frac{\omega}{\omega_s}\right) = \begin{cases} T_s, & |\omega| \leq \omega_s/2 \\ 0, & |\omega| > \omega_s/2 \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

Det fås då att fouriertransformen av den ursprungliga signalen $x(t)$ kan skrivas som (A.5).

$$X(j\omega) = H(j\omega)X_\delta(j\omega) \quad (\text{A.5})$$

Den inversa fouriertransformen av $H(j\omega)$ ges som (A.6) enligt tabellverk i [28].

$$h(t) = \text{sinc}\left(\frac{t}{T_s}\right) = \frac{\sin\left(\frac{\pi t}{T_s}\right)}{\frac{\pi t}{T_s}} \quad (\text{A.6})$$

Inverstransformeras (A.5) med (A.6) i åtanke fås (A.7).

$$x(t) = h(t) * x_\delta(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT_s) \text{sinc}\left(\frac{t - nT_s}{T_s}\right) \quad (\text{A.7})$$

Sätt $x[n] = x(nT_s)$ som den samplade (diskreta) signalen och slutligen erhålls (A.8).

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \text{sinc}\left(\frac{t - nT_s}{T_s}\right) \quad (\text{A.8})$$

B

Minstakvadratmetoden för kompensation av komplex amplitud

Låt $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ vara den ursprungliga signalen och definiera två funktioner enligt (B.1) och (B.2).

$$a(t) = Ax(t) + w_a(t), \quad (\text{B.1})$$

$$b(t) = Bx(t) + w_b(t), \quad (\text{B.2})$$

$A, B \in \mathbb{C}$ är konstanter och $w_a(t), w_b(t) \in \mathbb{C}$ normalfördelat stokastiskt brus. Definiera också avvikelsen i minstakvadrat-mening som (B.3), där $E[\cdot]$ betecknar väntevärde och $k \in \mathbb{C}$ är en valbar kompensationskonstant.

$$D = E[|a - kb|^2], \quad (\text{B.3})$$

Genom att utveckla absolutbeloppet i ekvation (B.3) och sätta $k = k_r + jk_j$ fås (B.4) till (B.5)

$$D = E[|a|^2 + |k|^2|b|^2 - 2 \operatorname{Re}\{ak^*b^*\}] = \quad (\text{B.4})$$

$$= E[|a|^2 + (k_r^2 + k_j^2)|b|^2 - 2 \operatorname{Re}\{a(k_r - jk_j)b^*\}] \quad (\text{B.5})$$

k väljes genom att sätta derivatan av D , med avseende på k :s realdel och imaginärdel, till noll enligt (B.6) och (B.7).

$$\frac{\partial D}{\partial k_r} = E[2k_r|b|^2 - 2 \operatorname{Re}\{ab^*\}] = 2k_rE[|b|^2] - 2 \operatorname{Re}\{E[ab^*]\} = 0, \quad (\text{B.6})$$

$$\frac{\partial D}{\partial k_j} = E[2k_j|b|^2 - 2 \operatorname{Re}\{-jab^*\}] = 2k_jE[|b|^2] + 2 \operatorname{Im}\{E[ab^*]\} = 0 \quad (\text{B.7})$$

Genom att lösa ut realdel och imaginärdel kan k skrivas som (B.8), vilket är den slutgiltiga kompensationskonstanten.

$$k = \frac{\text{Re}\{\mathbb{E}[ab^*]\}}{\mathbb{E}[|b|^2]} + j \frac{\text{Im}\{\mathbb{E}[ab^*]\}}{\mathbb{E}[|b|^2]} = \frac{\mathbb{E}[ab^*]}{\mathbb{E}[|b|^2]} \quad (\text{B.8})$$

Vid avsaknad av brus reduceras k till (B.9).

$$k = \frac{AB^*\mathbb{E}[|x|^2]}{BB^*\mathbb{E}[|x|^2]} = \frac{A}{B} \quad (\text{B.9})$$

Detta är vad svaret skulle vara för korrekt kompensation vid avsaknad av brus.

