1)

över(n, k) = över(n, n-k)

Enligt definition är över(n, k) = $\frac{n!}{(n-k)!k!}$

Därav blir över(n, n-k) = $\frac{n!}{(n-(n-k))!(n-k)!}$ = $\frac{n!}{(n-n+k)!(n-k)!}$ = $\frac{n!}{k!(n-k)!}$ =över(n, k)

VSB.

2)

Börja med att ställa upp olika lösningar:

- Upp, Upp, Upp, Upp, Upp, Höger, Höger, Höger, Höger, Höger
- Höger, Höger, Höger, Höger, Höger, Upp, Upp, Upp, Upp, Upp
- Höger, Upp, Höger, Upp, Höger, Upp, Höger, Upp, Höger, Upp

Från dessa kan vi se att det alltid finns 5 höger och 5 upp, med ett totalt antal steg som alltid är 10.
Därför blir det över(10, 5) = 252.

3)

Händelse A = ”Amanda kommer i tid”
Händelse B = ”Bertil kommer i tid”
P(A) = 0,9 (90%)
P(B) = 0,8 (80%)

a) Är A och B disjunkta?

A och B är disjunkta om A∩B = ∅ (|A∩B| = 0).
Eftersom både A och B är med i samma universum (U), och eftersom P(A) + P(B) är större än 100% så måste det finnas någon sorts överlappning.

b) Vad är sannolikheten att A och B inträffar om de är oberoende?

Om A och B är oberoende så är P(A∩B) = P(A) * P(B)
P(A∩B) = P(A) * P(B) = 0,9 * 0,8 = 0,72 (72%)

c) Vad är sannolikheten att A eller B inträffar?

P(A∪B) = P(A) + P(B) – P(A∩B) (snittet räknas 2 gånger annars)
P(A∪B) = 0,9 + 0,8 – 0,72 = 0,98 (98%)

4)

M1 = ”Maskin 1 tillverkar en produkt”
M2 = ”Maskin 2 tillverkar en produkt”
P(M1) = 35%
P(M2) = 65%

D|M1 = ”Maskin 1 tillverkar en defekt produkt”
D|M2 = ”Maskin 2 tillverkar en defekt produkt”
P(D|M1) = 2%
P(D|M2) = 5%

D = ”En enhet är defekt”

a) Hur stor sannolikhet är det att en slumpmässigt vald enhet är defekt?

Antag att det finns 100 enheter. 35 av dessa är tillverkade av maskin 1, och 65 av dem av maskin 2.
Maskin 1 tillverkar i snitt (35/100)*2 = 0,7 defekta enheter på 100 enheter.
Maskin 2 tillverkar i snitt (65/100)*5 = 3,25 defekta enheter på 100 enheter.

Därav är chansen att dra en defekt enhet på 100 enheter $\frac{(0,7+3,25)}{100} = \frac{(3,95)}{100} = 0,0395$ (3,95%).

Eftersom P(M1) + P(M2) = 100% så gäller detta alltså för alla antal enheter, och därav är P(D) = 0,0395 (3,95%)

b) En enhet är defekt. Hur stor chans är det att den är ifrån maskin 2?

Vi vill alltså ha P(M2|D).

Enligt Bayes lag:
P(M2|D) = [P(D|M2) * P(M2)] / P(D) = (0,05 * 0,65) / 0,0395 ~= 0,8228
P(M2|D) = 0,8228 (82,28%)

5)

a)

D = ”Deltagit”
G = ”Godkänd”
|D| = 25 + 6 = 31
|G| = 25 + 8 = 33
|U| = 54

b) D och G är oberoende

P(D) = 31/54 ~= 0,57 (57%)
P(G) = 33/54 ~= 0,61 (61%)
P(D∩G) = P(D) * P(G) = 0,57 * 0,61 = 0,3477 (34,77%)
|D∩G| = P(D∩G) * |U| = 0,3477 * 54 = 18,7758 ~= 19

c)

$P(G^c) = 1 – P(G) = 1 – 0,61 = 0,39$
$P(D^c) = 1 – P(D) = 1 – 0,57 = 0,43$

$P(D \cap G^c) = P(D) * P(G^c) = 0,57 * 0,39 = 0,2223$ (22,23%)
$|D \cap G^c| = P(D \cap G^c) * |U| = 0,2223 * 54 = 12.004199...$ ~= 12

$P(D^c \cap G) = P(D^c) * P(G) = 0,43 * 0,61 = 0,2623$ (26,23%)
$|D^c \cap G| = P(D^c \cap G) * |U| = 0,2623 * 54 = 14,1642$ ~= 14

$P(D^c \cap G^c) = P(D^c) * P(G^c) = 0,43 * 0,39$ ~= 0,1677 (16,77%)
$|D^c \cap G^c| = P(D^c \cap G^c) * |U| = 0,1677 * 54 = 9,0558$ ~= 9

	Godkänd	Ej Godkänd
Deltagit	19	12
Ej Deltagit	14	9

d) Givet tabellen ovan och den i uppgiften, vad kan du säga om sambandet mellan D och G?

När vi antog att D och G var oberoende fick vi ett slutresultat (tabellen ovan) som skilde sig mycket från den ursprungliga tabellen.

I tabellen ovan får vi majoriteten vid $D \cap G^c$(18), med en delad andraplats till $D \cap G$ (13) och $D^c \cap G^c$ (13).

I den ursprungliga tabellen har vi majoriteten vid $D \cap G$ (25) och andraplats vid $D^c \cap G^c$ (15).

Därför måste det finnas något samband mellan D och G.