



ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE  
Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská



# **Těžba dat z experimentů na tokamaku COMPASS**

## **Data mining on the COMPASS tokamak experiments**

Bakalářská práce

Autor:	<b>Matěj Zorek</b>
Vedoucí práce:	<b>Ing. Vít Škvára</b>
Konzultant:	<b>Ing. Jakub Urban, Ph.D</b>
Akademický rok:	2017/2018



- Zadání práce -

- Zadání práce (zadní strana) -

### *Poděkování:*

Chtěl bych zde poděkovat především svému školiteli Ing. Vítu Škvárovi za pečlivost, ochotu, vstřícnost a odborné i lidské zázemí při vedení mé bakalářské práce. Dále děkuji svému konzultantovi Ing. Jakubu Urbanovi, Ph.D. za pomoc nejen v začátcích řešení problému, jímž se tato práce zabývá. V neposlední řadě bych chtěl poděkovat Ing. Ondřeji Groverovi za pomoc s fyzikální složkou věci.

### *Čestné prohlášení:*

Prohlašuji, že jsem tuto práci vypracoval samostatně a uvedl jsem všechnu použitou literaturu.

V Praze dne 13. července 2018

Matěj Zorek



*Název práce:*

**Těžba dat z experimentů na tokamaku COMPASS**

*Autor:* Matěj Zorek

*Obor:* Matematické inženýrství

*Zaměření:* Aplikované matematicko-stochastické metody

*Druh práce:* Bakalářská práce

*Vedoucí práce:* Ing. Vít Škvára, Ústav fyziky plazmatu, AV ČR Za Slovankou 1782/3 182 00 Praha 8

*Konzultant:* Ing. Jakub Urban, PhD., Ústav fyziky plazmatu, AV ČR, Za Slovankou 1782/3, 182 00 Praha 8

*Abstrakt:* V této bakalářské práci se zabýváme metodami strojového učení, které využíváme ke klasifikaci stavů plazmatu v tokamaku COMPASS. Nejdříve jsme vysvětlili signál  $H_\alpha$ , pojem plazma a popsali stavy, ve kterých se může vyskytovat. V teoretické části jsme představili skrytý Markovův model a shlukovací algoritmus K-means. V další kapitole jsou prezentovány příznaky k oběma metodám a navrženy experimenty. První experiment využívá k trénování a testování syntetická data, zatímco při druhém experimentu jsou použita skutečná data z tokamaku. V poslední kapitole jsou oba experimenty vyhodnoceny pomocí zadaných metrik. Výsledkem práce je nalezení nejlepší metody pro klasifikaci stavů plazmatu.

*Klíčová slova:* EM algoritmus, K-means, plazma, skrytý Markovův model, strojové učení, tokamak COMPASS, Viterbiho algoritmus

*Title:*

**Data mining on the COMPASS tokamak experiments**

*Author:* Matěj Zorek

*Abstract:* This thesis deals with the methods of machine learning which will be applied to the classification of plasma confinement regimes in the COMPASS tokamak. Firstly, the term plasma and  $H_\alpha$  radiation is introduced. Then we described states in which plasma can occur. Then is introduced hidden Markov model and K-means clustering in the theoretical part. In the next chapter, we presented features to be analyzed by both methods and proposed some experiments. First experiment uses synthetic data for training and testing, but in the second experiment is applied to real data from the tokamak. In the final chapter the results of experiments are evaluated by defined metrics. The end result of this work is the best method for classifying plasma confinement regimes.

*Key words:* COMPASS tokamak, EM algorithm, hidden Markov model, K-means clustering, machine learning, plasma, Viterbi algorithm





# Obsah

<b>Úvod</b>	<b>11</b>
<b>1 Úvodní terminologie</b>	<b>12</b>
1.1 Plazma . . . . .	12
1.2 Tokamak COMPASS . . . . .	12
1.3 Podrobnější popis problematiky . . . . .	13
1.4 Strojové učení . . . . .	15
<b>2 Teoretická část</b>	<b>16</b>
2.1 Diskrétní Markovův proces . . . . .	16
2.2 Skrytý Markovův model . . . . .	17
2.2.1 EM algoritmus . . . . .	19
2.2.2 Viterbiho algoritmus . . . . .	21
2.3 K-means Clustering . . . . .	23
<b>3 Praktická část - popis experimentů</b>	<b>25</b>
3.1 Příznaky (Features) . . . . .	25
3.1.1 První a druhá derivace . . . . .	25
3.1.2 Savitzky-Golay filtr . . . . .	26
3.1.3 Klouzavý průměr . . . . .	28
3.1.4 Exponenciální klouzavý průměr . . . . .	29
3.1.5 Klouzavý rozptyl . . . . .	29
3.2 Experiment na syntetických datech . . . . .	30
3.3 Experiment na reálných datech . . . . .	33
3.3.1 Způsob modifikace skrytého Markovova modelu . . . . .	34
<b>4 Výsledky - vyhodnocení experimentů</b>	<b>36</b>
4.1 Způsoby vyhodnocení výsledků . . . . .	36
4.1.1 Confusion Matrix (matice záměn) . . . . .	36
4.1.2 Přesnost . . . . .	36
4.1.3 Precision . . . . .	37
4.1.4 Recall . . . . .	37
4.1.5 F míra . . . . .	37
4.1.6 Křížová validace . . . . .	38
4.2 Výsledky experimentu na syntetických datech . . . . .	38
4.3 Výsledky experimentu na reálných datech . . . . .	39
4.3.1 Skrytý Markovův model bez učitele . . . . .	39

4.3.2	Skrytý Markovův model modifikovaný . . . . .	41
4.3.3	K-means . . . . .	41
4.3.4	Zhodnocení obou metod . . . . .	41
<b>Závěr</b>		<b>45</b>
<b>Přílohy</b>		<b>48</b>
<b>A Tabulky výsledků</b>		<b>49</b>

# Úvod

V dnešní moderní společnosti funguje téměř vše na elektřinu a nároky na její výrobu stále rostou. Řešením by mohlo být ovládnutí termojaderné fúzní reakce. Abychom její potenciál mohli naplno využít, potřebujeme tuto reakci dostatečně dlouho udržet. Jedním z nejpokročilejších zařízení sloužících k jejímu výzkumu a udržení jsou tokamaky. Znalost okamžitého režimu udržení plazmatu uvnitř tokamaku je poměrně důležitá pro provoz stávajících i budoucích zařízení jako je ITER. Právě tímto problémem se bude tato práce zabývat.

Cílem práce je nalézt způsob, jak určit tyto režimy za použití strojového učení. Nejdříve je potřeba seznámit se se základní fyzikální podstatou jevů, vyvstávajících při výbojích v tokamaku. Následně je třeba prostudovat metody strojového učení schopné řešit tento problém. Poté budou tyto algoritmy natrénovány na skutečných datech z tokamaku COMPASS a aplikovány na testovacím vzorku dat. Posledním úkolem je vyhodnotit výsledky a porovnat metody mezi sebou.

V první kapitole je stručně zodpovězeno, co je to plazma. Následuje popis základní problematiky tokamaků. Dále je zde podrobněji představen problém, který tato práce řeší. Na konci kapitoly jsou vysvětleny základy strojového učení.

V druhé kapitole jsou uvedeny dvě metody strojového učení. Nejprve je představen diskrétní Markovův model, který poté rozšíříme na skrytý Markovův model. Dále je vysvětlen EM algoritmus sloužící k výpočtu parametrů tohoto modelu a Viterbiho algoritmus používaný k nalezení posloupnosti nejpravděpodobnějších stavů. Na konci této kapitoly prezentována shlukovací metoda K-means.

Ve třetí kapitole jsou postupně popsány příznaky, získané ze signálů měřených při provozu tokamaku, a použité při aplikaci obou metod. Následuje popis postupu práce, ve kterém jsou vysvětleny provedené výpočetní experimenty. První z nich byl proveden na syntetických datech a při druhém jsme již použili skutečná data z tokamaku COMPASS.

V poslední kapitole je uveden seznam metrik sloužících k vyhodnocení úspěšnosti výsledků a kvality metod. Dále je zde popsána technika křížové validace. Kapitola je zakončena výsledky z obou experimentů.

# Kapitola 1

## Úvodní terminologie

V této kapitole si nejdříve zodpovíme, co je to plazma. Dále se seznámíme se základní problematikou tokamaků, zejména tokamaku COMPASS. Poté si podrobněji představíme problém, kterým se bude tato práce zabývat. Nakonec bude uvedeno strojové učení.

### 1.1 Plazma

Plazma je jedním ze čtyř základních skupenství. V podstatě se jedná o shluk ionizovaných částic a elektronů. Přítomnost oddělených iontů a elektronů zapříčiňuje vznik elektrického pole a proudění nabitých částic vyvolává magnetické pole [1]. Na rozdíl od zbylých tří skupenství se volně, za normálních podmínek, na zemském povrchu vyskytuje pouze výjimečně. Paradoxně však 99% veškeré pozorovatelné hmoty ve vesmíru tvoří právě plazma.

V laboratoři se získává typicky zahříváním a ionizováním malého množství plynu pomocí elektrického proudu nebo radiových vln. Obvykle tyto prostředky dodávají energii přímo volným elektronům uvnitř plazmatu. Poté se během srážek těchto elektronů s atomy uvolňují další elektrony a tento kaskádový proces postupuje, dokud plyn nedosáhne požadovaného stupně ionizace (převzato z [1]).

Rozdíl mezi velmi slabě ionizovaným plynem a plazmatem je do značné míry záležitostí terminologie a způsobu interpretace. V závislosti na teplotě a hustotě dělíme plazmata na částečně ionizované a plně ionizované. Příkladem částečně ionizovaného plazmatu je třeba blesk nebo neonové světlo. Naproti tomu plně ionizované plazma lze nalézt uvnitř slunce nebo právě v tokamaku.

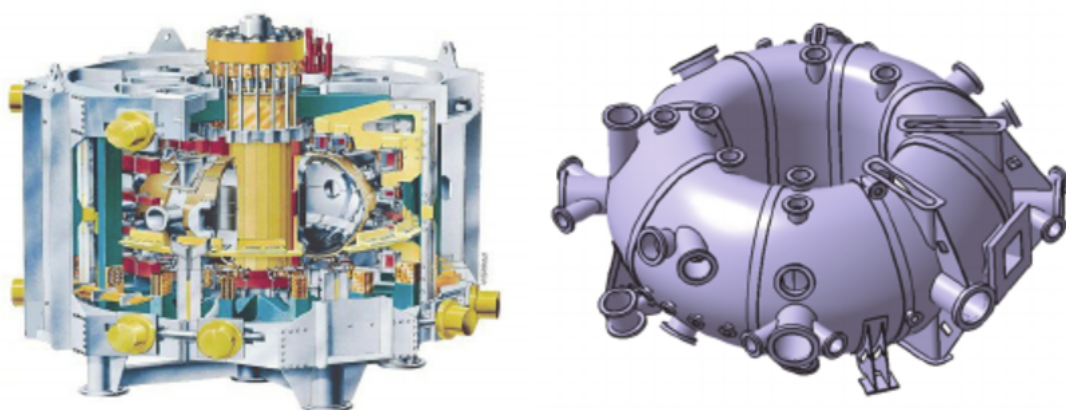
### 1.2 Tokamak COMPASS

Název tokamak je zkratkou původního ruského názvu *toroidalnaja kamera s magnitnymi katuškami* (toroidní komora s magnetickými cívkami). Jedná se o experimentální zařízení využívané k tvorbě vysokoteplotního plazmatu a jeho následnému udržení pomocí magnetického pole. V současnosti jsou tokamaky považovány za jednu z nejnadějnějších cest k dosažení kontrolované jaderné fúze. Pokud by se podařilo fúzi efektivně a trvale udržet, mohlo by se pak přebytečné teplo převést, po vzoru tepelných elektráren, na elektřinu. Tímto způsobem bychom získali téměř nevyčerpatelný zdroj energie, který by byl současně šetrný k životnímu prostředí.

Na rozdíl od klasických jaderných reaktorů, kde probíhá štěpení těžkých jader uranu  $^{235}\text{U}$  na lehčí jádra, v tokamacích dochází ke slučování lehkých jader za účelem vzniku těžších jader. Při této termojaderné reakci se nejčastěji slučují jádra deuteria a tricia. Výsledkem reakce je hélium, neutron a uvolněná vazebná energie. Problém však tkví v tom, že pro udržení termojaderné fúze je zapotřebí velmi vysokých

teplot a dostatečné doby trvání. Abychom toho docílili, musíme držet částice uprostřed toroidní komory, protože při vychýlení nebo kontaktu se stěnou dochází k velice rychlému ochlazení. Proto se využívá silné magnetické pole, produkované cívkami, k omezení pohybu nabitých částic plazmatu.

Tokamak COMPASS je umístěn v Praze Ládvi na Ústavu fyziky plazmatu Akademie věd České republiky již od roku 2004 [2]. Původně byl umístěn a provozován ve Velké Británii pod UKAEA (UK Atomic Energy Authority) do roku 2002, kdy byl nahrazen tokamakem MAST. Díky svým rozměrům je řazen do kategorie menších tokamaků. I přes svou malou velikost umožňuje dosáhnout režimu vysokého udržení plazmatu neboli H-módu (High-confinement mode) a zároveň odpovídá desetině velikosti tokamaku ITER, v současnosti budovanému ve Francii. Právě díky těmto dvěma vlastnostem je nyní využíván ke studiu specifických jevů, které jsou třeba k pochopení plazmatu a jeho následného udržení.



Obr. 1.1: Na levém obrázku je vyobrazen průřez tokamakem COMPASS a na pravém obrázku je jeho toroidní vakuová komora. [3]

### 1.3 Podrobnější popis problematiky

V předchozí podkapitole bylo zmíněno, že tokamak COMPASS slouží v současnosti ke studiu chování plazmatu a jeho udržení. Plazma se může uvnitř tokamaku nacházet ve čtyřech základních stavech. Prvním z nich je mód nízkého udržení zvaný L-mód (Low-confinement mode). V tomto stavu se plazma nachází po dosažení standardní magnetické konfigurace nebo případně po skončení H-módu. Pokud se plazma nachází v L-módu, je velice náročné udržet termojadernou reakci na delší dobu a téměř nemožné udržet jí dlouhodoběji.

Druhým stavem je již dříve zmíněný H-mód, který byl objeven německým vědcem Fritzem Wagne-rem v roce 1982 [4]. V tomto stavu je možné lépe kontrolovat chování plazmatu a především jej udržet delší dobu. Tento stav je také standardním referenčním režimem budoucího tokamaku ITER.

Třetím v řadě je ELM (edge-localized mode). ELMy jsou nestability dočasně narušující H-mód, k nimž dochází na okraji plazmatu. ELMy se navíc mohou vyskytovat pouze během H-módu.

Posledním stavem je disrupce. Disrupce představuje fyzikální jev, během něhož dochází k vyhasnutí nebo náhlé zrážce udření případně kontaktu plazmatu se stěnou.

Aby bylo možné správně porozumět těmto jevům je zapotřebí velkého množství informací. Příkladem může být teplota během jednotlivých stavů atd. K měření teploty plazmatu uvnitř tokamaku se využívají lasery a právě tyto lasery jsou limitovány svou opakovací frekvencí. Proto by bylo třeba vědět, v jakém stavu se zrovna plazma nachází, aby bylo možno měřit ve správnou chvíli. Důležitější je však dodání informace o aktuálním režimu udržení zpětnovazebnímu systému v reálném čase. Tento systém

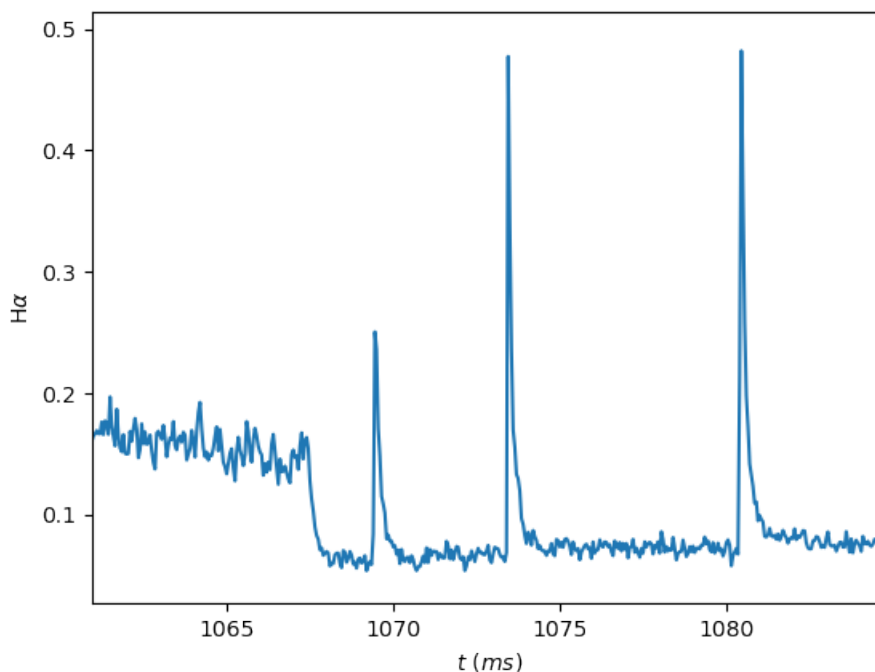
musí totiž v různých režimech odlišně reagovat např. v H-módu nemůže dodávat částice tak rychle jako v L-módu jinak by došlo k neudržitelnému nárůstu hustoty.

V této práci se budeme snažit najít způsob/y, jak klasifikovat první tři výše zmíněné stavy plazmatu v reálném čase. Využívat k tomu budeme data naměřených hodnot signálu  $H_\alpha$  a metody strojového učení.

Převážná část experimentů probíhala v deuteriu, jehož vyzařování na spektrální čáře  $D_\alpha$  se nepříliš liší od spektrální čáry  $H_\alpha$  pro vodík. Záření  $H_\alpha$  je specifická červená spektrální čára vyzařovaná vodíkem s vlnovou délkou 656,28 nm. Spektrální čáry  $D_\alpha$ , jež vyzařuje deuterium, udávají počet částic, které se ionizovaly během interakcí plazmatu se stěnou (převzato z [5]), nebo se jedná o vyzařování okrajového plazmatu.

Na COMPASSu se toto záření měří buď pomocí spektrometru HR 2000+ [6], nebo fotonásobičem. Aby fotonásobič zaznamenával jen záření, které chceme, je zapotřebí správného filtru. V praxi se však používá  $H_\alpha$  filtr, který zaznamenává záření vodíku. Jelikož jsou rozdíly ve vlnových délkách obou spektrálních čar velmi malé, budeme tedy naměřené signály souhrnně označovat jako  $H_\alpha$ .

Náhled ideálně vypadajícího signálu je možné vidět na Obr. 1.2. Na tomto obrázku je možné dobře sledovat všechny tři stavy. Signál začíná v L-módu. Asi po 10 milisekundách přechází do H-módu. Jelikož H-mód je lépe udržitelný, nedochází k tak velkému kontaktu unikajících částic se stěnou jako v L-módu. Jednotlivé špyčky jsou pak ELMy. Ve vakuu, jako je uvnitř tokamaku, se velký počet částic rozprostře po stěně komory. Když se pak vlivem nějakých nestabilit utrhne kus plazmatu a dotkne se stěny, částice, jež se na stěně nacházejí, se rozzáří a my vidíme ELM. V praxi však signály vypadají spíše jako na Obr. 1.3, kde už některé stavy nejsou jednoznačně identifikovatelné.