C

MATLAB-kod för metoder i kapitel 3

Den MATLAB kod som används för att implementera signalmodell och metoder i kapitel 3 visas här.

C.1 Signalmodell

```
1 function [x1,x2] = model( model_nbr ,N, noise )
2 % Creates a model from the given model number , model_nbr
3 %
4 % modelnbr = What model do you want?
5 %           1: Different sampling frequency
6 %           2: Constant time/frequency shift
7 %           3: Random time/frequency shift
8 %           4: Constant complex amplitude shift
9 %           5: Random complex amplitude shift
10 %          6: Constant "complete" model
11 %          7: Random "complete" model
12 % samptime = Time of sampling
13 % noise = Multiplicative factor to noise form N(0,1)
14 %
15 % x1 ,x2 ,x3 ,x4 = Generated signals
16
17 fs = 10^7;           % Sampling frequency
18 samptime = N/fs ;    % Time of sampling
19 signaluncut = randn(2*N,1) + 1j*randn(2*N,1) ;
20 f_cutoff = 0.49*fs ;
21 signal = lowpass(signaluncut ,f_cutoff ,fs ) ;
22
23 psi = 0.0;           % If directed towards TO
```

```

24
25 switch model_nbr
26 case 1
27 % Different sampling frequency
28 % Reference of original signal
29 signal = signal(1:N);
30 t_x = linspace(0,samptime,N);
31 T_x = t_x(2)-t_x(1);

32 % Generate x1: (fixed sampling difference)
33 t1 = linspace(0,samptime,0.9*N)';
34 x1 = zeros(length(t1),1);
35 for i=1:length(x1)
36     x1(i) = sum( signal .* sinc( (t1(i)-t_x)/
37                     T_x ) );
38 end
39 x1 = x1 + noise*(randn(length(x1),1) + 1j*randn
40                   (length(x1),1));

41 % Generate x2: (fixed sampling difference)
42 t2 = linspace(0,samptime,1.1*N)';
43 x2 = zeros(length(t2),1);
44 for i=1:length(x2)
45     x2(i) = sum( signal .* sinc( (t2(i)-t_x)/
46                     T_x ) );
47 end
48 x2 = x2 + noise*(randn(length(x2),1) + 1j*randn
49                   (length(x2),1));

50 case 2
51 % Constant time and frequency
52 DT = [0; 0.1*N]; % Discrete time shift
53 Df = [0; -1e-5]; % Discrete normalised
54 % frequency shift
55
56 x = zeros(N,2);
57 for i=1:2
58     x(:,i) = signal(DT(i)+1:N+DT(i)) .* ...
59               exp(1j*2*pi*Df(i)*(DT(i)+1:N+DT(i))')
60     ...

```

```

58           + noise*(randn(N,1) + 1j*randn(N,1));
59 end
60 x1 = x(:,1); x2 = x(:,2);
61
62 case 3
63 % Random time and frequency
64 DT = randi(floor(0.1*N),2,1); % Discrete time
65 shift
66 Df = (6.5e-5)*rand(2,1); % Discrete
67 normalised frequency shift
68
69 x = zeros(N,2);
70 for i=1:2
71     x(:,i) = signal(DT(i)+1:N+DT(i)) .* ...
72         exp(1j*2*pi*Df(i)*(DT(i)+1:N+DT(i))')
73         ...
74     + noise*(randn(N,1) + 1j*randn(N,1));
75 end
76 x1 = x(:,1); x2 = x(:,2);
77
78 case 4
79 % Complex amplitude
80 A = [1; 2*exp(1j*0.5)];
81
82 x1 = A(1)*signal(1:N).*exp(1j*0*psi) + noise*(
83     randn(N,1) + 1j*randn(N,1));
84 x2 = A(2)*signal(1:N).*exp(1j*1*psi) + noise*(
85     randn(N,1) + 1j*randn(N,1));
86
87 case 5
88 % Complex amplitude (with linear phase
89 difference)
90 A = (1+rand(2,1)).*exp(1j*(0.6*rand(4,1)-0.3))
91     %0.9*rand(4,1)+0.1 + 1j*(0.9*rand
92     (4,1)+0.1);
93
94 x1 = A(1)*signal(1:N).*exp(1j*0*psi) + noise*(
95     randn(N,1) + 1j*randn(N,1));
96 x2 = A(2)*signal(1:N).*exp(1j*1*psi) + noise*(
97     randn(N,1) + 1j*randn(N,1));