Obr. 1.2: Ukázka ideálně vypadajícího záření  $H_\alpha$  zaznamenaného detektorem. (číslo výstřelu: 15364)

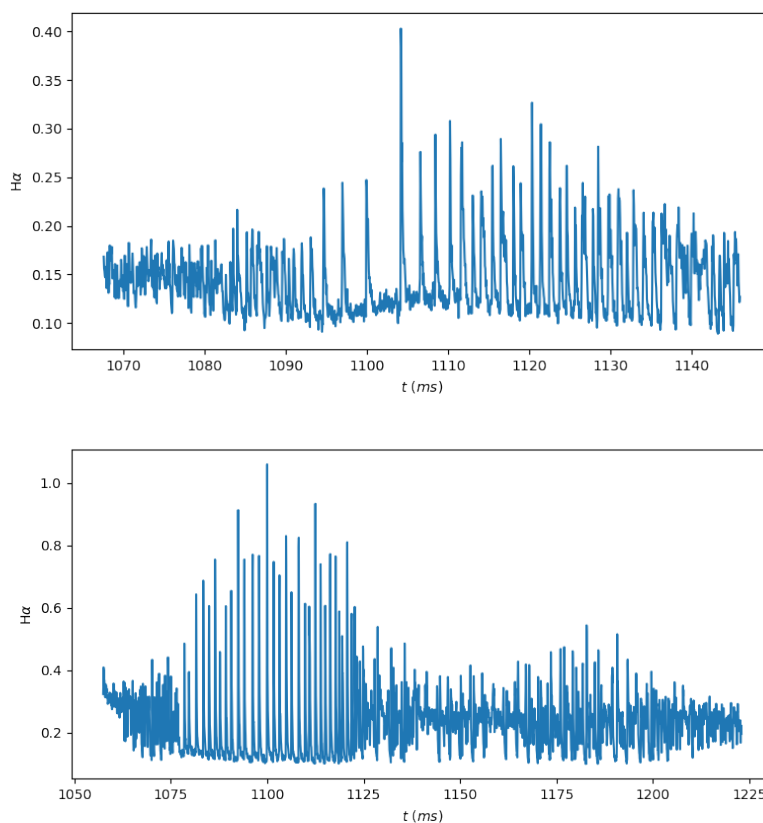
## 1.4 Strojové učení

Strojové učení se zabývá počítačovými technikami a algoritmy, často za pomoci statistických metod, dávajícími počítačům schopnost se učit. Schopnost učit se nelze v tomto kontextu brát úplně doslovně, spíše je to schopnost postupně zlepšovat svou výkonnost či přesnost při řešení specifického problému. Strojové učení je velmi úzce spjato s oblastmi výpočetní statistiky a matematickou optimalizací. Zatímco první z nich se zaměřuje na tvorbu předpovědí nebo rozhodování s pomocí počítačů, druhá oblast poskytuje teorii, metody a v neposlední řadě aplikaci.

V této práci se budeme zabývat technikami spadajícími do dvou základních oblastí strojového učení. První z nich je známá jako učení bez učitele (unsupervised learning), která úzce souvisí s těžbou dat. Vyznačuje se tím, že algoritmus nebo metoda pracuje zásadně s neoznačenými daty tzn. neznáme správné zařazení do kategorií.

Druhá oblast je učení s učitelem (supervised learning) lišící se předběžnou znalostí rozdělení dat. Tuto dodatečnou znalost lze pak využít při tréninku k dosažení přesnějších a kvalitnějších výsledků. Obě tyto podoblasti mají svá jedinečná uplatnění, jako jsou například: klasifikace a shlukování (tzv. clustering).

Klasifikace je jednoznačnou ukázkou učení s učitelem, při kterém algoritmus analyzuje jednotlivé jedince každé skupiny, aby odhalil, proč jsou právě v dané skupině. Shlukování je naopak příkladem učení bez učitele, při kterém jsou zkoumána všechna data za účelem nalezení vztahů mezi některými z nich. Pokud jsou nějaké takové vztahy nalezeny, jsou pak tyto data rozdělena do příslušných clusterů (shluků).



Obr. 1.3: Záření  $H_\alpha$  častější případy. (horní obrázek č.v.: 7880, spodní obrázek č.v.: 13484)

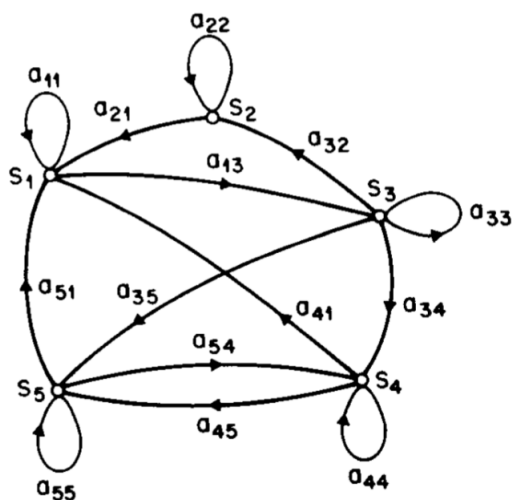
## Kapitola 2

# Teoretická část

V této kapitole se budeme zabývat teoretickým pozadím dvou námi použitých metod strojového učení. Nejprve si představíme diskrétní Markovův model. Dále se seznámíme se základními principy skrytého Markovova modelu. Poté si přiblížíme EM algoritmus sloužící k výpočtu parametrů modelu a Viterbiho algoritmus potřebný k nalezení posloupnosti stavů. Nakonec si představíme ryze shlukovací metodu K-means.

### 2.1 Diskrétní Markovův proces

Uvažujme systém, který může být popsán v každém čase pomocí jedné hodnoty z množiny  $N$  diskrétních stavů. Tuto množinu budeme značit jako  $\mathbb{S} = \{S_1, S_2, S_3, \dots, S_K\}$ . Takový to systém může vypadat například jako Obr. 2.1 (pro přehlednost  $K = 5$ ). Pokud je čas diskrétní a rovnoměrně rozdělen, systém mění stavy přesně podle pravděpodobností přechodů, které přísluší každému stavu. Na obrázku jsou tyto pravděpodobnosti značeny jako  $a_{i,j}$  a udávají pravděpodobnost přechodu ze stavu  $i$  do stavu  $j$ .



Obr. 2.1: Markovův řetězec s 5 stavy a přechody mezi nimi. [7]

Nyní označme časy  $t$  odpovídající změnám stavů jako  $t = 1, 2, 3, \dots$  a stav v čase  $t$  označme jako  $q_t$ . Pro pravděpodobnostní popis takového systému je třeba znát současný stav stejně tak jako předchozí stavy. Pokud budeme uvažovat speciální případ, jímž je Markovův řetězec prvního řádu, budeme



potřebovat znát pouze současný stav a jeden předchozí stav, a to díky Markově vlastnosti (tzv. Markov Property).

Mějme stochastický proces  $(q_t)_{t \in \mathbb{N}}$  s diskrétním časem a stavovým prostorem  $\mathbb{S}$ , pak tento proces má Markovu vlastnost (je Markovův) právě tehdy, když pro všechny  $t \geq 1$  je pravděpodobnostní rozdělení  $q_{t+1}$  závislé pouze na stavu  $q_t$ . Jinými slovy pro všechny  $t \geq 1$  a  $S_1, S_2, S_3, \dots, S_i, S_j \in \mathbb{S}$  platí

$$\mathbb{P}(q_{t+1} = S_j | q_t = S_i, q_{t-1} = S_{i_1}, \dots, q_1 = S_1) = \mathbb{P}(q_{t+1} = S_j | q_t = S_i) \quad (2.1)$$

(převzato z [8]).

Pokud je navíc tento systém nezávislý na čase  $t$  platí

$$a_{ij} = \mathbb{P}(q_{t+1} = S_j | q_t = S_i), \quad 1 \leq i, j \leq N, \quad (2.2)$$

kde  $a_{i,j} \geq 0$  a

$$\sum_j^N a_{i,j} = 1. \quad (2.3)$$

Tento stochastický proces bychom mohli nazývat pozorovatelný Markovův model, jelikož výstup procesu je množina stavů v každém časovém okamžiku a každý tento stav odpovídá fyzické (pozorovatelné) události.

## 2.2 Skrytý Markovův model

Skrytý Markovův model známý spíše pod svým anglickým názvem "Hidden Markov model" je statistický model, který slouží k modelování Markovských procesů se skrytými stavy. Skrytý Markovův model je široce používán v rozpoznávání řeči (speech recognition), modelování přirozeného jazyka, rozpoznávání ručně psaného písma a analýze biologických sekvencí, jako například DNA a proteinů [9].

Jedná se o rozšíření diskrétního Markova modelu. Tyto modely se liší v jedné podstatné věci. Zatímco u standartního diskrétního Markovova modelu, kde je možné pozorovat jednotlivé stavy a jejich realizaci, u skrytého Markova modelu tyto stavy z přímo pozorovat nelze. Nicméně i tento skrytý proces může být pozorován skrze jiné stochastické procesy, jež poskytují posloupnost pozorování  $\mathbf{x}$ .

Pro lepší představu si tento model ukážeme na příkladě urn a míčků. Předpokládejme, že v místnosti je  $N$  velkých skleněných urn. V každé urně je velký počet barevných míčků. Předpokládejme, že máme  $M$  odlišných barev míčků. Fyzikální proces pro získání pozorování je následující. Džin je v místnosti a on (nebo ona) podle nějakého náhodného procesu vybírá počáteční urnu. Z této urny vybere náhodně míček a jeho barva je uložena jako pozorování. Míček je pak nahrazen v urně, z níž byl vybrán. Další urna je vybrána procesem náhodného výběru spojeného se současnou urnou a výběr míčku je opakován. Celý proces generuje konečný počet pozorování posloupnosti barev, který bychom rádi modelovali jako pozorovaný výstup skrytého Markovova modelu (příklad převzat z [7]).

Prozkoumáme-li model v jednom časovém okamžiku ( $n$ ), vidíme že odpovídá směšovému rozdělení (viz kapitola 9 v [9]) s hustotou pravděpodobnosti danou  $\mathbb{P}(\mathbf{x}_n | \mathbf{z}_n)$ . Proto ho můžeme interpretovat jako rozšíření směšového modelu, kde výběr složky směsi, pro každé pozorování, není nezávislý, ale závisí na volbě složek z předchozího pozorování.

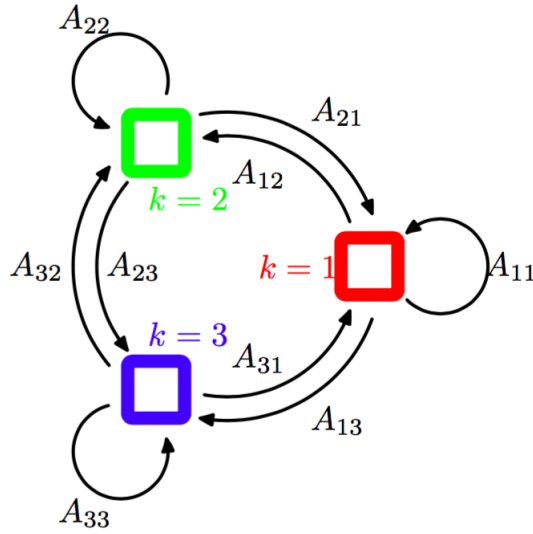
Jako v případě tohoto standartního směšového modelu, skryté proměnné jsou diskrétní multinomické proměnné  $\mathbf{z}_n$  popisující složku směsi, jež je zodpovědná za generování příslušného vektoru pozorování  $\mathbf{x}_n$ . Od této chvíle budeme předpokládat, že skrytý proces je Markovův, tzn. splňuje Markovu vlastnost. Z tohoto předpokladu nyní plyne, že budoucí stav skryté proměnné  $\mathbf{z}_n$  závisí pouze na předchozím stavu  $\mathbf{z}_{n-1}$  skrze podmíněnou pravděpodobnost  $\mathbb{P}(\mathbf{z}_n | \mathbf{z}_{n-1})$ . Navíc ještě předpokládáme, že vektor  $\mathbf{z}_n$  je binární

vektor. Pak zavedeme matici přechodů  $\mathbb{A}$ , udávající pravděpodobnosti přechodu ze skrytého stavu  $i$  do skrytého stavu  $j$ , dānu předpisem

$$A_{i,j} \equiv \mathbb{P}(z_{n,j} | z_{n-1,i} = 1), \quad (2.4)$$

navíc matice splňuje, že  $A_{i,j} \in (0, 1)$  a skoupce jsou normovány na 1, tzn  $\sum_j A_{i,j} = 1$ . Dále můžeme tedy explicitně napsat podmíněné rozdělení pro  $K$  skrytých stavů ve tvaru

$$\mathbb{P}(z_n | z_{n-1}, \mathbb{A}) = \prod_{i=1}^K \prod_{j=1}^K A_{i,j}^{z_{n-1,i} z_{n,j}}. \quad (2.5)$$



Obr. 2.2: Diagrama přechodů, kde skryté proměnné mají tři možné stavy odpovídající třem boxům. Šipky označují prvky matice přechodů  $A_{i,j}$ . [9]

Tímto vzorcem můžeme vyjádřit všechny skryté stavy až na počáteční  $z_1$ . Tento stav má pouze marginální rozdělení  $\mathbb{P}(z_1)$  reprezentované vektorem pravděpodobností  $\pi$ , který má tvar

$$\pi_j \equiv \mathbb{P}(z_{1,j} = 1) \quad (2.6)$$

a tedy

$$\mathbb{P}(z_1 | \pi) = \prod_{j=1}^K \pi_j^{z_{1,j}}, \quad (2.7)$$

kde  $\sum_j \pi_j = 1$ . Kdybychom chtěli matici  $\mathbb{A}$  vysvětlit i jinak, mohli bychom toho docílit graficky pomocí diagramu na Obr. 2.2. Když tento diagram dále rozvineme s průběhem času, získáme takzvaný mřížový diagram, který nám poskytuje alternativní reprezentaci přechodů mezi jednotlivými skrytými stavy v čase. Pro případ skrytého Markovova modelu se třemi stavy tento diagram nabývá tvaru Obr. 2.3.

Abychom měli pravděpodobnostní model kompletní, je třeba ještě zavést emisní pravděpodobnosti (emission probabilities)  $\mathbb{P}(x_n | z_n, \theta)$ , kde  $\theta$  představuje soubor parametrů řídicího rozdělení. Pro pozorované proměnné  $x_n$  se rozdělení  $\mathbb{P}(x_n | z_n, \theta)$  skládá z  $K$ -dimenzionálního vektoru odpovídajícího  $K$  potenciálním stavům  $z_n$ . Emisní pravděpodobnosti můžeme pak zapsat jako

$$\mathbb{P}(\mathbf{x}_n | \mathbf{z}_n, \theta) = \prod_{j=1}^K \mathbb{P}(\mathbf{x}_n | \theta_j)^{z_{n,j}}, \quad (2.8)$$

přičemž pro  $\mathbf{x}_n \in \mathbb{R}^R$  mohou mít například tvar Gaussova ( $R$ -rozměrného) rozdělení

$$\mathbb{P}(\mathbf{x}_n | \mathbf{z}_n) = \prod_{j=1}^K \mathcal{N}(\mathbf{x}_n | \boldsymbol{\mu}_j, \boldsymbol{\Sigma}_j)^{z_{n,j}} = \prod_{j=1}^K \left( \frac{1}{(2\pi)^{R/2}} \frac{1}{|\boldsymbol{\Sigma}_j|^{1/2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\mathbf{x}_n - \boldsymbol{\mu}_j)^T \boldsymbol{\Sigma}_j^{-1} (\mathbf{x}_n - \boldsymbol{\mu}_j) \right\} \right)^{z_{n,j}}, \quad (2.9)$$

kde  $\boldsymbol{\mu}$  je vektor středních hodnot

$$\boldsymbol{\mu} = \mathbb{E}\mathbf{X} = (\mathbb{E}X_1, \mathbb{E}X_2, \dots) \quad (2.10)$$

a  $\boldsymbol{\Sigma}$  je kovarianční matice

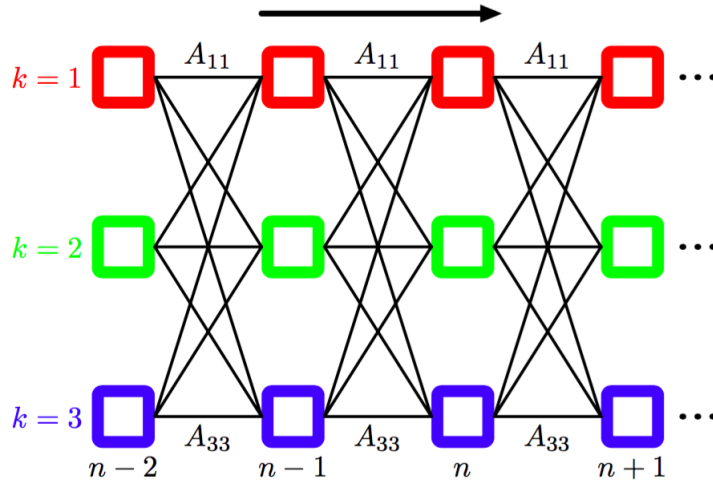
$$\boldsymbol{\Sigma} = \left( \text{Cov}(X_i, X_j) \right)_{i,j} = \left( \mathbb{E}[(X_i - \mathbb{E}X_i) \cdot (X_j - \mathbb{E}X_j)] \right)_{i,j}. \quad (2.11)$$

Nyní se zaměříme na homogenní modely, pro které všechny skryté proměnné sdílí stejné parametry  $\mathbb{A}$  a  $\boldsymbol{\pi}$ . Podobně všechna emisní rozdělení sdílí stejné parametry  $\theta$ , které jsou pro případ Gaussova rozdělení  $\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}$ .

Sdružené pravděpodobnostní rozdělení přes skryté i pozorované proměnné jsou pak dány vzorcem

$$\mathbb{P}(\mathbf{X}, \mathbf{Z} | \boldsymbol{\Theta}) = \mathbb{P}(\mathbf{z}_1 | \boldsymbol{\pi}) \prod_{n=2}^N \mathbb{P}(\mathbf{z}_n | \mathbf{z}_{n-1}, \mathbb{A}) \prod_{m=1}^N \mathbb{P}(\mathbf{x}_m | \mathbf{z}_m, \theta), \quad (2.12)$$

kde  $\mathbf{X} = (\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N)$ ,  $\mathbf{Z} = (\mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_N)$  a  $\boldsymbol{\Theta} = (\boldsymbol{\pi}, \mathbb{A}, \theta)$  jsou parametry řídicího modelu.



Obr. 2.3: Stavový diagram Obr. 2.2 rozvinutý s časem. Každý sloupec diagramu odpovídá jedné skryté proměnné  $\mathbf{z}_n$ . [9]

### 2.2.1 EM algoritmus

Expectation maximization algoritmus je statistický postup k iterativnímu výpočtu maximálně věrohodnostního odhadu (převzato z [10]). Každá iterace algoritmu se skládá z výpočtu očekávaných hodnot (expectation) následovaného maximalizací (maximization). Odtud také plyne názvem EM algoritmus.

Necht' máme pozorování  $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N\}$  a chceme určit parametry skrytého Markovova modelu pomocí maximální věrohodnosti. Pak věrohodnostní funkci získáme ze sdruženého rozdělení (2.12) marginalizací přes skryté proměnné  $\mathbf{Z}$  jako

$$\mathbb{P}(\mathbf{X}|\Theta) = \sum_{\mathbf{Z}} \mathbb{P}(\mathbf{X}, \mathbf{Z}|\Theta), \quad (2.13)$$

kde  $\Theta$  jsou parametry modelu. Takto vzniklou funkci nelze jednoduše spočítat, jelikož by bylo třeba explicitně sčítat  $N$  proměnných, kde každá má  $K$  stavů, což odpovídá  $K^N$  prvků. Výhodou EM algoritmu je, že výpočetní náročnost roste pouze lineárně a proto je hojně používán k výpočtu parametrů tohoto modelu [9].

Na začátku je třeba provést počáteční volbu parametrů, kterou označíme jako  $\Theta^{old}$ . Následuje tzv.  $E$  krok, kde vezmeme tyto parametry a vypočítáme posteriorní rozdělení skrytých proměnných  $\mathbb{P}(\mathbf{Z}|\mathbf{X}, \Theta^{old})$ . Poté toto rozdělení slouží k výpočtu očekávané hodnoty logaritmu věrohodnostní funkce, jako funkce parametrů  $\Theta$ . Toto vzniklou funkci označíme jako  $Q(\Theta, \Theta^{old})$  a definujeme jí vzorcem

$$Q(\Theta, \Theta^{old}) = \sum_{\mathbf{Z}} \mathbb{P}(\mathbf{Z}|\mathbf{X}, \Theta^{old}) \ln \mathbb{P}(\mathbf{X}, \mathbf{Z}|\Theta). \quad (2.14)$$

Pro následující postup je třeba si zavést ještě marginální posteriorní rozdělení skryté proměnné  $z_n$  jako  $\gamma(z_n)$ , sdružené posteriorní rozdělení dvou úspěšných skrytých proměnných  $\xi(z_{n-1}, z_n)$ , podmíněnou pravděpodobnost  $\gamma(z_{n,k})$  a nakonec ještě sdruženou podmíněnou pravděpodobnost  $\xi(z_{n-1,j}, z_{n,k})$ .

$$\gamma(z_n) = \mathbb{P}(z_n|\mathbf{X}, \Theta^{old}) \quad (2.15)$$

$$\xi(z_{n-1}, z_n) = \mathbb{P}(z_{n-1}, z_n|\mathbf{X}, \Theta^{old}) \quad (2.16)$$

$$(2.17)$$

Jelikož střední hodnota náhodné veličiny s alternativním rozdělením je rovna její pravděpodobnosti, tak platí

$$\gamma(z_{n,k}) = \mathbb{E}[z_{n,k}] = \sum_z \gamma(z) z_{n,k} \quad (2.18)$$

$$\xi(z_{n-1,j}, z_{n,k}) = \mathbb{E}[z_{n-1,j} z_{n,k}] = \sum_z \gamma(z) z_{n-1,j} z_{n,k}. \quad (2.19)$$

Když nyní dosadíme (2.12) do (2.14) a využijeme definic  $\gamma$  a  $\xi$ , obdržíme

$$Q(\Theta, \Theta^{old}) = \sum_{k=1}^N \gamma(z_{1,k}) \ln \pi_k + \sum_{n=2}^N \sum_{j=1}^K \sum_{k=1}^K \xi(z_{n-1,j}, z_{n,k}) A_{j,k} + \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K \gamma(z_{n,k}) \ln \mathbb{P}(\mathbf{x}_n|\theta_k). \quad (2.20)$$

Hodnoty  $\gamma(z_n)$  a  $\xi(z_{n-1}, z_n)$  lze spočítat Forward Backward algoritmem, viz kapitola 13.2.2 v [9]. Cílem prvního kroku algoritmu je nalezení právě těchto hodnot a sestavení (2.20).

V druhém kroce je zapotřebí maximalizovat funkci (2.20) podle parametrů  $\Theta = \{\pi, \mathbb{A}, \theta\}$ , kde hodnoty  $\gamma(z_n)$  a  $\xi(z_{n-1}, z_n)$  budeme pokládat za konstanty. S použitím lagrangeových multiplikátorů s vazbami  $\sum_j \pi_j = 1$ ,  $\sum_j A_{i,j} = 1$  pak dostaneme

$$\pi_k = \frac{\gamma(z_{1,k})}{\sum_{j=1}^K \gamma(z_{1,j})} \quad (2.21)$$

$$A_{j,k} = \frac{\sum_{n=2}^N \xi(z_{n-1,j}, z_{n,k})}{\sum_{l=1}^K \sum_{n=2}^N \xi(z_{n-1,l}, z_{n,l})}. \quad (2.22)$$

Pokud budeme uvažovat, že pozorované proměnné  $\mathbf{x}_n$  mají Gaussovy emisní pravděpodobnosti tzn.  $\mathbb{P}(\mathbf{x}|\theta_k) = \mathcal{N}(\mathbf{x}|\boldsymbol{\mu}_k, \boldsymbol{\Sigma}_k)$ , pak tyto posledními parametry lze dopočítat jako

$$\boldsymbol{\mu}_k = \frac{\sum_{n=1}^N \gamma(z_{n,k}) \mathbf{x}_n}{\sum_{n=1}^K \gamma(z_{n,k})} \quad (2.23)$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_k = \frac{\sum_{n=1}^N \gamma(z_{n,k}) (\mathbf{x}_n - \boldsymbol{\mu}_k)(\mathbf{x}_n - \boldsymbol{\mu}_k)^T}{\sum_{n=1}^K \gamma(z_{n,k})}. \quad (2.24)$$

Tyto dva kroky EM algoritmu budeme postupně opakovat než docílíme konvergence. Nyní, když jsme schopni vypočítat všechny parametry, můžeme přejít k hledání nejpravděpodobnější posloupnosti skrytých stavů, které odpovídají stavům plazmatu.

### 2.2.2 Viterbiho algoritmus

Tento algoritmus navrhl Andrew Viterbi, již v roce 1967 [11], za účelem dekodování konvolučních kódů, jež se používají nejen v mobilních sítích, ale také ke komunikaci se satelity a sondami ve vesmíru. V současnosti se používá k rozpoznávání a syntéze řeči, vyhledávání klíčových slov, v bioinformatice nebo, což je pro nás nejdůležitější, k hledání nejpravděpodobnějších posloupností stavů Markovského procesu.

V nejobecnější podobě se na Viterbiho algoritmus můžeme dívat jako na řešení problému maximálního a posteriorního pravděpodobnostního odhadu posloupnosti skrytých stavů konečného diskrétního Markova procesu [12]. Tento problém je formálně identický s problémem hledání nejkratší cesty grafem. Posloupnost pozorování  $\mathbf{X}$  každé cesty může být určena jako délka úměrná  $-\ln \mathbb{P}(\mathbf{Z}, \mathbf{X})$ , kde  $\mathbf{Z}$  je sekvence stavů spojená s příslušnou cestou. Tento poznatek nám dovoluje řešit problém hledání posloupnosti stavů, pro které je

$$\mathbb{P}(\mathbf{Z}, \mathbf{X}) = \mathbb{P}(\mathbf{Z}|\mathbf{X})\mathbb{P}(\mathbf{X}) \quad (2.25)$$

maximální, jako problém hledání cesty jejíž délka

$$-\ln \mathbb{P}(\mathbf{Z}, \mathbf{X}) = -\ln \mathbb{P}(\mathbf{Z}|\mathbf{X}) - \ln \mathbb{P}(\mathbf{X}) \quad (2.26)$$

je minimální. Poněvadž  $\ln \mathbb{P}(\mathbf{Z}, \mathbf{X})$  je monotonní funkcí  $\mathbb{P}(\mathbf{Z}, \mathbf{X})$  a každá cesta odpovídá právě jedné posloupnosti stavů, pak díky platnosti Markovy vlastnosti můžeme přepsat  $\mathbb{P}(\mathbf{Z}, \mathbf{X})$  jako

$$\mathbb{P}(\mathbf{Z}, \mathbf{X}) = \mathbb{P}(\mathbf{X}|\mathbf{Z})\mathbb{P}(\mathbf{Z}) = \mathbb{P}(z_1) \left[ \prod_{n=2}^N \mathbb{P}(z_n|z_{n-1}) \right] \prod_{n=1}^N \mathbb{P}(x_n|z_n), \quad (2.27)$$

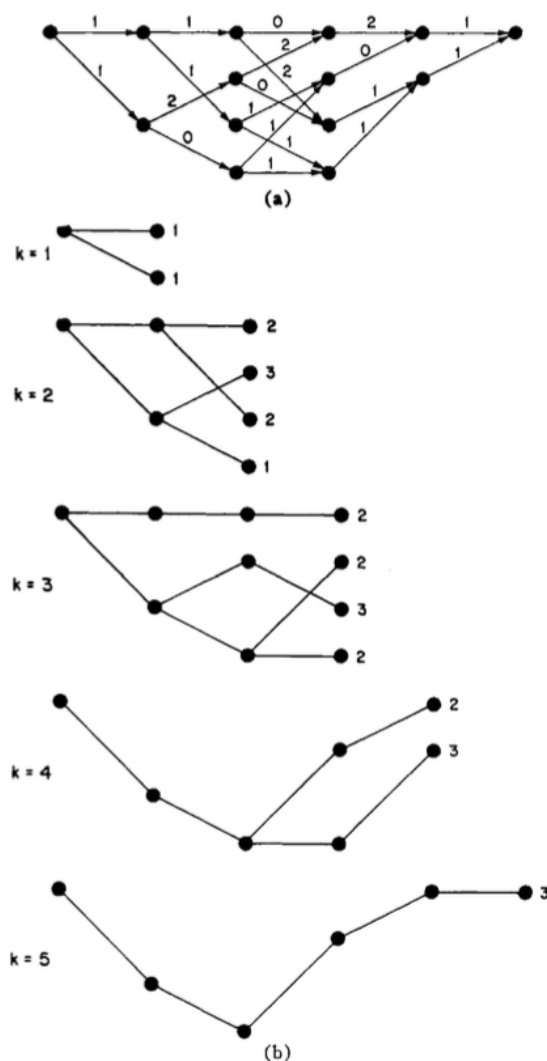
kde všechny podmíněné pravděpodobnosti jsme již vypočítali pomocí EM algoritmu.

Po zlogaritmování (2.27) můžeme vidět, že celková délka cesty odpovídající libovolnému  $\mathbf{Z}$  je

$$-\ln \mathbb{P}(\mathbf{Z}, \mathbf{X}) = \left[ \sum_{n=2}^N -\ln \mathbb{P}(z_n|z_{n-1}) - \ln \mathbb{P}(x_n|z_n) \right] - \ln \mathbb{P}(z_1) - \ln \mathbb{P}(x_1|z_1), \quad (2.28)$$

kde  $-\ln \mathbb{P}(z_n|z_{n-1}) - \ln \mathbb{P}(x_n|z_n)$  je délka přechodu ze  $z_{n-1}$  do  $z_n$ .

Ve chvíli, kdy jsme našli nejpravděpodobnější cestu, a tím pádem i združené rozdělení  $\mathbb{P}(\mathbf{Z}, \mathbf{X})$ , potřebujeme už jen nalézt posloupnost stavů odpovídající této cestě pomocí rekurze.



Obr. 2.4: (a) Mřížový diagram s délkami přechodů.  $k$  (počet kroků) = 5. (b) Rekurzivní hledání nejkratší cesty pomocí Viterbiho algoritmu. [12]

Jednou z největších předností Viterbiho algoritmu je jeho efektivita. Jelikož počet možných cest roste exponenciálně s délkou procesu, je tak pro většinu algoritmů výpočetně velice náročný a v některých případech i nemožný. To ovšem neplatí pro tento algoritmus, neboť výpočetní náročnost Viterbiho algoritmu roste pouze lineárně s délkou procesu (viz str. 629 v [9]).

Nyní si předvedeme na příkladu, jak přesně algoritmus funguje. Uvažujme graf viz Obr. 2.4. Každý bod představuje jeden stav a každý sloupec reprezentuje jeden časový okamžik (přechod od jednoho sloupce do druhého je právě jeden krok procesu). Šipky mezi stavy jsou možné přechody a čísla nad nimi značí délku cesty mezi stavy ( $= -\ln \mathbb{P}(z_i|z_{i-1}) - \ln \mathbb{P}(x_i|z_i)$ ). Potřebujeme najít nejkratší (nejpravděpodobnější) cestu grafem. Začneme v bodě úplně nalevo (1. sloupec), potřebujeme dojít do bodu úplně vpravo. Podíváme se do tedy druhého sloupce, v něm se nachází dva možné stavy. Hledáme nejkratší cestu do každého z nich, ale jelikož do obou z nich vede pouze jedna cesta, je také tou nejkratší. Přejdeme tedy k dalšímu kroku a podíváme se na třetí sloupec. V němž jsou čtyři stavy a opět do nich vede jen jedna cesta. Zajímavější případ nastává tedy až při třetím kroku ve čtvrtém sloupci. V němž jsou opět čtyři stavy, ale vede do nich i více cest. Podíváme se tedy na horní stav v tomto sloupci a hledáme nejkratší cestu, jež do něj vede. Je patrné, že je to cesta přes horní bod druhého sloupce s délkou 2 ( $= 1 + 1 + 0$ ). Stejně to provedeme i u všech stavů v tomto sloupci. Finální cesty do těchto stavů jsou vyobrazeny na čtvrtém obrázku odshora. Tento postup poté opakujeme u dalších sloupců, až nakonec získáme nejkratší cestu mezi prvním a posledním sloupcem, viz poslední obrázek. Spolu s touto cestou jsme obdrželi také nejpravděpodobnější posloupnost stavů.

## 2.3 K-means Clustering

K-means clustering je algoritmus příslušící k učení bez učitele [9], který se používá v případě, že chceme zpracovat neoznačená data, tzn. nemáme předem definované skupiny či kategorie. Právě hlavním cílem algoritmu je najít tyto skupiny.

Předpokládejme, že máme  $N$  pozorování  $(x_1, \dots, x_N)$  náhodné  $R$  rozměrné veličiny  $X$  a chceme je rozdělit do  $K$  shluků. Pod pojmem shluk budeme rozumět skupinu bodů, jejichž vzájemné vzdálenosti jsou mnohem menší v porovnání se vzdálenostmi k bodům vně skupiny. Dále je pak potřeba zavést si centroidy  $\phi_j$ , kde  $j \in 1, \dots, K$ . Tyto centroidy jsou vektory představující středy našich shluků. Pokud všechny tyto vektory známe, můžeme na základě vzdáleností bodů od jednotlivých středů dopočítat hledané shluky, neboť body přísluší do shluku jehož střed je mu nejbližší. Naším cílem se tedy nyní stává nalezení množiny  $\{\phi_j\}$ , tak aby bylo splněno, že součet čtverců vzdáleností každého bodu shluku k nejbližšímu vektoru  $\phi_j$  je minimální. Jinými slovy, potřebujeme minimalizovat účelovou funkci  $\rho$  definovanou jako

$$\rho = \sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^K b_{n,j} \|x_n - \phi_j\|^2, \quad (2.29)$$

kde proměnné  $b_{n,j} \in \{0, 1\}$  příslušící každému bodu  $x_n$  indikují, zda tento bod patří  $j$ -tému shluku nebo nikoli. Pokud ano,  $b_{n,j}$  je rovno 1, v opačném případě nabývá  $b_{n,j}$  hodnoty 0. Minimálního  $\rho$  lze dosáhnout pomocí dvoufázového iteračního procesu, ve kterém dochází k postupné minimalizaci účelové funkce, dokud nenastane konvergence. Nejprve vybereme, nejlépe náhodně, počáteční vektory  $\phi_j$ . V první fázi bereme  $\phi_j$  jako fixní a minimalizovat budeme s ohledem na  $b_{n,j}$ . Jelikož  $\rho$  je vůči  $b_{n,j}$  lineární a pro rozdílná  $n$  jsou  $b_{n,j}$  nezávislé, můžeme je minimalizovat pro každé  $n$  zvlášť. Jednoduše bereme  $b_{n,j}$  následně

$$b_{n,j} = \begin{cases} 1 & \text{pokud } \operatorname{argmin}_m \|x_n - \phi_m\|^2 = j \\ 0 & \text{jinde.} \end{cases} \quad (2.30)$$

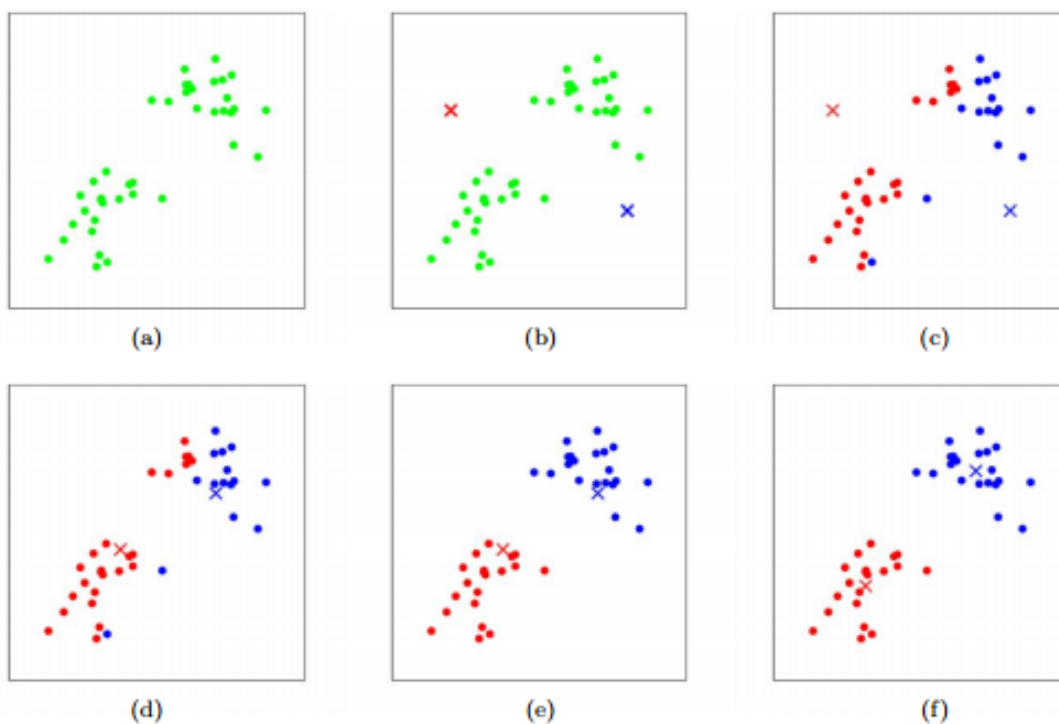
V druhé fázi je naopak  $b_{n,j}$  pevné a minimalizujeme s ohledem na  $\phi_j$ . Proto zderivujeme funkci  $\rho$  podle  $\phi_j$  a tuto derivaci položíme rovnu 0, tzn.

$$2 \sum_{n=1}^N b_{n,j}(\mathbf{x}_n - \phi_j) = 0. \quad (2.31)$$

Načež po osamostatnění  $\phi_j$ . získáváme konečný tvar

$$\phi_j = \frac{\sum_{n=1}^N b_{n,j} \mathbf{x}_n}{\sum_{n=1}^N b_{n,j}}, \quad (2.32)$$

kde jmenovatel představuje celkový počet bodů patřících do  $j$ -tého shluku. Vzorec (2.32) lze ovšem interpretovat také jako střední hodnotu (anglicky: mean) všech bodů příslušících do shluku  $j$ , odtud plyne i název "K-means".