```

```

88
89 case 6
90 % Complex amplitude
91 A = [1; 2*exp(1j*0.1)];
92 DT = [0; 0.1*N]; % Discrete time shift
93 Df = [0; -1e-05]; % Discrete normalised
94 % frequency shift
95 % Reference of original signal
96 t_x = linspace(0,samptime,N); % Sample time
97 % points originally
98 T_x = t_x(2)-t_x(1); % Time between samples
99 % originally
100 % Add amplitude, time, frequency shift and
101 % phase shift
102 x = zeros(N,2);
103 for i=1:2
104     x(:,i) = A(i)*exp(1j*(i-1)*psi).*signal(DT(
105         i)+1:N+DT(i)).*...
106         exp(1j*2*pi*Df(i)*(DT(i)+1:N+DT(i))');
107 end
108
109 % Generation of vectors with different sampling
110 % frequencies
111 t_new = linspace(0,samptime,0.9*N)';
112 % Generate x1
113 x1 = zeros(length(t_new),1);
114 for i=1:length(x1)
115     x1(i) = sum( x(:,1) .* sinc( (t_new(i)-t_x) ...
116         /T_x ) );
117 end
118 x1 = x1 + noise*(randn(length(x1),1) + 1j*randn(
119             length(x1),1));
120
121 % Generate x2:
122 x2 = zeros(length(t_new),1);
123 for i=1:length(x2)
124     x2(i) = sum( x(:,2) .* sinc( (t_new(i)-t_x) ...
125         /T_x ) );

```

```

119      end
120      x2 = x2 + noise*(randn(length(x2),1) + 1j*randn
121          (length(x2),1));
122      case 7
123          A = (1+rand(2,1)) .* exp(1j*(0.6*rand(2,1)-0.3)
124              ); % Complex amplitude
125          DT = randi(floor(0.05*N),4,1);
126              % Discrete time shift
127          Df = 6.5*10^(-5)*rand(4,1)-3.25*10^(-5);
128              % Discrete normalised frequency
129                  shift
130
131      % Reference of original signal:
132      t_x = linspace(0,samptime,N); % Sample time
133          points originally
134      T_x = t_x(2)-t_x(1); % Time between samples
135          originally
136
137      % Add amplitude, time and frequency shift
138      x = zeros(N,2);
139      for i=1:2
140          x(:,i) = A(i)*exp(1j*(i-1)*psi) .* signal(
141              DT(i)+1:N+DT(i)).*...
142                  exp(1j*2*pi*Df(i)*(DT(i)+1:N+DT(i))');
143      end
144
145      % Generation of vectors with different sampling
146          frequencies:
147      % Generate x1
148      t1 = linspace(0,samptime,N + ceil( 2*(rand-0.5)
149          * 0.5*10^(-6)*N ) );
150      x1 = zeros(length(t1),1);
151      for i=1:length(x1)
152          x1(i) = sum( x(:,1) .* sinc( (t1(i)-t_x)/
153              T_x ) );
154      end
155      x1 = x1 + noise*(randn(length(x1),1) + 1j*randn
156          (length(x1),1));

```

```

147 % Generate x2:
148 t2 = linspace(0,samptime,N + ceil( 2*(rand-0.5)
149 * 0.5*10^(-6)*N ) );
150 x2 = zeros(length(t2),1);
151 for i=1:length(x2)
152     x2(i) = sum( x(:,2) .* sinc( (t2(i)-t_x)/
153 T_x ), );
154 end
155 x2 = x2 + noise*(randn(length(x2),1) + 1j*randn
156 (length(x2),1));
157
158 otherwise
159     disp('Enter a valid model number')
160     x1 = NaN; x2 = NaN;
161 end
162 end

```

C.2 Tid- och frekvenskorrigering

```
1 function A_synch = timefreq(A)
2 % Synchronises the signals in A with respect to time and
3 % frequency .
4 %
5 % A_synch = Synchronised signals with respect to time and
6 % frequency
7 % A = Unsynchronised signals
8 nbrs_signals = length(A(1,:));
9 signals_length = length(A(:,1)); % signal length
10 % First we need to find time and frequency relations
11 % between signals
12 DTs = zeros(nbrs_signals,1); % Time shift differences
13 DFs = zeros(nbrs_signals,1); % Frequency shift
14 differences
15 for i=2:nbrs_signals
16     [DTs(i),DFs(i)] = timefreqdiff(A(:,1),A(:,i));
17 end
18
19 % Decide reference as most shifted vector
20 [~, maxIndex] = max(DTs);
21 %x_ref = A(:,maxIndex);
22 DTs = abs(DTs-DTs(maxIndex)); % Time shifts relative
23 % reference
24 DFs = DFs-DFs(maxIndex); % Frequency shifts
25 relative reference
26 maxValue = max(DTs);
27 % After time and frequency correction
28 A_synch = NaN(signals_length-maxValue,nbrs_signals);
29 for i=1:nbrs_signals
30     endcut = maxValue - DTs(i); % Cut values for equal
31     length vectors
32     A_synch(:,i) = A(DTs(i)+1:signals_length-endcut,i)
33     ...
34     .* exp(1j*2*pi*(-DFs(i))*(maxValue+1:
35     signals_length)');
36 end
37
38 end
```

```

1 function [DT,DF] = timefreqdiff(x1,x2)
2 % Finds the time and frequency differences of the vectors
3 % x1 and x2.
4 %
5 % DT = Time difference in indicies
6 % DF = Frequency difference in normalised frequency
7 % x1,x2 = Unsynchronised signals
8 N = length(x1); % Length of vectors
9 F = (-6.5e-05:10^(-7):6.5e-05)'; % In results
10 % Frequency span , at least step = 10^(-6) for
11 % consistency
12 M_highest = 0;
13 DT_index = 0;
14 DF = 0;
15 for i=1:length(F)
16     corr = abs( xcorr(x1,x2.*exp(1j*2*pi*F(i)*(1:N))') );
17     [M,index] = max(corr);
18     if M > M_highest
19         M_highest = M;
20         DT_index = index; % Time shift
21         DF = F(i); % Frequency shift
22     end
23 end
24 timeindex = (-length(x1)+1:length(x1)-1)'; % Time (
25 % index) span
26 DT = timeindex(DT_index);
27 % Since max() could give the wrong index a control/
28 % correction is done
29 if abs(DF) > 0.5
30     if DF < 0
31         DF = DF + 1;
32     else
33         DF = DF - 1;
34     end
35 end