Obr. 2.5: Vizualizace algoritmu K-means. Tréninková data jsou vyobrazena jako tečky a středy shluků jako křížky. Na obrázku (a) jsou vykreslena původní data. V (b) je možné vidět náhodně vybrané počáteční středy a (c) – (f) ilustrují úvodní dvě iterace algoritmu. [13]



## Kapitola 3

# Praktická část - popis experimentů

V této kapitole se budeme zabývat praktickou částí, ve které si nejdříve představíme příznaky, bez kterých by algoritmy strojového učení nefungovaly. Dále budou uvedeny tři hlavní experimenty nejdříve na syntetických datech a později i na reálných. Všechny tyto experimenty byly programovány v jazyce Python za použití knihoven numpy, numba, matplotlib, scipy a hmmlearn. Ostatní funkce včetně výpočtů příznaků byly implementovány autorem této práce.

### 3.1 Příznaky (Features)

Ve strojovém učení a rozpoznávání vzorů se pod pojmem "příznak" (feature) rozumí individuální měřitelná vlastnost nebo charakteristika pozorovaného jevu. Výběr těchto příznaků je naprosto zásadní pro efektivní rozpoznávací, regresní a klasifikační algoritmy. Čím relevantnější a charakterističtější příznak, tím lépe jsme schopni docílit větší přesnosti modelu. Na druhou stranu vynechání zbytečných, případně méně důležitých příznaků zase snižuje složitost modelu a urychluje jeho trénink. Nejčastější forma příznaku je číselná hodnota, avšak při rozpoznávání syntetických vzorků se hojně používají i písmena, slova nebo grafy.

Selekci těchto příznaků je možné demonstrovat na následujícím příkladu. Předpokládejme, že bychom chtěli předvídat typ domácího mazlíčka, jež si někdo koupí.

Do příznaků můžeme zahrnout například věk osoby, pohlaví, jméno, bydlení (byt, dům, ...), rodinný příjem, vzdělání a počet dětí. Je zřejmé, že většina těchto příznaků nám může při předvídaní pomoci, ale některé jako třeba vzdělání nebo jméno jsou zjevně méně důležité.

jméno	věk	pohlaví	bydlení	příjem	počet dětí	vzdělání
Karel	25	muž	byt	30.000	0	středoškolské
Petr	30	muž	dům	45.000	2	vysokoškolské
Jana	42	žena	byt	23.000	1	základní
Miloš	51	muž	dům	29.000	1	středoškolské

...

Tabulka 3.1: Vzorová tabulka příznaků k demonstračnímu příkladu

#### 3.1.1 První a druhá derivace

Prvním příznakem použitým při klasifikaci je první derivace. Jelikož jsou k dispozici pouze jednotlivé ekvidistantně vzdálené body, nelze použít analytický vzorec pro derivace funkce  $f(x) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , tedy

konkrétně

$$\frac{df(x)}{dx} = f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}. \quad (3.1)$$

Namísto toho se musí počítat numericky, a to za použití centrální difference druhého řádu pomocí (3.2) a v krajních bodech pomocí jednostranných diferencí prvního nebo druhého řádu (3.3).

$$\hat{f}'_k = \frac{f(x_{k+1}) - f(x_{k-1}))}{2\Delta} \quad (3.2)$$

$$\hat{f}'_0 = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{\Delta} \quad \text{a} \quad \hat{f}'_n = \frac{f(x_n) - f(x_{n-1}))}{\Delta}, \quad (3.3)$$

kde  $\Delta$  je délka kroku

Dalším použitým příznakem je druhá derivace, kterou lze je snáze získat použitím výše zmíněných vzorců (3.2) a (3.3) na již jednou zderivovaný signál.

### 3.1.2 Savitzky-Golay filtr

Na obrázku 1.3 v první kapitole bylo možné vidět, že data získaná z detektoru jsou zatížena velkým šumem. Proto je vhodné pokusit se tento signál nějak vyhladit. Za tímto účelem byl mezi příznaky vybrán Savitzky-Golay filtr, jež je digitálním filtrem dobře přizpůsobeným pro vyhlazování dat. S-G filtry byly zpočátku použity k zobrazení relativních šířek a výšky spektrálních čar v zašuměných spektrometrických datech (převzato z [14]).

Digitální filtr aplikovaný na stejnoměrně rozložená data, tzn.  $f_i = f(t_i)$ , kde  $f_i \in \mathbb{R}$ ,  $t_i = t_0 \cdot \Delta$ ,  $i \in \mathbb{Z}$  a  $\Delta$  je konstanta, nahrazující každou hodnotu  $f_i$  hodnotou  $g_i$ , jež je lineární kombinací určitého počtu nejbližších sousedů bodu  $f_i$ ,

$$g_i = \sum_{n=-n_L}^{n_R} c_n f_{i+n} = (\mathbf{c} * \mathbf{f})_i, \quad (3.4)$$

kde  $\mathbf{c}$  jsou tzv. konvoluční koeficienty,  $n_L$  je počet použitých bodů vlevo,  $n_R$  vpravo a symbolo  $*$  značí konvoluci.

Hlavní myšlenou S-G filtru je aproximace funkce uvnitř pohybujícího se okna pomocí polynomu namísto konstanty. Pro každou hodnotu  $f_i$  proložíme všech  $n_L + n_R + 1$  bodů, uvnitř pohyblivého okna, polynomem pomocí metody nejmenších čtverců a položíme hodnotu  $g_i$  rovnu polynomu na  $i$ -té pozici. Jelikož nevyužíváme hodnoty polynomu v jiných bodech, měli bychom tedy pro  $f_{i+1}$  udělat celou proceduru znovu. Naštěstí díky tomu, že metoda nejmenších čtverců pro výpočet využívá pouze lineární maticovou inverzi a koeficienty proloženého polynomu jsou sami o sobě také lineární, můžeme veškeré prokládání vypočítat dopředu a pomocí binárního vektoru lze pak vše dopočítat lineární kombinací.

Potřebujeme tedy proložit polynom řádu  $M$  konkrétně  $b_0 + b_1 i + \dots + b_M i^M$  hodnotami  $f_{-n_L}, \dots, f_{n_R}$ . Matice pro metodu nejmenších čtverců má tvar

$$B_{ij} = i^j \quad i = -n_L, \dots, n_R \quad \text{a} \quad j = 0, \dots, M \quad (3.5)$$

vektor koeficientů polynomu  $\mathbf{b}$  lze pak vypočítat jako

$$\mathbf{b} = (\mathbf{B}^T \cdot \mathbf{B})^{-1} \cdot (\mathbf{B}^T \cdot \mathbf{f}). \quad (3.6)$$

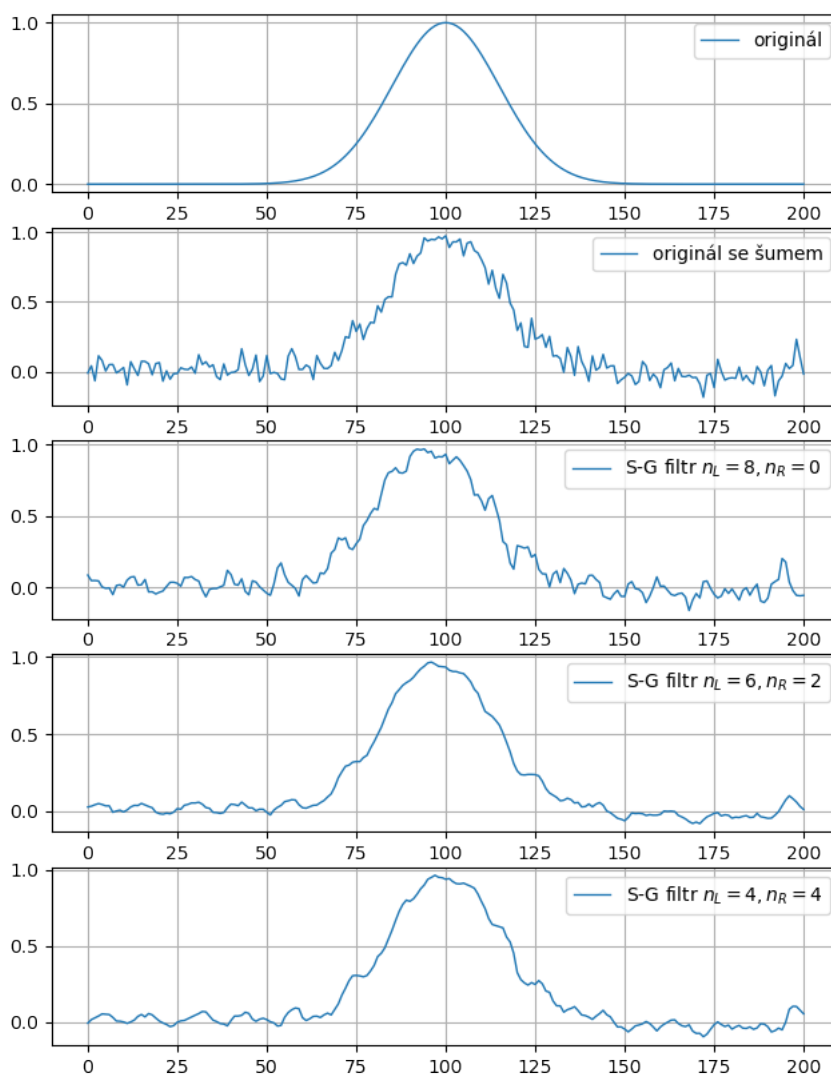
Nakonec vypočítáme i vektor koeficientů  $\mathbf{c}$  pomocí

$$\mathbf{c} = (\mathbf{B}^T \cdot \mathbf{B})^{-1} \cdot \mathbf{B}^T \quad (3.7)$$

a po dosazení zpět do (3.4) získáváme konečně vyhlazenou funkci  $g_i$ .

S-G filtr je pro řešení našeho problému výhodný také z důvodu, že po mírné úpravě lze takto počítat i vyhlazené derivace signálu. Tato úprava sočívá v záměně derivace funkce  $f$  za derivaci polynomu a to díky vlastnosti konvoluce

$$(c * f') = (c' * f). \quad (3.8)$$



Obr. 3.1: Savitzky-Golay filtr aplikovaný na gaussovu křivku s délkou okna 9 ( $n_L + n_R + 1 = 9$ ). Na obrázcích je patrné, že posunutím bodu, v němž probíhá aproximace, balancujeme mezi zpožděním a velikostí šumu.

### 3.1.3 Klouzavý průměr

Dalším vybraným příznakem je klouzavý průměr. Klouzavý průměr je diskretní lineární filtr s konečnou dobou odezvy, který slouží k vyhlazení signálu. Nadále ho budeme značit jako  $\tilde{X}_t$ . Necht' máme vektor naměřených hodnot  $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ , pak definuji klouzavý průměr pro  $t \in 1, 2, \dots, n$  jako

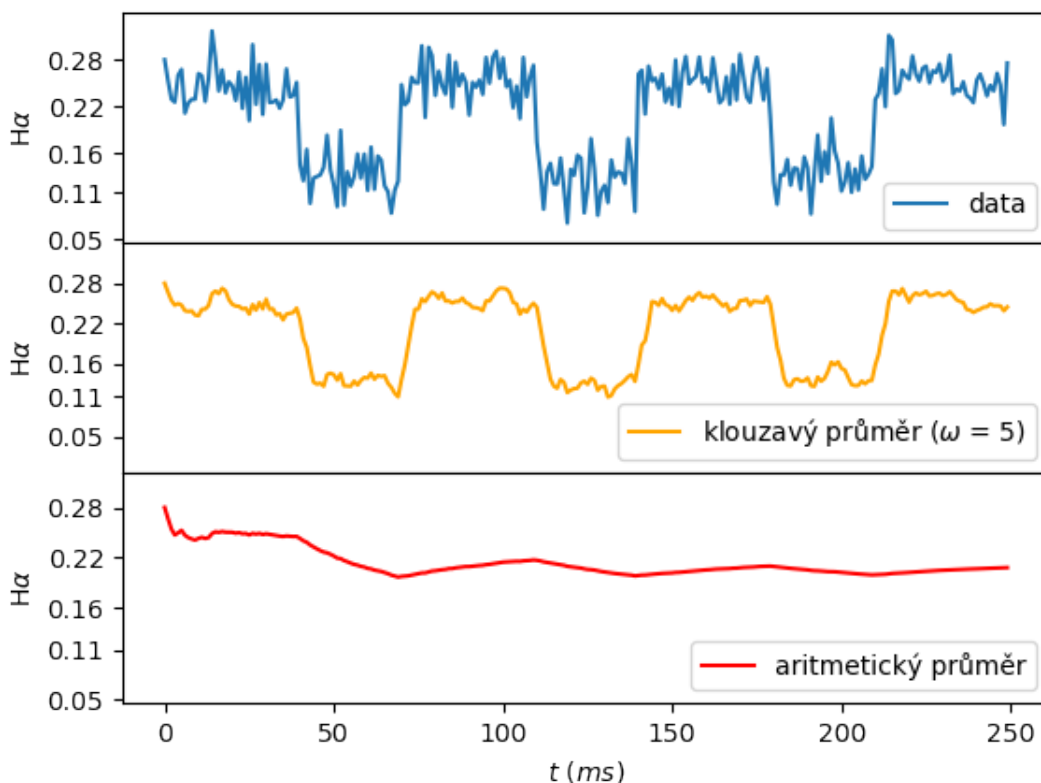
$$\tilde{X}_t = \frac{1}{\tilde{\omega}} \sum_{k=t-\tilde{\omega}}^t x_k, \quad (3.9)$$

kde  $\tilde{\omega} = \min\{\omega, t\}$ , přičemž  $\omega$  je délka okna (doba odezvy). Pak vektor  $\tilde{\mathbf{X}} = (\tilde{X}_1, \tilde{X}_2, \dots, \tilde{X}_n)$  je klouzavý průměr vektoru  $\mathbf{X}$ .

Ve skutečnosti se jedná o standartní aritmetický průměr (3.10), jež je aplikovaný pouze na úsek dat konečné délky.

$$\bar{X}_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k, \quad (3.10)$$

Mezi příznaky byl vybrán, protože předpokládáme, že okamžitá hodnota je závislá na předchozích datech. Důvod, proč využíváme jen konečně dlouhý úsek předcházejících hodnot je ten, že ze zákona velkých čísel aritmetický průměr konverguje ke střední hodnotě, a tedy ke konstantě. To znamená, že postupem času budou mít rozdílná data v odlišných stavech stejnou hodnotu příznaku. Z čehož plyne, že takovýto příznak by jen zkresloval výsledek a nepřinášel žádnou užitečnou informaci viz Obr. 3.2.



Obr. 3.2: Rozdíl mezi klouzavým a aritmetickým průměrem aplikovaným na syntetická data

### 3.1.4 Exponenciální klouzavý průměr

Již dříve jsme se zmínili, že předpokládáme závislost na předchozích hodnotách. Nicméně je zřejmé, že hodnoty naměřené s velkým časovým rozestupem od sebe mají mnohem menší vliv než ty, jež jsou naměřeny bezprostředně za sebou. Proto dalším vybraným příznakem je exponenciální klouzavý průměr  $S_t$ .

Nechť  $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  je vektor naměřených hodnot, pak definuji váhový součet zleva pro  $t \in 1, 2, \dots, n$  jako

$$S_t = \frac{1}{\tilde{\omega}} \sum_{k=t-\tilde{\omega}}^t g_{t-k} \cdot x_k, \quad (3.11)$$

kde  $\tilde{\omega} = \min\{\omega, t\}$ ,  $\omega$  je délka okna a  $g_m$  je váhová funkce tvaru  $g_m = \gamma^m$ , přičemž  $\gamma \in (0, 1)$ . Pak vektor  $\mathbf{S} = (S_1, S_2, \dots, S_n)$  je exponenciální klouzavý průměr vektoru  $\mathbf{X}$ . Díky exponenciální váhové funkci  $g_m$ , jsme tedy schopni snížit důležitost více vzdálených dat, což byl náš záměr.

### 3.1.5 Klouzavý rozptyl

Ve statistice a teorii pravděpodobnosti se pod pojmem rozptyl rozumí střední hodnota kvadrátu odchylky od střední hodnoty náhodné veličiny. Bývá reprezentován symbolem  $Var(X)$  nebo  $\sigma^2$  a definován vzorcem

$$Var(X) = E[(X - E[X])^2] \quad (3.12)$$

pro stejně rozdělené diskrétní náhodné veličiny  $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  můžeme tento vzorec přepsat do tvaru

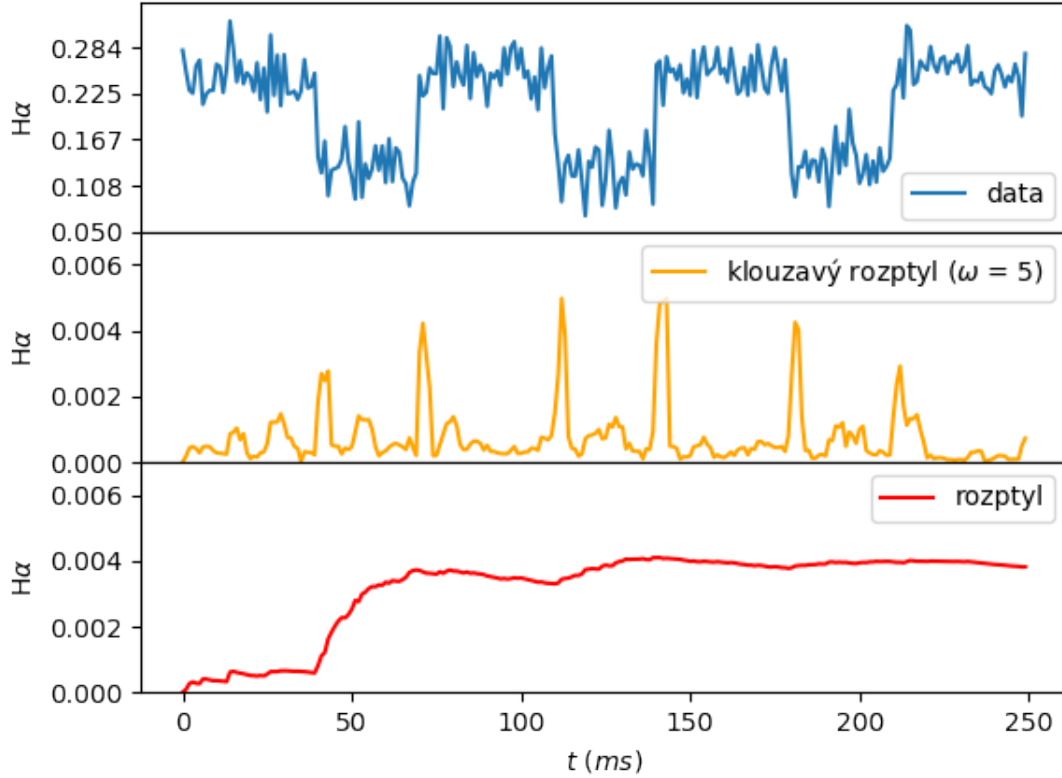
$$Var(X) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{X}_n)^2. \quad (3.13)$$

Bohužel, rozptyl nemůžeme jako příznak použít ze stejného důvodu jako aritmetický průměr, protože s postupem času bude různým stavům přiřazovat stejnou hodnotu. Proto zde využijeme místo aritmetického průměru již dříve definovaný klouzavý průměr a výslednou veličinu budu dále nazývat klouzavým rozptylem a značit  $D_t$ .