```

C.3 Interpolationsmetoder

```
1 function A = sampcorrsinc(IQ1,IQ2,samptime)
2 % By sinc-interpolation, gives all signal the same amount
3 % of samples as
4 % the one with the highest sampling rate.
5 % IQ1,IQ2 = Data vectors, samptime = Duration of sampling
6 % A = Matrix of signals with the same sampling points
7
8 lengths = [length(IQ1); length(IQ2)];
9 [~,max_index] = max(lengths); % Max nbr of
10 % sampling points
11
12 nbr_of_signals = length(lengths);
13 Ts = zeros(1,nbr_of_signals); % Sampling time
14 % intervals
15 for i=1:nbr_of_signals
16     Ts(i) = samptime/(lengths(i)-1);
17 end
18
19 t1 = linspace(0,samptime,lengths(1)); % Sampling
20 % points in time
21 t2 = linspace(0,samptime,lengths(2));
22
23 t_ref = linspace(0,samptime,lengths(max_index)); % Reference
24
25 A = zeros(length(t_ref),nbr_of_signals); % Return matrix
26
27 for i=1:length(t_ref)
28     A(i,1) = sum(IQ1 .* sinc((t_ref(i)-t1)/Ts(1))');
29     A(i,2) = sum(IQ2 .* sinc((t_ref(i)-t2)/Ts(2))');
30 end
31
32 end
```

```

1 function A = sampcorr1(IQ1,IQ2,samptime)
2 % By linear interpolation , gives all signal the same amount
3 % of samples as
4 %
5 % IQ1,IQ2 = Data vectors , samptime = Duration of sampling
6 % A = Matrix of signals with the same sampling points
7
8 lengths = [length(IQ1); length(IQ2)];% length(IQ3);
9 % length(IQ4)];
[~,max_index] = max(lengths); % Max nbr
10 % of sampling points
11
12 nbr_of_signals = length(lengths); % Sampling
13 time intervals
14 for i=1:nbr_of_signals
15 Ts(i) = samptime/(lengths(i)-1);
16 end
17
18 t1 = linspace(0,samptime,lengths(1)); % Sampling
19 % points in time
20 t2 = linspace(0,samptime,lengths(2));
21 %t3 = linspace(0,samptime,lengths(3));
22 %t4 = linspace(0,samptime,lengths(4));
23
24 t_ref = linspace(0,samptime,lengths(max_index)); % Reference
25
26 A = zeros(length(t_ref),nbr_of_signals); % Return matrix
27
28 A(:,1) = interp1(t1,IQ1,t_ref,'linear');
29 A(:,2) = interp1(t2,IQ2,t_ref,'linear');
30
31 end

```

C.4 Amplitud- och faskorrigering

```
1 function A_norm = amplitude(A)
2 % By using a least-squares estimate, normalises signals to
3 % signal in terms of amplitude and phase.
4 %
5 % A_norm = A after normalisation
6 % A = signal matrix to be normalised
7 % A(:,1) = signal used as a reference
8
9     A_norm = A;
10    psi = 0;      % If directed towards TO
11    for i=2:length(A(:, :))
12        A(:, i) = A(:, i).*exp(-1j*(i-1)*psi);
13    end
14
15    for i=2:length(A(:, :))
16        k_real = sum( A(:, 1).*conj(A(:, i)) )/sum( abs(A(:, i
17            )).^2 );
18        A_norm(:, i) = k_real*A(:, i);
19    end
20
21    for i=2:length(A(:, :))
22        A_norm(:, i) = A_norm(:, i).*exp(1j*(i-1)*psi);
23    end
24 end
```

D

MATLAB-implementationer av algoritmer i kapitel 4

D.1 Strålformning

```
1 function rx=Linear_delay_sum_beamform(linearArray,startTime  
2 ,endTime,direction)  
3 proj=sum(direction.*linearArray.direction)/norm(  
4 direction); % =cos(ang), since both have length=1  
5 step=linearArray.d*proj; % signed, adjusted distance  
6 between each element  
7 delayStep=step/linearArray.receivers(1).source.c; %  
8 time-delay per element  
9 angleStep=delayStep*2*pi*linearArray.receivers(1).  
10 source.fs; % equivalent delay per element in radians  
11 temp=linearArray.receive(startTime,endTime); % matrix  
12 of signals from all elements  
13 dim=size(temp); % channels-by-length  
14 rx=zeros(1,dim(2)); % pre-allocate combined signal  
15 angle=-angleStep*dim(1); % delay angle for first  
16 element if angleStep is positive  
17 if angle>0 % if angleStep is negative, don't apply  
positive angle  
angle=-angleStep;  
end  
for row=temp'  
angle=angle+angleStep;  
rx=rx+(row.*exp(-angle*1i))';  
end  
end
```