Nechť  $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  je vektor naměřených hodnot, pak definuji klouzavý rozptyl pro  $t \in 1, 2, \dots, n$  jako

$$D_m = \frac{1}{\tilde{\omega}} \sum_{k=t-\tilde{\omega}}^t (x_k - \tilde{X}_t)^2, \quad (3.14)$$

kde  $\tilde{\omega} = \min\{\omega, t\}$ ,  $w$  je opět délka okna a  $\tilde{X}_t$  je klouzavý průměr (3.9). Pak vektor  $\mathbf{D} = (D_1, D_2, \dots, D_n)$  je klouzavý rozptyl vektoru  $\mathbf{X}$ .



Obr. 3.3: Rozdíl mezi klouzavým a normálním rozptylem aplikovaným na syntetická data

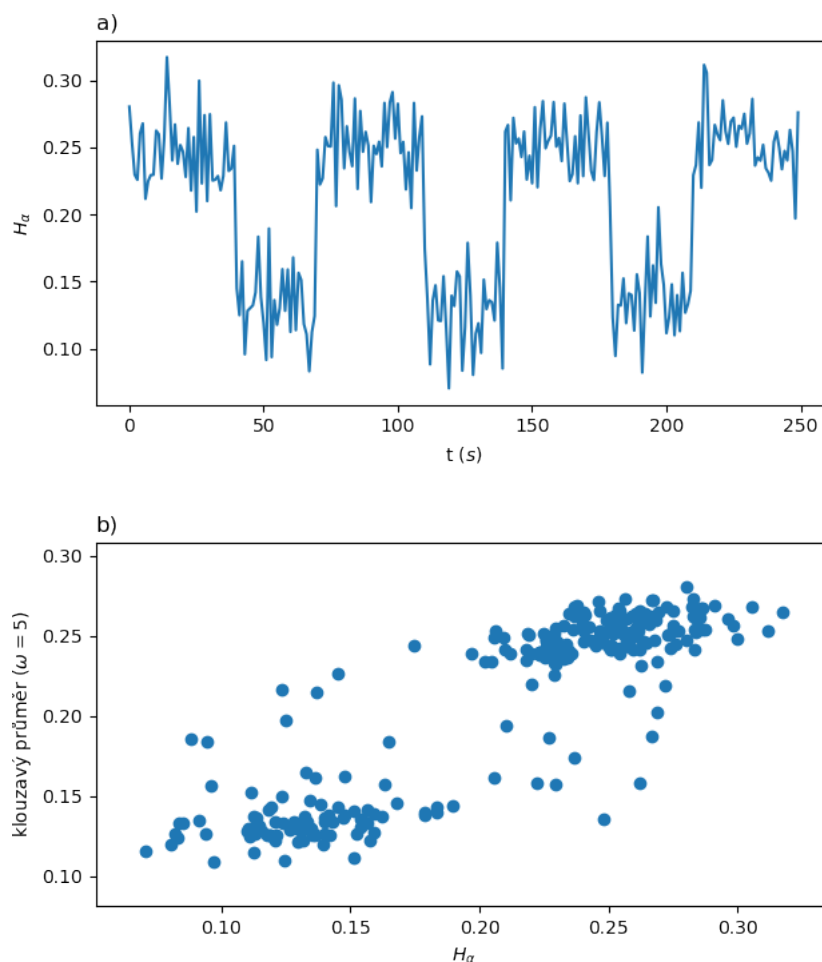
### 3.2 Experiment na syntetických datech

V této podkapitole se budeme zabývat prvním experimentem, a to porovnáním skrytého Markovova modelu se shlukovou metodou K-means na syntetických datech. Hlavním účelem tohoto experimentu je vyzkoušet obě metody na snadněji rozpoznatelných datech, otestování správného fungování všech funkcí a v neposlední řadě odstranění případných závažných chyb.

Skrytý Markovův model budeme v tuto chvíli používat ve formě učení bez učitele. Využijeme k tomu knihovnu `hmmlearn` [15]. Při všech našich experimentech budeme předpokládat, že příznaky mají ve všech stavech Gaussovo rozdělení. Díky tomu lze tento model popsat pomocí vzorce (2.9) a navíc můžeme využít předimplementovanou třídu `GaussianHMM`, která při výpočtu skrytého Markovova modelu využívá právě toho, že jsou emisní pravděpodobnosti gaussovske. Abychom tento model mohli korektně použít, musíme si uvědomit, co vlastně chceme počítat. Naším úkolem je učit tři stavy plazmatu v tokamaku (H-mód, L-mód, ELM). Tyto tři stavy budou reprezentovány třemi skrytými stavy  $z_1, z_2$  a  $z_3$ . Vektory  $\mathbf{x}_n = (x_n, f'_n, f''_n, \widehat{X}_n, S_n, D_n)$  jsou vektory příznaků, kde každá složka vektoru odpovídá hodnotě jednoho příznaku v bodě  $n$ .

V případě metody K-means nejsou třeba žádné dodatečné předpoklady kromě jediného, a to, že se data dají rozdělit do shluků. Tato metoda se dá úspěšně použít jen ve chvíli, kdy známe počet hledaných shluků. V našem případě to ovšem není problém, protože budeme hledat přesně tři shluky, jeden pro každý stav. Dalo by se namítat, že tato metoda se nehodí k práci s časovými řadami, protože časovou

řadu nelze rozdělit do shluků. Nicméně, na Obr. 3.4 b) je vidět, že když pomineme časovou složku signálu, na osu  $x$  vyneseme záření  $H_\alpha$  a na osu  $y$  například klouzavý průměr, pak vzniknou dva shluky, se kterými si K-means snadno poradí.



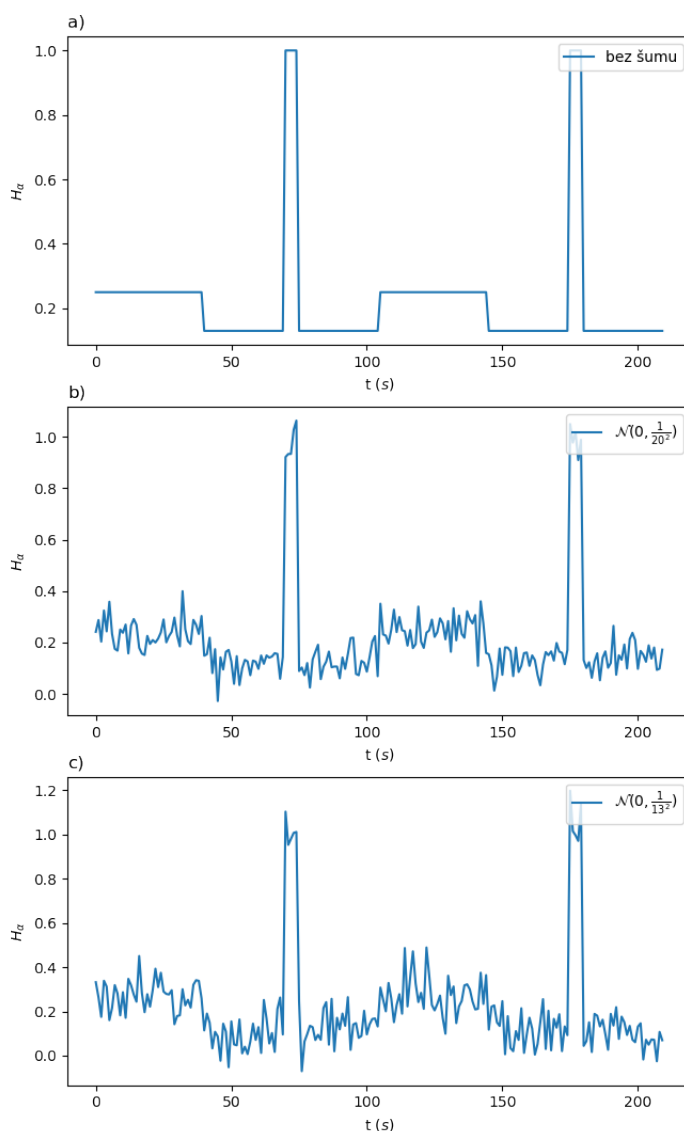
Obr. 3.4: Na obrázku a) je vyobrazen syntetický signál se dvěma stavy a na obrázku b) je tento signál bez časové složky.

Pro tento experiment jsme vytvořili jednoduchý syntetický signál se třemi stavy Obr. 3.5 a), na který aplikujeme Gaussovský bílý šum. Gaussovský bílý šum je statistický šum, který má hustotu pravděpodobnosti odpovídající normálnímu rozdělení  $\mathcal{N}(0, 1)$  [16]. Jelikož se velikost toho šumu ukázala pro naše data příliš vysoká, bylo třeba šum trochu zmenšit. Využívat budem tedy šum s rozptylem  $\sigma_1 = \frac{1}{20}$  a  $\sigma_2 = \frac{1}{13}$  viz Obr. 3.5.

Poté budeme na těchto datech testovat následující příznaky: první derivace, druhá derivace, klouzavý průměr, exponenciální klouzavý průměr a klouzavý rozptyl. Chtěli bychom najít nejlepší kombinaci těchto příznaků spolu s takovou délkou okna ( $\omega$ ), abychom měli co největší přesnost.

Během tohoto experimentu byla objevena jedna velká nevýhoda učení bez učitele. Problém vyvstal ve chvíli, kdy jsme chtěli porovnat výsledky obou metod se skutečným řešením. Metody pracující bez učitele si na počátku každého tréninku potřebují inicializovat skupiny, do nichž budou později rozdělovat data, a poněvadž jsou tyto skupiny voleny náhodně, tak jsou pokaždé očíslovány jinak. Předpokládejme,

že ve skutečném řešení jsou stavy číslovány následovně L-mód = 1, H-mód = 0 a ELM = 2. Od výstupu metody bychom tedy očekávali, že nám bude tyto stavy číslovat stejně, ale to není možné. Jelikož metodě nesdělujeme do jaké skupiny který bod patří, tak šance, že budou tyto stavy očíslovány správně, je 1 ku 6. A to je právě zásadní problém při ověřování výsledků, protože se může stát, že body jsou roztrženy do skupin správně, ale přesnost je nulová. Tento problém byl vyřešen pomocí funkce "srovnej", která vyzkouší všechny permutace, jež mohou nastat (0, 1, 2; 1, 0, 2; ...), a vrátí tu s největší přesností.



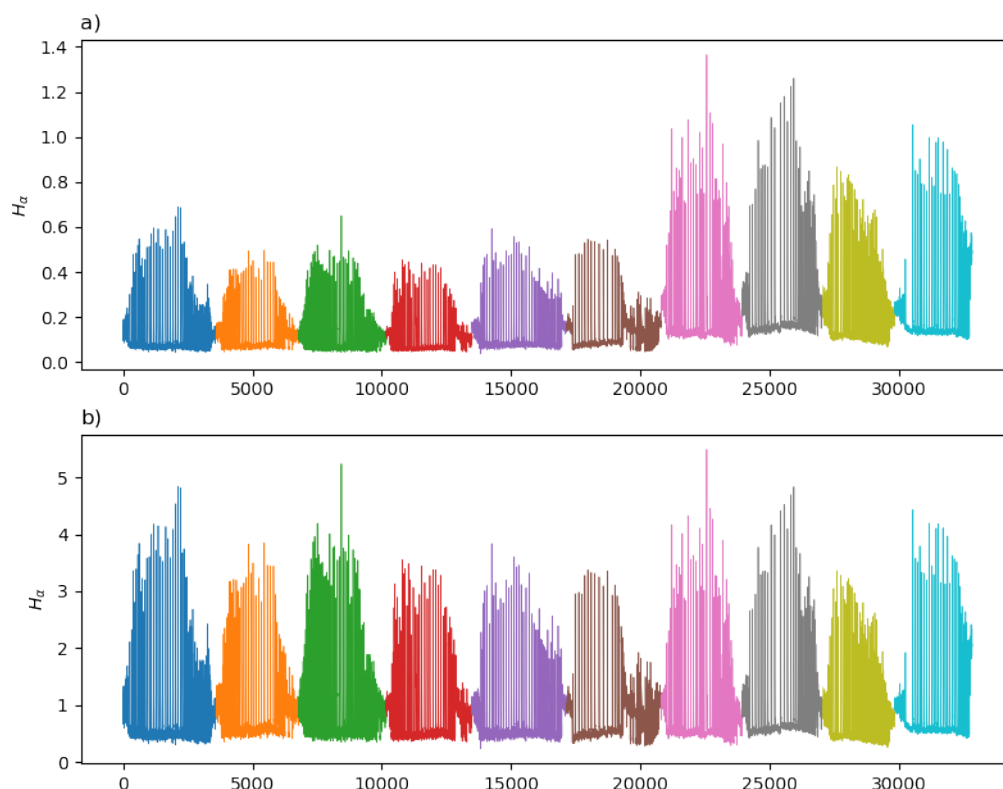
Obr. 3.5: Náhled syntetických signálů použitých při experimentu. Na obrázku a) je základní šablona signálu. Na obrázcích b) a c) je již zašuměný signál s různými velikostmi šumu.



### 3.3 Experiment na reálných datech

V tomto experimentu se budeme opět zabývat porovnáním našich dvou metod s tím rozdílem, že nyní je budeme trénovat a testovat na reálných datech z tokamaku COMPASS a k výpočtu první a druhé derivace bude použit Savitzky-Golay filtr. Skrytý Markovův model bude nejdříve použit bez učitele a později ho modifikujeme k použití ve formě učení s učitelem. Algoritmus K-means bude použit totožným způsobem jako při předchozím experimentu.

Nejprve je potřeba získat data z databáze. Používat budeme data zaznamenávána fotonásobičem. Tyto data jsou však měřena s příliš vysokou frekvencí a pro simulaci výpočtů v reálném čase je tedy třeba jejich podvzorkování (decimace). Poněvadž systém má pouze  $50 \mu s$  na všechny potřebné operace, bude nám stačit vzít každý stý bod původního signálu. Vybírali jsme pouze data, která byla ručně zkontrolována a byla v nich označeny stavy, ve kterých se plazma nacházelo (tj. H-mód, L-mód, ELM), abychom se vyhnuli špatně označeným signálům, jež by mohly ovlivnit výsledky. Poté byly vybrány dva datasety skládající se každý z signálů deseti výstřelů. První dataset je tvořen signály, na kterých jsou hlavně H-módy a ELMy (Obr. 3.6). Druhý dataset obsahuje spíše obecnější data (Obr. 3.7).



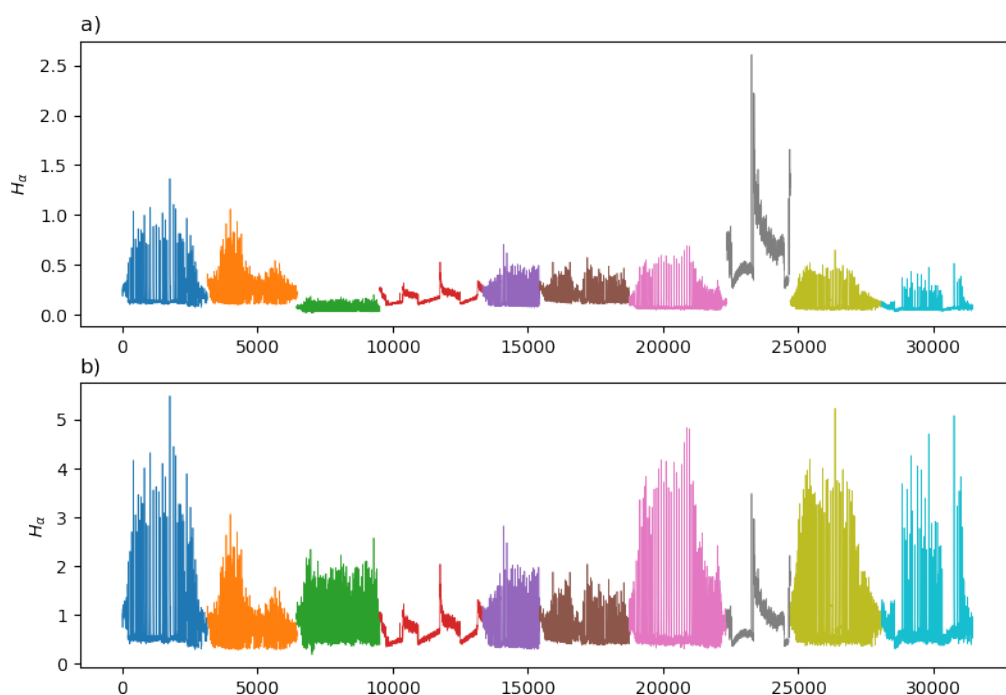
Obr. 3.6: Dataset tvořený signály s velkým počtem H-módů a ELMů. Na obrázku a) jsou signály před normalizací a na obrázku b) jsou signály po normalizaci. (Číslo výstřelů: 15304, 15311, 15312, 15318, 15349, 15364, 15546, 15547, 15578, 15617.)

Poslední důležitý krok, který je třeba s daty udělat, je normalizace, protože naměřená data jsou ovliv-

něna velikostí napětí na fotonásobiči, a proto nemusí mít stejnou škálu. Pokud budou tyto data s odlišnou škálou použita při tréninku, pak s nejvyšší pravděpodobností dojde ke špatnému odhadu parametrů a model bude nepoužitelný.

K normalizaci používáme velmi jednoduchý proces, při kterém spočítáme průměr několika prvních bodů a tímto průměrem pak vydělíme celý signál.

Na rozdíl od předchozího experimentu použijeme více délek oken, na kterých bude možno počítat exponenciální klouzavý průměr a klouzavý průměr. Při testech se ukázalo, že tyto průměry počítané na kratších úsecích zlepšují detekci ELMů a naopak průměry delších oken zase napomáhají hledání H-módů. Přidáním více délek se pokusíme vylepšit schopnost nalezení obou z nich.



Obr. 3.7: Dataset tvořený obecnými signály. Na obrázku a) jsou signály před normalizací a na obrázku b) jsou signály po normalizaci. Při porovnání a) a b) je dobře patrná důležitost normalizace. (Čísla výstřelů: 15546, 13484, 11282, 5823, 15128, 9735, 15304, 16824, 15312, 11733.)

### 3.3.1 Způsob modifikace skrytého Markovova modelu

Z předchozího experimentu na syntetických datech víme, že skrytý Markovův model funguje ve formě bez učitele poměrně dobře. Ovšem byla by škoda nevyužít při klasifikaci i naší předběžnou znalost správných stavů. V knihovně `hmmlearn` není bohužel naimplementována možnost využití této znalosti přímo, jako je to u standardních metod učení s učitelem, kde při tréninku zadáváte uspořádanou dvojici vektoru příznaků a označení skupiny, do které tento vektor patří. To však neznamená, že znalost stavů nelze použít vůbec. Ve třídě `GaussianHMM` se úvodní inicializace parametrů (tj. emisních pravděpodobností, přechodová matice a pravděpodobnosti prvního stavu) provádí náhodně, ale může být také zadána

uživatel. Jelikož víme, do jakého stavu který vektor příznaků patří, není náročné tyto parametry vypočítat dopředu.

Nejdříve roztrídíme tréninkové vektory příznaků podle stavů, poté spočítáme střední hodnotu každého příznaku v daném stavu. Kovarianční matici vytvoříme z jednotkové matice tak, že za diagonální prvky dosadíme rozptyly jednotlivých příznaků. Tímto způsobem získáme tři vektory středních hodnot a tři kovarianční matice odpovídající třem stavům plazmatu. Poslední parametr, který modelu určíme dopředu, je pravděpodobnost prvního stavu. Jelikož všechna data byla oříznuta tak, aby začínala v L-módu, pak pravděpodobnost prvního stavu je rovna 1 pro L-mód a pro ostatní stavy je 0. Při tréninku samozřejmě umožňujeme tyto hodnoty měnit a upravovat, protože se jedná pouze o předběžný odhad. Předpočítání parametrů není ovšem poslední možnost, jak lze model ještě vylepšit. Víme navíc totiž, že ELMy mohou nastávat pouze v H-módu, tzn.  $\mathbb{P}(\text{ELM} \mid \text{L-mód}) = 0$ . Proto po natrénování modelu, ještě před samotnou klasifikací testovacích dat, upravíme tedy ještě přechodovou matici (2.4) tím, že vynulujeme pravděpodobnost výše zmíněného přechodu. Hodnotu, která se na tomto místě nacházela rovnoměrně rozdělíme a přičteme ke zbylým prvkům na řádku tak, aby  $\sum_j A_{i,j} = 1$ .

Díky této modifikaci nyní odpadá i nepříjemná povinnost permutovat výstup modelu podle skutečných stavů, protože model bude od této chvíle číslovat stavy podle toho, v jakém pořadí jsme mu je předpočítali. Jediný případ, kdy by se tak nestalo, může nastat pouze, pokud by EM algoritmus zdivergoval od těchto předpočítatelných hodnot, což by se nemělo při správně označených datech stát.

## Kapitola 4

# Výsledky - vyhodnocení experimentů

V této kapitole se budeme zabývat výsledky obou našich experimentů. Nejdříve si předsavíme způsoby, jimiž budeme výsledky vyhodnocovat. Poté budou zhodnoceny experimenty představené v předchozí kapitole.

### 4.1 Způsoby vyhodnocení výsledků

V této podkapitole se budeme věnovat způsobům, jak vyhodnocovat kvalitu námi zvolených metod. Nejčastěji používaná je přesnost (accuracy), jako prvotní orientační náhled na kvalitu modelu je dostačující. Ovšem nelze jí nekompromisně věřit v každé situaci. Z tohoto důvodu budou použity i další metriky, jako precision, recall a F-míra.

#### 4.1.1 Confusion Matrix (matice záměn)

Confusion matrix je ve strojovém učení velmi dobře známa. Jedná se o tabulku s přesně daným rozložením, kterou lze využít k vizualizaci či popisu výkonnosti daného modelu. Dává nám přehled o chybách, kterých se model dopouští a navíc i druh těchto chyb. Využívá se standartně při učení s učitelem, kde jsou k dispozici označená data.

Nejprve je třeba vybrat testovací data, u kterých jsou nám známy labely. Na tyto data je následně aplikován již natrénovaný model. Výstup je pak porovnán s těmito labely a zaznamenán právě do confusion matrix. Z ní jsme pak schopni vypočítat většinu výkonnostních metrik. Confusion matrix  $\mathbb{C}$  má pro  $K$  stavů rozměry  $K \times K$  a diagonální prvky  $C_{i,i}$ , kde  $i \in \{0, 1, 2, \dots, K-1\}$ , udávají kolikrát byl konkrétní stav predikován správně. Prvky  $C_{i,j}$ , kde  $i, j \in \{0, 1, 2, \dots, K-1\} \wedge i \neq j$ , udávají, kolikrát byl predikován stav  $i$  a ve skutečnosti se jednalo o stav  $j$ . Pro případ se třemi stavy je tabulka vyobrazena na Obr. 4.1.

#### 4.1.2 Přesnost

Přesnost (anglicky accuracy) udává poměr mezi správně klasifikovanými stavy vůči celkovému počtu bodů

$$\text{Accuracy} = \frac{\text{correct}}{\text{all}} = \frac{\sum_{i=0}^{K-1} C_{i,i}}{\sum_{i,j=0}^{K-1} C_{i,j}}, \quad (4.1)$$

kde  $K$  je počet stavů. Přesnost má bohužel jednu velkou nevýhodu, kterou ukážeme na příkladu. Uvažujme proces nabývající pouze dvou stavů, kde jeden stav nastává mnohem častěji než druhý. Měřením jsme získali dataset obsahující 200 bodů, ve kterém se druhý stav vyskytl pouze 10 krát. Když byl pak na tyto data použit již natrénovaný model, výstupní sequence stavů byly samé jedničky (první stav na všech

bodech). Pokud bychom spočítali přesnost takového modelu, vyšlo by 95%. Ale i přes takto vysokou přesnost model neodhalil ani jeden výskyt druhého stavu. Což znamená, že je tento model k ničemu.

Výsledky klasifikace	Skutečné výsledky		
	skutečný stav 0	skutečný stav 1	skutečný stav 2
predikovaný stav 0	$C_{0,0}$	$C_{0,1}$	$C_{0,2}$
predikovaný stav 1	$C_{1,0}$	$C_{1,1}$	$C_{1,2}$
predikovaný stav 2	$C_{2,0}$	$C_{2,1}$	$C_{2,2}$

Obr. 4.1: Confusion matrix  $\mathbb{C}$  pro případ tří stavů.

#### 4.1.3 Precision

Precision neboli preciznost udává v procentech, jak moc se dá zvolenému modelu věřit. Prozrazuje nám tedy, jaká je pravděpodobnost, že když model předpoví nějaký stav, tak tento stav opravdu nastal. Precision stavu  $i \in \{0, 1, 2, \dots, K - 1\}$  lze dopočítat z confusion matrix pomocí vzorce

$$\text{Precision}_i = \frac{C_{i,i}}{\sum_{j=0}^{K-1} C_{i,j}} \quad (4.2)$$

#### 4.1.4 Recall

Recall udává, jaký podíl všech skutečných stavů, jež model odhalí. Vysoká hodnota recallu značí správnost rozpoznání dané skupiny. Recall stavu  $i \in \{0, 1, 2, \dots, K - 1\}$  lze opět dopočítat z confusion matrix pomocí vzorce

$$\text{Recall}_i = \frac{C_{i,i}}{\sum_{j=0}^{K-1} C_{j,i}} \quad (4.3)$$

#### 4.1.5 F míra

F-míra známá jako F1-score nebo F measure je harmonický průměr mezi precision a recall. F-míra dosahuje maximální hodnoty 1 (100%) právě tehdy, když oba precision i recall jsou nejlepší. Pro stav  $i \in \{0, 1, 2, \dots, K - 1\}$  je F-míra definována jako

$$\text{F-míra}_i = \frac{2 \cdot \text{Precision}_i \cdot \text{Recall}_i}{\text{Precision}_i + \text{Recall}_i} = \frac{C_{i,i}}{\sum_{j=0}^{K-1} C_{j,i} + \sum_{j=0}^{K-1} C_{i,j}} \quad (4.4)$$

#### 4.1.6 Křížová validace

Křížová validace (anglicky: Cross-fold validation) je technika používaná ve statistické analýze, která umožňuje odhadnout, jak přesně bude model fungovat v praxi [17]. Používá se hlavně tehdy, když je cílem predikce nebo klasifikace. Hlavním cílem je otestovat schopnost modelu klasifikovat neznámá data, která nebyla použita při jeho odhadu, a případně upozornit na problém. V našem případě je tímto problémem, kterému chceme předejít, tzv. overfitting. Výsledkem overfittingu je model, který funguje pouze na natrénovaných datech a jakmile ho nasadíme do praxe, stává se nepoužitelným.

My tuto techniku budeme používat následovně. Nejdříve vybereme dataset skládající se z deseti signálů, poté budeme vždy na devíti z nich trénovat a desátý testovat (takzvaně do "kříže"). Nakonec výsledky zprůměrujeme a tím získáme požadované konečné výsledky, které budeme dále vyhodnocovat.

## 4.2 Výsledky experimentu na syntetických datech

Nyní probereme výsledky našeho prvního experimentu. Na syntetických datech si vedly obě metody velice dobře. Skrytý Markovův model měl pro první velikost šumu nejlepší výsledky pouze s jedním příznakem (samotná data jsou do modelu přidávána vždy, proto je mezi příznaky nepočítáme), a to s exponenciálním klouzavým průměrem, který byl použit na okno délky 5 (viz Tab. A.1). Pro data s druhou velikostí šumu, konkrétně pro  $\sigma = \frac{1}{13}$ , se k předchozímu příznaku přidala ještě druhá derivace (viz Tab. A.2). Tato kombinace si ovšem vedla dobře i v předchozím případě, a proto bychom jí mohli prohlásit za nejlepší kombinaci příznaků pro skrytý Markovův model na syntetických datech.

K-means si vedly o něco hůře, ale přesnost 93% pro první šum je velice dobrá a průměrná F-míra je dokonce 95%. Stejně jako u předchozího modelu nám pro nalezení nejlepšího výsledku stačí pouze jeden příznak. V tomto případě se jím stal klouzavý průměr s délkou okna 5. Nejlepšími příznaky pro větší šum se ukázala kombinace exponenciálního klouzavého průměru a normálního klouzavého průměru s přesností 88% a průměrnou F-mírou 91%.

Skrytý Markovův model bez učitele					
šum s $\sigma = \frac{1}{20}$					
Kombinace příznaků	(0, 0, 1, 0, 0)	(0, 0, 0, 1, 0)	(1, 0, 1, 0, 0)	(0, 0, 1, 0, 0)	(0, 1, 1, 0, 0)
Délka okna	5	5	5	6	5
F míra průměrná	0.959	0.957	0.953	0.952	0.943
šum s $\sigma = \frac{1}{13}$					
Kombinace příznaků	(0, 1, 1, 0, 0)	(0, 0, 1, 0, 0)	(1, 1, 1, 0, 0)	(0, 1, 0, 1, 0)	(0, 1, 1, 0, 0)
Délka okna	5	5	5	5	6
F míra průměrná	0.948	0.948	0.948	0.946	0.942

Tab. 4.1: Výsledky skrytého Markovova modelu aplikovaného na syntetická data. Nejlepších pět kombinací příznaků a délek oken seřazených podle průměrné F-míry. Uspořádaná pětice (0, 1, 1, 0, 0)  $\approx$  (první derivace, druhá derivace, exponenciální klouzavý průměr, klouzavý průměr, klouzavý rozptyl) udává, které příznaky byly použity (na jejich pozici je 1) a které ne (na jejich pozici je 0). Délka ( $\omega$ ) je při tomto experimentu pro všechny průměry a rozptyl stejná. Jelikož samotný signál  $x_n$  jsme používali jako příznak vždy, tak není explicitně uveden v uspořádané pětici.

Důležitým poznatkem plynoucím z tohoto experimentu je, že obě metody lze využít k řešení problému, kterým se tato práce zabývá. A navíc je lze použít i v reálném čase, což byl další z požadavků.

Dalším zjištěním je, že při větších šumech se první a druhá derivace stává spíše kontraproduktivní. Důvodem je způsob, kterým obě derivace počítáme. Pokud totiž použijeme centrální difference na signál s velkým šumem, pak výsledkem je signál s ještě větším. Při dalším experimentu proto nahradíme centrální difference Savitzky-Golay filtrem.

K-means					
šum s $\sigma = \frac{1}{20}$					
Kombinace příznaků	(0, 0, 0, 1, 0)	(1, 0, 0, 1, 0)	(0, 0, 0, 1, 1)	(0, 1, 0, 1, 0)	(0, 0, 1, 1, 0)
Délka okna	5	5	5	5	5
F míra průměrná	0.948	0.948	0.948	0.947	0.946
šum s $\sigma = \frac{1}{13}$					
Kombinace okna	(0, 0, 1, 1, 0)	(0, 0, 1, 1, 1)	(0, 1, 1, 1, 0)	(1, 0, 1, 1, 0)	(0, 0, 1, 1, 0)
Délka okna	5	5	5	5	6
F míra průměrná	0.912	0.912	0.911	0.911	0.910

Tab. 4.2:

### 4.3 Výsledky experimentu na reálných datech

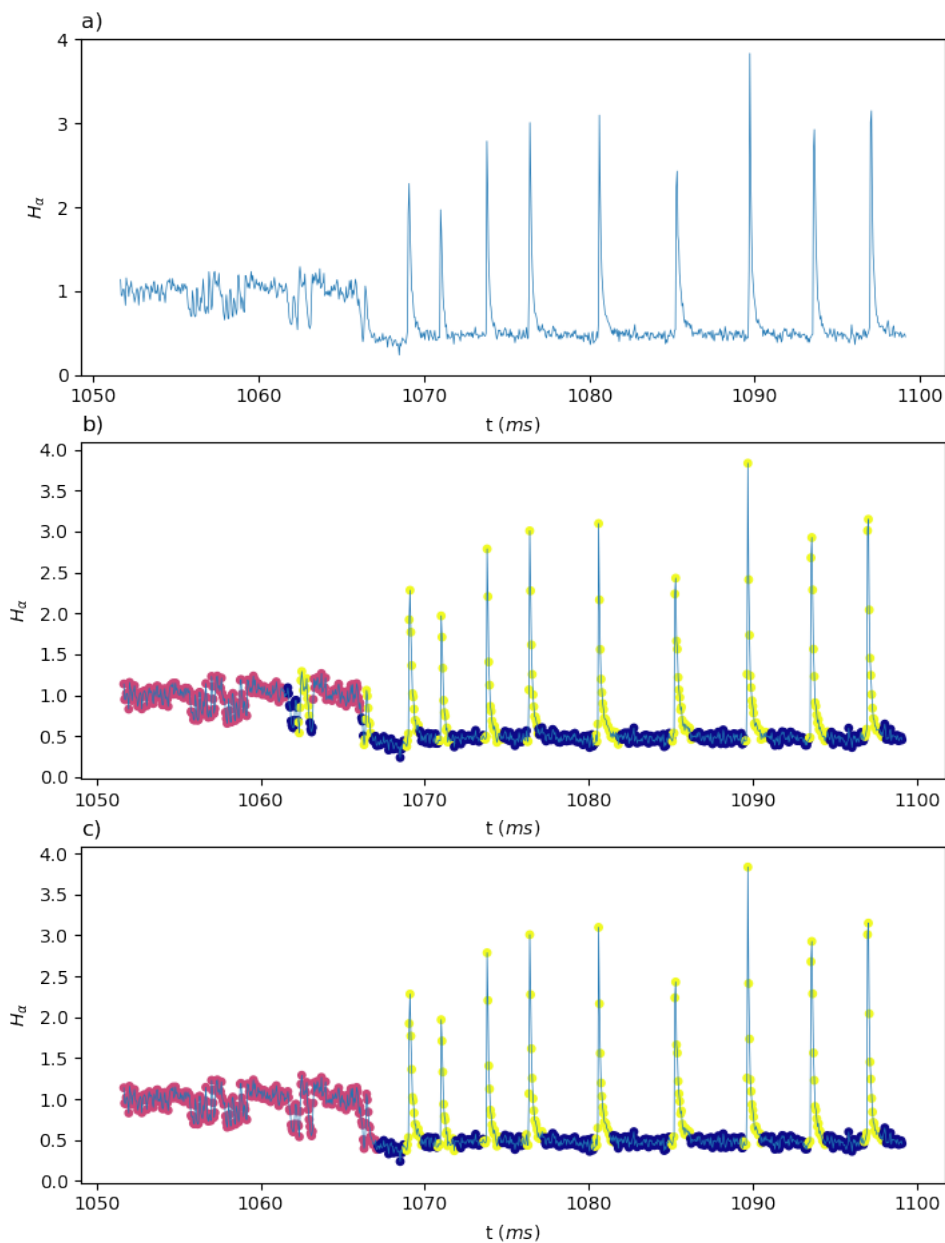
V této podkapitole vyhodnotíme výsledky z experimentu na reálných datech. Nejdříve zhodnotíme kvalitu skrytého Markovova modelu bez učitele, následovat bude jeho modifikovaná verze. Posledním v pořadí je algoritmus K-means. Nakonec všechny tři porovnáme mezi sebou. Výsledky v tabulkách byly získány technikou křížové validace a jedná se tedy o průměrné výsledky.

#### 4.3.1 Skrytý Markovův model bez učitele

Stejně jako na syntetických datech, tak i na reálných si skrytý Markovův model bez učitele vedl velice dobře. V Tab. A.5 jsou uvedeny výsledky modelu trénovaného na datech z Obr. 3.6 a v Tab. A.6 jsou výsledky tréninku dat z Obr. 3.7.

Během testů jsme se rozhodli dát modelu možnost využít klouzavých průměrů na více oknech o různé délce tzn. spočítat třikrát klouzavý průměr (normální, exponenciální nebo oba, podle nastavených příznaků) pokaždé s jinou délkou okna a pak všechny tři použít jako příznaky. Upořádaná čtveřice délek oken, jež je patrná ve všech následujících tabulkách, představuje tyto různá okna, kde na prvních třech pozicích jsou okna  $\omega$ , která mohou využívat ony průměry. Poslední hodnota udává délku okna, která je využita pro výpočet klouzavého rozptylu.

I přes tuto skutečnost shledáváme, že nejlepší výsledky z obou datasetů jsou s exponenciálním klouzavým průměrem počítaným pouze s jednou délkou okna. Liší se od sebe jen v délce tohoto okna. Nejlepší kombinace příznaků je pro oba datasety kombinace S-G filtru, který využíváme na  $n_L + n_R + 1 = 9$ , exponenciálního klouzavého průměru s  $\omega_{ekp} = 16$  a klouzavým rozptylem s  $\omega_{kr} = 14$  (resp. 11).