D.2 Klotterkancelling - ECA

```
1 function s_ECA=s_ECA( s_ref , s_surv ,K,p)
2     N=length( s_surv ); % number of surveillance samples
3     ref_length=length( s_ref );
4     S_ref=zeros( ref_length ,K);
5     S_ref(:,1)=s_ref ;
6     for i=2:K
7         temp=[0; S_ref(:,i-1)];
8         S_ref(:,i)=temp(1:ref_length );
9     end
10    X=[];
11    for i=p
12        diagonal=exp( [0:ref_length -1].*(1i*2*pi*i) );
13        D=diag( diagonal );
14        X=[X,D*S_ref ];
15    end
16    X=X( ref_length-N+1:ref_length ,:); % Select the last N
17    rows
17    alpha=X\ s_surv ;
18    s_ECA=s_surv-X*alpha ;
19 end
```

D.3 2D-Korskorrelering - 2D-CCF

```

1 function [ambg, delay , doppler]=ZDCCF(rx , ref , dopplerCuts , Ts)
2 assert (length (ref)>=length (rx));
3 diff=length (ref)-length (rx); % assume the rx
   measurement starts after ref
4 rx=[zeros(1, diff) rx]; % zero-pad for equal length
5 subplot(2,2,1); % plot the signals to be compared (to
   be removed)
6 hold on
7 plot( real(rx));
8 plot( real(ref));
9 B=length (dopplerCuts);
10 ambg=zeros( diff+1,B); % preallocate memory
11 shift=dopplerShifter( length (rx) ,Ts);
12 i=1;
13 for cut=dopplerCuts
14 temp=rx.* ( shift(cut));
15 temp2=xcorr(temp, ref , diff); % cross-correlate the
   two vectors with different frequency shifts
16 subplot(2,2,2);% plot the correlation at an
   arbitrary cut (to be removed)
17 plot( abs(temp2( floor(( length (temp2)/2):length (temp2
   )))));
18 ambg(:, i)=temp2( floor(( length (temp2)/2):length (
   temp2)));
19 i=i+1;
20 end
21 subplot(2,2,[3 4]);
22 ambg=ambg';
23 delay=0:diff;
24 doppler=dopplerCuts;
25 end
26
27 function shift=dopplerShifter( length ,Ts)
28 shift=0:length -1;
29 shift=exp( shift.*(-2*pi*1i*i*Ts)); % create a base vector
   for the doppler shift
30 shift=@(f) shift.^ f;
31 end

```

D.4 Måldetektering - CA-CFAR

```
1 function detection=CFAR(cross ,threshold )
2     guardBand=[10 ,10]; trainingBand =[3 ,3];
3     trainingExtent=guardBand+trainingBand ;
4     siz=size( cross ); detection=zeros( siz );
5     for i=1:siz( 1)
6         for j=1:siz( 2)
7             g1=max(1,i-guardBand( 1 )):min( siz( 1 ),i+guardBand
8                 ( 1 ));% guard indices in dimension 1
9             g2=max(1,j-guardBand( 2 )):min( siz( 2 ),j+guardBand
10                ( 2 ));% guard indices in dimension 2
11             e1=max(1,i-trainingExtent( 1 )):min( siz( 1 ),i+
12                 trainingExtent( 1 ));% training+guard indices
13                 in dimension 1
14             e2=max(1,j-trainingExtent( 2 )):min( siz( 2 ),j+
15                 trainingExtent( 2 ));% training+guard indices
16                 in dimension 2
17             acc=0; N=0;
18             for k=e1
19                 for l=e2
20                     acc=acc+abs( cross (k,l));% add all
21                         samples
22                     N=N+1;
23                 end
24             end
25             for k=g1
26                 for l=g2
27                     acc=acc-abs( cross (k,l));% remove the
28                         guard samples
29                     N=N-1;
30                 end
31             end
32             alpha=acc*( threshold ^(-1/N)-1);
33             if alpha<cross ( i ,j )
34                 detection( i ,j )=1;
35             end
36         end
37     end
38 end
```