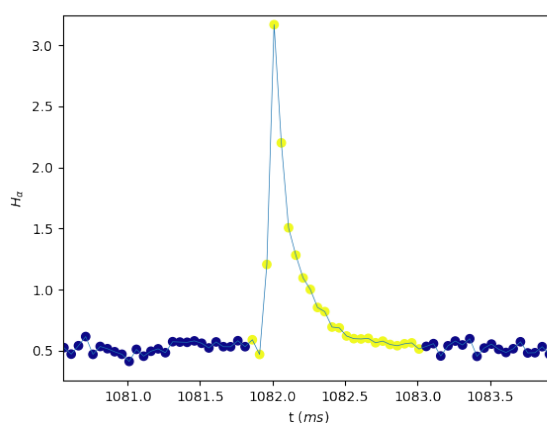
Obr. 4.2: Příklad klasifikace. Na obrázku *a*) je vyobrazen signál  $H_\alpha$  zaznamenaný fotonásobičem. Na obrázku *b*) jsou barevně označeny stavy podle databáze a na obrázku *c*) jsou stavy podle modifikovaného skrytého Markovova modelu. Fialová barva odpovídá L-módu, modrá H-módu a žlutá ELMu. (Číslo výstřelu: 15349)



### 4.3.2 Skrytý Markovův model modifikovaný

Další na řadě je skrytý Markovův model modifikovaný. Od standartní verze modelu bez učitele se liší větší přesností u obou datasetů. Je tedy zřejmé, že předpočítání parametrů má kladný dopad na kvalitu modelu. U datasetu z Obr. 3.6 se přesnost zvýšila o 3,5% a průměrná F-míra vzrostla dokonce o 5,5% viz. Tab. A.7. Ona modifikace má i další výhody, např. už není třeba přerovnávat výsledky, protože skupiny potažmo stavy jsou určeny správně díky lepší inicializaci a dokonce se snížila i doba potřebná k tréninku z původních 1,92 s na 1,64 s (v průměru).

Co se týká druhého datasetu z Obr. 3.7 je navýšení přesnosti a F-míry téměř totožné viz Tab. A.8. Jedním z důvodů tohoto zpřesnění je lepší schopnost rozpoznat ELM, což je dobře patrné u jeho recallu, kde je nárůst u nejlepších kombinací 18%.



Obr. 4.3: Oříznutá část signálu zobrazující jeden ELM. Žluté tečky symbolizují body ELMu a modré jsou body příslušící H-módu. Data jsou označena na základě informací z databáze. (Číslo výstřelu: 15311)

Konkrétně detekce ELMů je onou příčinou, jež nejvíce snižuje kvalitu modelů. Děje se tak díky jeho specifickému průběhu. Když se podrobně podíváme na Obr. 4.3, můžeme vidět, že konec ELMu odpovídá spíše charakteru H-módu, a právě v tom často modely chybují. Takto vzniklá chyba neovlivňuje příliš přesnost, protože v porovnání s ostatními stavy se jedná o zanedbatelný počet bodů, ale velice ovlivňuje jeho F-míru. Proto také hodnotíme kvalitu modelu hlavně podle F-míry.

### 4.3.3 K-means

Poslední metoda, kterou je K-means, se projevila jako nehorší. Navzdory k tomu, že se jedná o poměrně jednoduchý algoritmus, tak i jeho přesnost není zase tak špatná. Nejvíce vypovídající, průměrná F-míra, je u prvního datasetu 64,6% viz Tab. 4.3, ale u druhého datasetu je to sotva 54,6% viz Tab. A.10. Příčina toho se skrývá v opět detekci ELMu.

### 4.3.4 Zhodnocení obou metod

Nyní je třeba mezi sebou porovnat všechny tři metody. Po vynesení výsledků do jedné shrnující tabulky pro každý dataset (Tab. 4.3 a Tab. 4.4) je zřejmé, že nejlépe rozpoznával stavy modifikovaný skrytý Markovův model, jehož průměrné F-míry jsou s přehledem nejvyšší ze všech, a proto je také nejlepší model pro tento typ úlohy. Doba potřebná k výpočtu všech příznaků a následké klasifikaci se

pohybuje v řádech milisekund (100 bodů  $\approx 3.9\text{ ms}$  a 1 bod  $\approx 1.5\text{ ms}$ ). V tuto chvíli model prozatím nelze využít pro výpočty v reálném čase, ale po optimalizaci kódu bychom měli tento čas ještě snížit.

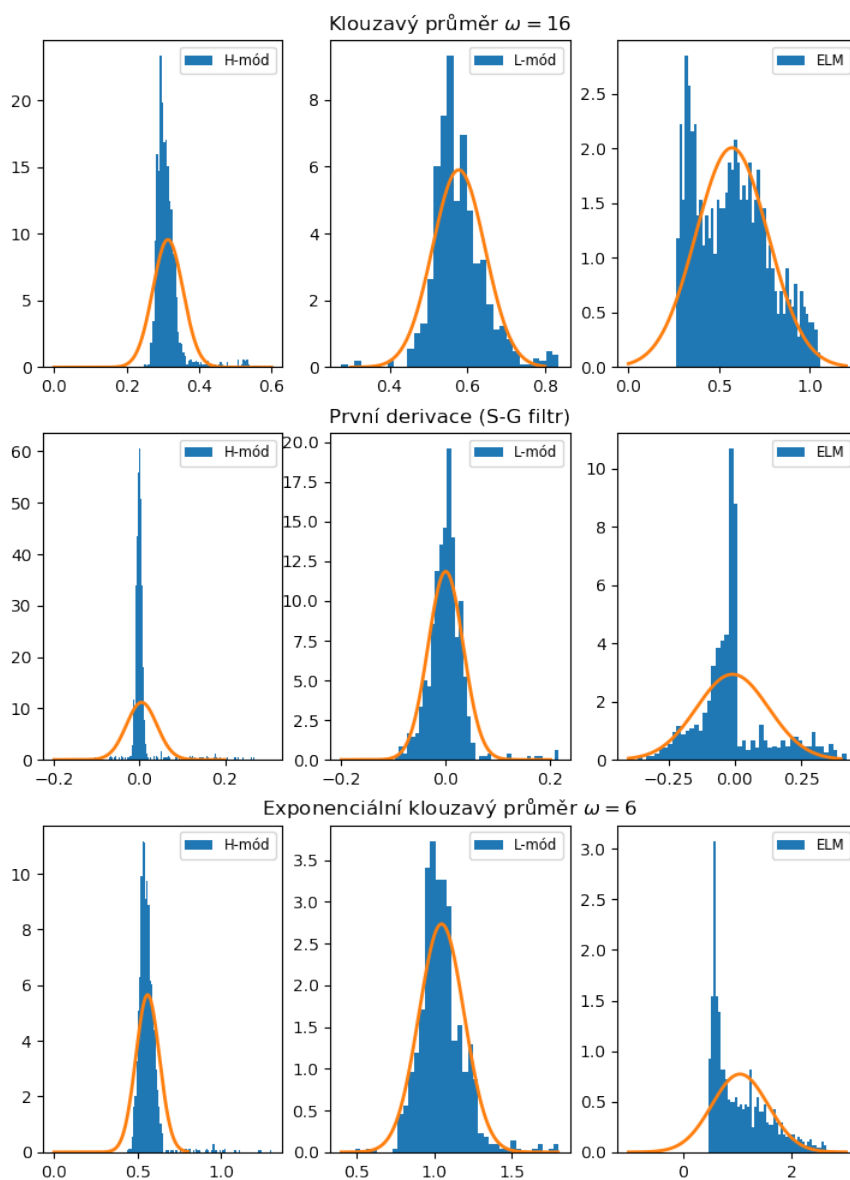
Skrytý Markovův model bez učitele					
Kombinace příznaků	(1, 0, 1, 0, 1)	(1, 0, 1, 0, 1)	(1, 0, 1, 0, 1)	(1, 0, 1, 0, 1)	(1, 0, 1, 0, 1)
Délky oken	(0, 0, 16, 14)	(0, 0, 16, 15)	(0, 0, 14, 14)	(0, 0, 14, 13)	(0, 0, 14, 15)
F míra průměrná	0.803	0.803	0.801	0.801	0.801
Skrytý Markovův model modifikovaný					
Kombinace příznaků	(1, 1, 1, 1, 1)	(1, 1, 1, 1, 1)	(1, 1, 1, 1, 1)	(1, 0, 1, 1, 1)	(1, 1, 1, 1, 1)
Délky oken	(6, 10, 16, 16)	(6, 10, 14, 16)	(4, 8, 12, 16)	(4, 10, 14, 16)	(4, 10, 14, 16)
F míra průměrná	0.858	0.857	0.856	0.856	0.856
K-means					
Kombinace příznaků	(1, 0, 1, 1, 1)	(0, 0, 1, 1, 1)	(1, 1, 1, 1, 1)	(1, 0, 1, 1, 1)	(0, 0, 1, 1, 1)
Délky oken	(6, 8, 12, 12)	(6, 8, 12, 12)	(6, 8, 12, 12)	(6, 8, 12, 13)	(6, 8, 12, 13)
F míra průměrná	0.646	0.645	0.645	0.645	0.645

Tab. 4.3: Porovnání nejlepších výsledků všech metod aplikovaných na data z Obr. 3.6

Skrytý Markovův model bez učitele					
Kombinace příznaků	(1, 0, 1, 0, 1)	(1, 0, 1, 0, 1)	(1, 0, 1, 0, 1)	(1, 0, 1, 0, 1)	(1, 0, 1, 0, 1)
Délky oken	(0, 0, 16, 11)	(0, 0, 14, 11)	(0, 0, 16, 12)	(0, 0, 14, 10)	(0, 0, 16, 13)
F míra průměrná	0.695	0.694	0.694	0.693	0.693
Skrytý Markovův model modifikovaný					
Kombinace příznaků	(1, 0, 0, 1, 1)	(1, 0, 1, 0, 1)	(1, 0, 1, 0, 1)	(1, 0, 0, 1, 1)	(1, 0, 1, 0, 1)
Délky oken	(4, 8, 16, 16)	(4, 8, 16, 16)	(4, 10, 16, 16)	(6, 8, 16, 16)	(6, 8, 16, 16)
F míra průměrná	0.747	0.744	0.743	0.742	0.742
K-means					
Kombinace příznaků	(1, 0, 1, 1, 1)	(1, 1, 1, 1, 1)	(1, 0, 1, 1, 1)	(1, 1, 1, 1, 1)	(1, 1, 1, 1, 1)
Délky oken	(0, 10, 12, 14)	(0, 10, 12, 14)	(0, 10, 12, 15)	(0, 10, 12, 15)	(0, 10, 12, 16)
F míra průměrná	0.546	0.546	0.546	0.546	0.545

Tab. 4.4: Porovnání nejlepších výsledků všech metod aplikovaných na data z Obr. 3.7

Důvodem, proč jsme ze skrytého Markovova modelu nezískali ještě lepší výsledky, je především to, že příznaky nemají Gaussovo rozdělení. V předchozí kapitole jsme uvedli, že předpokládáme toto rozdělení u všech příznaků v každém stavu, abychom mohli využít predimplementovanou třídu GaussianHMM využívající při výpočtu Gaussovy emisní pravděpodobnosti. Když ovšem vytvoříme histogramy příznaků pro jednotlivé stavy (podle labelů z databáze), pak je jednoznačně patrné, že gaussovské nejsou (viz Obr. 4.4). I když Gaussovy křivky, které byly spočítány z středních hodnot a diagonálních prvků kovarianční matice, neodpovídají přímo histogramům, lze je u skrytého Markova využít, protože model především potřebuje, aby se tyto křivky nepřekrývaly ve všech kombinacích a bylo tak možná od sebe separovat jednotlivé třídy. Na Obr. 4.5 je vidět, že u většiny příznaků tomu tak je.

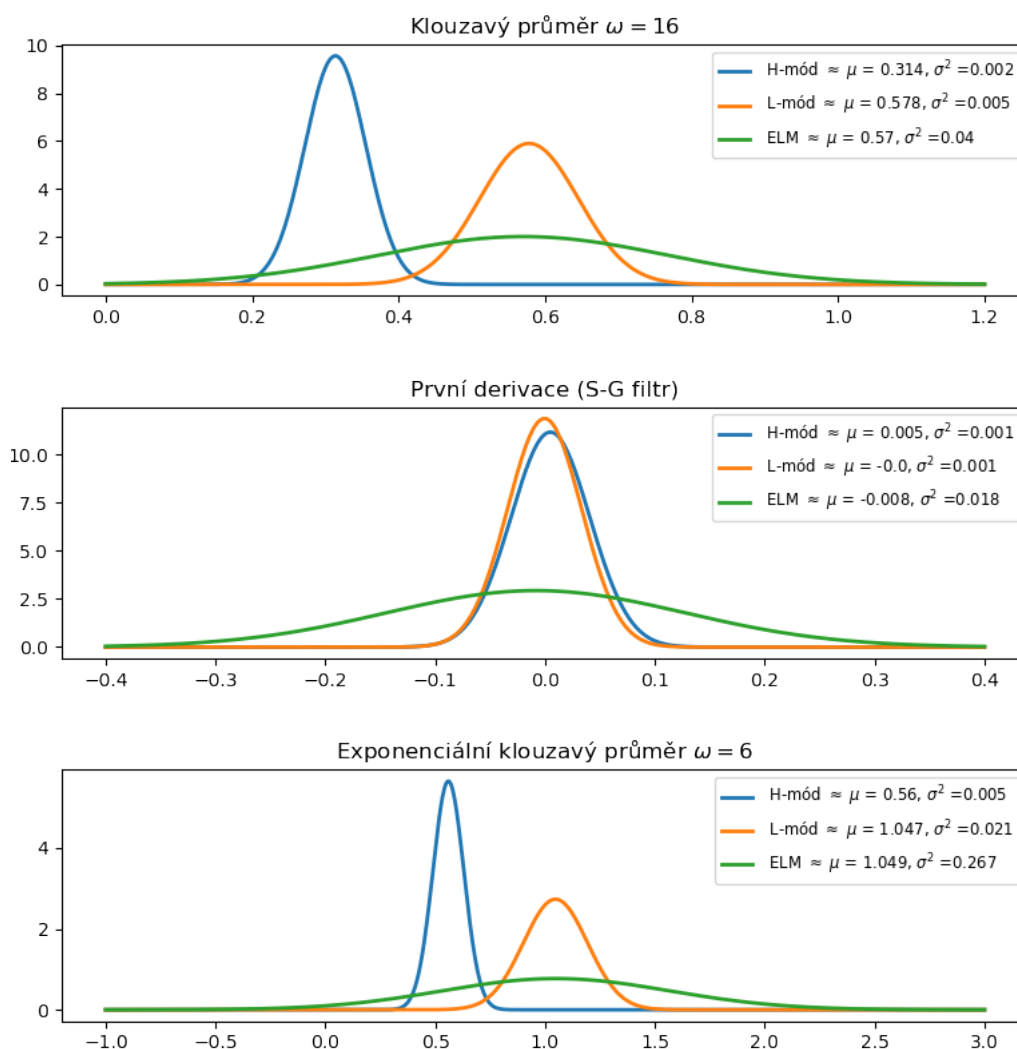


Obr. 4.4: Histogramy příznaků. První tři histogramy ukazují klouzavý průměr na okně délky 16. Na dalších histogramech je pak první derivace (Savitzky-Golay filtr) a exponenciální klouzavý průměr. Oranžové křivky jsou Gaussovy křivky vypočítané na základě labelů z databáze a měli by odpovídat oněm příznakům. (Číslo výstřelu: 15311)

Další příčinou jsou nejednoznačné stavy. Jelikož jsou signály v databázi označovány ručně, dochází

v některých nejednoznačných případech k subjektivnímu rozhodnutí, o jaký stav se jedná. Například na Obr. 4.2 b) je kolem času 1064 ms právě takovýto sporný úsek. Ten, kdo tento signál označoval se rozhodl, že se jedná o H-mód s jedním ELMem. Při kontrole jsme však zjistili, že se jednalo ve skutečnosti o L-mód. I když body na tomto úseku model klasifikoval správně (viz obrázek c)), byly při vyhodnocování brány jako chybné, protože ke kontrole správnosti jsou využívány právě labely z databáze. Tím dochází k zhoršování výsledků.

Pro vylepšení modelu by se případně dalo uvažovat o jiných emisních pravděpodobnostech. Mohli bychom třeba použít třídu GMMHMM, která sice opět využívá gaussových emisních pravděpodobností, ale připouští i směsové rozdělení. Tímto způsobem lze řešit například nevyhovující křivky pro příznaky ELMu, jež se od histogramů liší nejvýznamněji. Další možností je rozdělit ELMy na dva samostatné stavy (začátek a konec). Nebo se pokusit nalézt odpovídající rozdělení všech stavů a napsat vlastní knihovnu, která by pracovala přímo s těmito rozděleními, například lognormální nebo studentovo, která jsou vhodná pro nesymetrická data.



Obr. 4.5: Gaussovy křivky příznaků. Střední hodnoty a rozptyly byly vypočítány na základě labelů z databáze. (Číslo výstřelu: 15311)

# Závěr

V této práci jsme se zabývali klasifikací stavů plazmatu uvnitř tokamaku COMPASS. K tomu jsme využívali metody strojového učení, jmenovitě skrytý Markovův model a K-means clustering. Nejdříve jsme se seznámili se zařízením  $H_\alpha$ , tokamakem COMPASS a fyzikální podstatou jevů, které v něm při výbojích vznikají. Poté jsme zadefinovali diskrétní Markovův model, jež jsme později rozšířili do skrytého Markovova modelu a dále jsme popsali dva důležité algoritmy potřebné k jeho výpočtu, jimiž jsou EM a Viterbiho algoritmus. Následně jsme představili shlukovou metodu K-means, kterou jsme pak sami implementovali v jazyce Python.

V praktické části jsme postupně zadefinovali derivaci, Savitzky-Golay filtr, klouzavý průměr, exponenciální klouzavý průměr a nakonec klouzavý rozptyl. Pak jsme naplánovali dva výpočetní experimenty, na kterých byly později obě metody testovány. První experiment byl prováděn na syntetických datech zašuměných Gaussovským bílým šumem. Při tomto experimentu jsme ukázali, že vybrané metody lze využít ke klasifikaci takovýchto dat. Pro druhý experiment jsme z databáze vybrali dva datasety skládající se z deseti signálů a začali používat více délek oken pro klouzavé průměry. Navíc byl zde poprvé uveden způsob modifikace skrytého Markovova modelu, ve kterém předpočítáváme některé parametry dopředu.

V poslední kapitole jsme představili způsoby, které jsme poté používali při vyhodnocování kvality modelů. Abychom se vyhnuli případnému overfittingu, rozhodli jsme se pro techniku křížové validace, kde trénování a testování probíhalo v poměru 9:1. Při prvním experimentu jsme zjistili, že nejdůležitějším příznakem se stal exponenciální klouzavý průměr počítaný na okně délky 5, který se pro obě velikosti šumu umístil nejlépe. V obou případech tato kombinace dosáhla více než 92,7% přesnosti a 94,8% průměrné F míry (viz Tab. A.1 a A.2). K-means dopadli o něco hůře, přičemž kombinace exponenciálního klouzavého průměru a klouzavého průměru na okně délky 5 překročili 91,2% F-míry (viz Tab. A.3 a A.4).

Při druhém experimentu se opět potvrdila převaha skrytého Markovova modelu, který si v obou formách, standartní bez učitele a modifikované s učitelem, vedl mnohem lépe, než K-means. Skrytý Markovův model dosáhl u prvního datasetu nejlepší přesnosti 83% a F-míry 80% (viz Tab. A.5), zatímco u druhého datasetu přesnost i F-míra výrazně klesly (viz Tab. A.6). Modifikovaná verze tohoto modelu si ovšem vedla o něco lépe. U prvního (resp. druhého) datasetu jsme dosáhli zlepšení o 3,5% (resp. 4,3%) v přesnosti a 5,5% (resp. 15,3%) v průměrné F-míře (viz Tab. A.7 a A.8). Na základě výsledků je možné tento model prohlásit za nejlepší způsob klasifikace stavů plazmatu ze všech, které jsme otestovali v této práci. Rychlost klasifikace spolu s výpočtem všech příznaků se při tomto modelu pohybuje kolem 1,5 ms pro jeden bod, což zatím na využití v reálném čase nestačí.

Největším problémem bránícím lepším výsledkům je skutečnost, že naše příznaky nemají Gaussovo rozdělení, které předpokládáme při výpočtu skrytého Markovova modelu. Za důkaz tohoto tvrzení lze považovat Obr 4.4, kde je odchýlení histogramů od předpovídaného rozdělení nejlépe patrné u ELMu. Pokud bychom chtěli případně model nějak vylepšit, stálo by za úvahu použití třídy GMMHMM (Gaussian Mixture Model Hidden Markov Model), ve které rozdělení příznaků vznikne smíšením několika

Gaussových rozdělení dohromady. Další možností je rozlišovat ELM na dva samostatné stavy, nebo nalezení skutečného rozdělení příznaků a implementace vlastní knihovny, která bude odhadovat parametry negaussovských emisních pravděpodobností.

# Literatura

- [1] GOLDSTON, R. J. a P. H. RUTHERFORD. *Introduction to plasma physics*. Philadelphia: Institute of Physics Pub., 1995. ISBN 978-0-7503-0183-1.
- [2] PÁNEK, R., O. BILYKOVÁ, V. FUCHS, M. HRON, P. CHRÁSKA, P. PAVLO, J. STÖCKEL, J. URBAN, V. WEINZETTL, J. ZAJAC, F. ŽÁČEK.: *Reinstallation of the COMPASS-D tokamak in IPP ASCR*. Czechoslovak Journal of Physics. 2006. ISSN 1572-9486.
- [3] [online][cit. 2018-06-15]<[https://www.researchgate.net/profile/Janos\\_Egert/publication/283617947/figure/fig1/AS:314833057665024@1452073458382/View-of-the-COMPASS-tokamak-left-and-its-vacuum-chamber-with-diagnostic-ports-right.png](https://www.researchgate.net/profile/Janos_Egert/publication/283617947/figure/fig1/AS:314833057665024@1452073458382/View-of-the-COMPASS-tokamak-left-and-its-vacuum-chamber-with-diagnostic-ports-right.png)>.
- [4] WAGNER, F. *A quarter-century of H-mode studies*. *Plasma Physics and Controlled Fusion* [online]. 2007, 49(12B), B1-B33 [cit. 2018-06-12]. DOI: 10.1088/0741-3335/49/12B/S01. ISSN 0741-3335.
- [5] VAN LAER, T.: *Probe measurements on the COMPASS tokamak*. [Online][CIT. 2018-06-15] <[http://doks.xios.be/doks/do/files/FiSe8ae680b43c26317b013c953679dd020b/200800040\\_12.pdf?recordId=Sxhl8ae680b43c26317b013c953679dd020a](http://doks.xios.be/doks/do/files/FiSe8ae680b43c26317b013c953679dd020b/200800040_12.pdf?recordId=Sxhl8ae680b43c26317b013c953679dd020a)>.
- [6] VAN HOEY, O.: *Visible light measurements on the COMPASS tokamak*. [Online][cit. 2018-06-15] <[https://lib.ugent.be/fulltxt/RUG01/001/458/765/RUG01-001458765\\_2011\\_0001\\_AC.pdf](https://lib.ugent.be/fulltxt/RUG01/001/458/765/RUG01-001458765_2011_0001_AC.pdf)>.
- [7] RABINER, L. R.: *A tutorial on hidden Markov models and selected applications in speech recognition*. *Proceedings of the IEEE* 77(2), 1989, 257-286.
- [8] PRIVAULT, Nicolas. *Understanding Markov chains: examples and applications*. Singapore: Springer, [2013]. Springer undergraduate mathematics series. ISBN 978-981-4451-50-5.
- [9] BISHOP, Christopher M. *Pattern recognition and machine learning*. New York: Springer, c2006. Information science and statistics. ISBN 978-0387-31073-2.
- [10] DEMPSTER, A.P., N.M. LAIRD, D.B. RUBIN.: *Maximum Likelihood from Incomplete Data via the EM Algorithm*. *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*. 39: 1–38. JSTOR 2984875, 1977.
- [11] VITERBI, A.J. : *Error bounds for convolutional codes a an asymptotically optimum decoding algorithm*. *IEEE Transactions on Information Theory* 13 (2), 1967, 260–269.
- [12] FORNEY, G. D.: *The Viterbi Algorithm*. *Proceedings of the IEEE* 61(3) 1973, 268-278.
- [13] [online][cit. 2018-06-03]<<http://stanford.edu/~cpiech/cs221/img/kmeansViz.png>>.
- [14] PRESS, William H. *Numerical recipes in C: the art of scientific computing*. 2nd ed. New York: Cambridge University Press, 1992. ISBN isbn0-521-43108-5.

- [15] Hmmlern. [online][cit. 2018-01-11]. <<http://hmmlern.readthedocs.io/en/latest/api.html#hmmlern-hmm>>.
- [16] BARBU, Tudor. *Variational Image Denoising Approach with Diffusion Porous Media Flow*. Abstract and Applied Analysis [online]. 2013, 2013, 1-8 [cit. 2018-06-15]. DOI: 10.1155/2013/856876. ISSN 1085-3375.
- [17] KOHAVI, R.: *A study of cross-validation and bootstrap for accuracy estimation and model selection*. Proceedings of the Fourteenth International Joint Conference on Artificial Intelligence. San Mateo, CA: Morgan Kaufmann. 2 (12): 1137–1143. 1995. CiteSeerX 10.1.1.48.529.
- [18] HARRINGTON, Peter. *Machine learning in action*. Shelter Island, N.Y.: Manning Publications Co., c2012. ISBN 16-172-9018-1.



## Příloha A

### Tabulky výsledků

index	3	1	19	34	11
Kombinace příznaků	(0, 0, 1, 0, 0)	(0, 0, 0, 1, 0)	(1, 0, 1, 0, 0)	(0, 0, 1, 0, 0)	(0, 1, 1, 0, 0)
Délka okna	5	5	5	6	5
Accuracy	0.942	0.940	0.933	0.932	0.919
F míra H-mód	0.946	0.945	0.938	0.937	0.924
F míra L-mód	0.929	0.927	0.919	0.918	0.904
F míra ELM	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
F míra průměrná	0.959	0.957	0.953	0.952	0.943
Precision H-mód	0.998	0.998	0.998	0.998	0.998
Precision L-mód	0.870	0.866	0.853	0.851	0.826
Precision ELM	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
Recall H-mód	0.900	0.897	0.885	0.883	0.860
Recall L-mód	0.998	0.998	0.998	0.998	0.998
Recall ELM	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

Tab. A.1: Výsledky skrytého Markovova modelu aplikovaného na syntetická data ( $\sigma = \frac{1}{20}$ ). Nejlepších pět kombinací příznaků a délek oken seřazených podle průměrné F-míry. Uspořádaná pětice (0, 1, 1, 0, 0)  $\approx$  (první derivace, druhá derivace, exponenciální klouzavý průměr, klouzavý průměr, klouzavý rozptyl) udává, které příznaky byly použity (na jejich pozici je 1) a které ne (na jejich pozici je 0). Délka ( $\omega$ ) je při tomto experimentu pro všechny průměry a rozptyl stejná. Jelikož samotný signál  $x_n$  jsme používali jako příznak vždy, tak není explicitně uveden v uspořádané pětici.

index	11	3	27	9	42
Kombinace příznaků	(0, 1, 1, 0, 0)	(0, 0, 1, 0, 0)	(1, 1, 1, 0, 0)	(0, 1, 0, 1, 0)	(0, 1, 1, 0, 0)
Délka okna	5	5	5	5	6
Accuracy	0.928	0.927	0.927	0.924	0.918
F míra H-mód	0.933	0.932	0.932	0.929	0.923
F míra L-mód	0.913	0.911	0.911	0.909	0.902
F míra ELM	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
F míra průměrná	0.948	0.948	0.948	0.946	0.942
Precision H-mód	0.993	0.991	0.991	0.993	0.992
Precision L-mód	0.847	0.847	0.847	0.841	0.829
Precision ELM	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
Recall H-mód	0.880	0.880	0.880	0.873	0.863
Recall L-mód	0.990	0.988	0.988	0.990	0.990
Recall ELM	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

Tab. A.2: Výsledky skrytého Markovova modelu aplikovaného na syntetická data ( $\sigma = \frac{1}{13}$ ). Nejlepších pět kombinací příznaků a délek oken seřazených podle průměrné F-míry.

index	1	17	2	9	5
Kombinace příznaků	(0, 0, 0, 1, 0)	(1, 0, 0, 1, 0)	(0, 0, 0, 1, 1)	(0, 1, 0, 1, 0)	(0, 0, 1, 1, 0)
Délka okna	5	5	5	5	5
Accuracy	0.929	0.928	0.928	0.927	0.926
F míra H-mód	0.936	0.936	0.936	0.935	0.934
F míra L-mód	0.909	0.907	0.907	0.906	0.905
F míra ELM	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
F míra průměrná	0.948	0.948	0.948	0.947	0.946
Precision H-mód	0.956	0.956	0.954	0.954	0.952
Precision L-mód	0.885	0.882	0.884	0.882	0.882
Precision ELM	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
Recall H-mód	0.918	0.917	0.918	0.917	0.917
Recall L-mód	0.935	0.935	0.932	0.932	0.930
Recall ELM	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

Tab. A.3: Výsledky algoritmu K-means aplikovaného na syntetická data ( $\sigma = \frac{1}{20}$ ). Nejlepších pět kombinací příznaků a délek oken seřazených podle průměrné F-míry.

index	5	6	13	21	36
Kombinace okna	(0, 0, 1, 1, 0)	(0, 0, 1, 1, 1)	(0, 1, 1, 1, 0)	(1, 0, 1, 1, 0)	(0, 0, 1, 1, 0)
Délka okna	5	5	5	5	6
Accuracy	0.884	0.884	0.882	0.882	0.880
F míra H-mód	0.898	0.898	0.897	0.897	0.894
F míra L-mód	0.849	0.849	0.847	0.846	0.846
F míra ELM	0.989	0.989	0.989	0.989	0.989
F míra průměrná	0.912	0.912	0.911	0.911	0.910
Precision H-mód	0.905	0.905	0.904	0.903	0.909
Precision L-mód	0.839	0.839	0.837	0.838	0.826
Precision ELM	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
Recall H-mód	0.892	0.892	0.890	0.892	0.880
Recall L-mód	0.860	0.860	0.858	0.855	0.868
Recall ELM	0.980	0.980	0.980	0.980	0.980

Tab. A.4: Výsledky algoritmu K-means aplikovaného na syntetická data ( $\sigma = \frac{1}{13}$ ). Nejlepších pět kombinací příznaků a délek oken seřazených podle průměrné F-míry.

index	2843	2844	2831	2830	2832
Kombinace příznaků	(1, 0, 1, 0, 1)	(1, 0, 1, 0, 1)	(1, 0, 1, 0, 1)	(1, 0, 1, 0, 1)	(1, 0, 1, 0, 1)
Délky oken	(0, 0, 16, 14)	(0, 0, 16, 15)	(0, 0, 14, 14)	(0, 0, 14, 13)	(0, 0, 14, 15)
Accuracy	0.833	0.832	0.831	0.832	0.830
F míra H-mód	0.901	0.900	0.901	0.903	0.899
F míra L-mód	0.726	0.721	0.727	0.732	0.719
F míra ELM	0.782	0.787	0.775	0.768	0.784
F míra průměrná	0.803	0.803	0.801	0.801	0.801
Precision H-mód	0.951	0.963	0.951	0.940	0.961
Precision L-mód	0.606	0.594	0.603	0.613	0.591
Precision ELM	0.843	0.843	0.841	0.843	0.844
Recall H-mód	0.857	0.846	0.858	0.869	0.846
Recall L-mód	0.911	0.921	0.919	0.912	0.923
Recall ELM	0.732	0.741	0.722	0.709	0.735

Tab. A.5: Výsledky skrytého Markovova modelu (bez učitele) aplikovaného na reálná data z Obr. 3.6. Nejlepších pět kombinací příznaků a délek oken seřazených podle průměrné F-míry. Uspořádaná pětice  $(0, 1, 1, 0, 0) \approx$  (první derivace, druhá derivace, exponenciální klouzavý průměr, klouzavý průměr, klouzavý rozptyl) udává, které příznaky byly použity (na jejich pozici je 1) a které ne (na jejich pozici je 0).

index	2840	2828	2841	2827	2842
Kombinace příznaků	(1, 0, 1, 0, 1)	(1, 0, 1, 0, 1)	(1, 0, 1, 0, 1)	(1, 0, 1, 0, 1)	(1, 0, 1, 0, 1)
Délky oken	(0, 0, 16, 11)	(0, 0, 14, 11)	(0, 0, 16, 12)	(0, 0, 14, 10)	(0, 0, 16, 13)
Accuracy	0.769	0.766	0.767	0.767	0.765
F míra H-mód	0.807	0.806	0.804	0.807	0.802
F míra L-mód	0.690	0.692	0.685	0.696	0.685
F míra ELM	0.589	0.583	0.592	0.576	0.593
F míra průměrná	0.695	0.694	0.694	0.693	0.693
Precision H-mód	0.847	0.842	0.855	0.833	0.866
Precision L-mód	0.609	0.615	0.606	0.617	0.602
Precision ELM	0.672	0.669	0.672	0.667	0.676
Recall H-mód	0.780	0.783	0.770	0.791	0.759
Recall L-mód	0.852	0.848	0.848	0.851	0.858
Recall ELM	0.592	0.587	0.599	0.571	0.600

Tab. A.6: Výsledky skrytého Markovova modelu (bez učitele) aplikovaného na reálná data z Obr. 3.7. Nejlepších pět kombinací příznaků a délek oken seřazených podle průměrné F-míry.

index	4118	4106	3950	2932	3998
Kombinace příznaků	(1, 1, 1, 1, 1)	(1, 1, 1, 1, 1)	(1, 1, 1, 1, 1)	(1, 0, 1, 1, 1)	(1, 1, 1, 1, 1)
Délky oken	(6, 10, 16, 16)	(6, 10, 14, 16)	(4, 8, 12, 16)	(4, 10, 14, 16)	(4, 10, 14, 16)
Accuracy	0.868	0.867	0.866	0.867	0.866
F míra H-mód	0.897	0.897	0.895	0.898	0.896
F míra L-mód	0.851	0.851	0.855	0.848	0.849
F míra ELM	0.826	0.823	0.820	0.823	0.823
F míra průměrná	0.858	0.857	0.856	0.856	0.856
Precision H-mód	0.922	0.919	0.910	0.922	0.919
Precision L-mód	0.895	0.902	0.893	0.893	0.884
Precision ELM	0.788	0.787	0.796	0.791	0.793
Recall H-mód	0.875	0.877	0.881	0.877	0.876
Recall L-mód	0.828	0.824	0.835	0.825	0.833
Recall ELM	0.872	0.867	0.849	0.866	0.861

Tab. A.7: Výsledky modifikovaného skrytého Markovova modelu aplikovaného na reálná data z Obr. 3.6. Nejlepších pět kombinací příznaků a délek oken seřazených podle průměrné F-míry.

index	2206	2557	2593	2314	2665
Kombinace příznaků	(1, 0, 0, 1, 1)	(1, 0, 1, 0, 1)	(1, 0, 1, 0, 1)	(1, 0, 0, 1, 1)	(1, 0, 1, 0, 1)
Délky oken	(4, 8, 16, 16)	(4, 8, 16, 16)	(4, 10, 16, 16)	(6, 8, 16, 16)	(6, 8, 16, 16)
Accuracy	0.812	0.811	0.809	0.808	0.810
F míra H-mód	0.793	0.793	0.791	0.791	0.793
F míra L-mód	0.764	0.754	0.749	0.752	0.746
F míra ELM	0.684	0.686	0.687	0.683	0.686
F míra průměrná	0.747	0.744	0.743	0.742	0.742
Precision H-mód	0.858	0.869	0.871	0.857	0.877
Precision L-mód	0.798	0.765	0.758	0.768	0.745
Precision ELM	0.640	0.637	0.639	0.641	0.638
Recall H-mód	0.749	0.740	0.736	0.744	0.736
Recall L-mód	0.779	0.782	0.781	0.779	0.784
Recall ELM	0.771	0.776	0.779	0.769	0.776

Tab. A.8: Výsledky modifikovaného skrytého Markovova modelu aplikovaného na reálná data z Obr. 3.7. Nejlepších pět kombinací příznaků a délek oken seřazených podle průměrné F-míry.

index	2988	856	4054	2989	857
Kombinace příznaků	(1, 0, 1, 1, 1)	(0, 0, 1, 1, 1)	(1, 1, 1, 1, 1)	(1, 0, 1, 1, 1)	(0, 0, 1, 1, 1)
Délky oken	(6, 8, 12, 12)	(6, 8, 12, 12)	(6, 8, 12, 12)	(6, 8, 12, 13)	(6, 8, 12, 13)
Accuracy	0.734	0.735	0.734	0.735	0.734
F míra H-mód	0.859	0.859	0.859	0.860	0.860
F míra L-mód	0.699	0.699	0.699	0.697	0.697
F míra ELM	0.379	0.379	0.378	0.379	0.379
F míra průměrná	0.646	0.645	0.645	0.645	0.645
Precision H-mód	0.769	0.769	0.769	0.771	0.771
Precision L-mód	0.581	0.581	0.581	0.578	0.578
Precision ELM	0.949	0.949	0.949	0.947	0.946
Recall H-mód	0.981	0.981	0.981	0.981	0.981
Recall L-mód	0.890	0.890	0.890	0.891	0.890
Recall ELM	0.241	0.241	0.240	0.241	0.241

Tab. A.9: Výsledky algoritmu K-means aplikovaného reálná data z Obr. 3.6. Nejlepších pět kombinací příznaků a délek oken seřazených podle průměrné F-míry.

index	3134	4200	3135	4201	4202
Kombinace příznaků	(1, 0, 1, 1, 1)	(1, 1, 1, 1, 1)	(1, 0, 1, 1, 1)	(1, 1, 1, 1, 1)	(1, 1, 1, 1, 1)
Délky oken	(0, 10, 12, 14)	(0, 10, 12, 14)	(0, 10, 12, 15)	(0, 10, 12, 15)	(0, 10, 12, 16)
Accuracy	0.684	0.684	0.683	0.683	0.683
F míra H-mód	0.750	0.750	0.750	0.750	0.751
F míra L-mód	0.495	0.495	0.494	0.494	0.494
F míra ELM	0.393	0.393	0.393	0.393	0.392
F míra průměrná	0.546	0.546	0.546	0.546	0.545
Precision H-mód	0.664	0.664	0.665	0.665	0.666
Precision L-mód	0.526	0.526	0.527	0.527	0.528
Precision ELM	0.612	0.612	0.611	0.611	0.61
Recall H-mód	0.875	0.875	0.875	0.875	0.874
Recall L-mód	0.569	0.568	0.568	0.568	0.568
Recall ELM	0.353	0.353	0.353	0.353	0.352

Tab. A.10: Výsledky algoritmu K-means aplikovaného na reálná data z Obr. 3.7. Nejlepších pět kombinací příznaků a délek oken seřazených podle průměrné F-míry.