

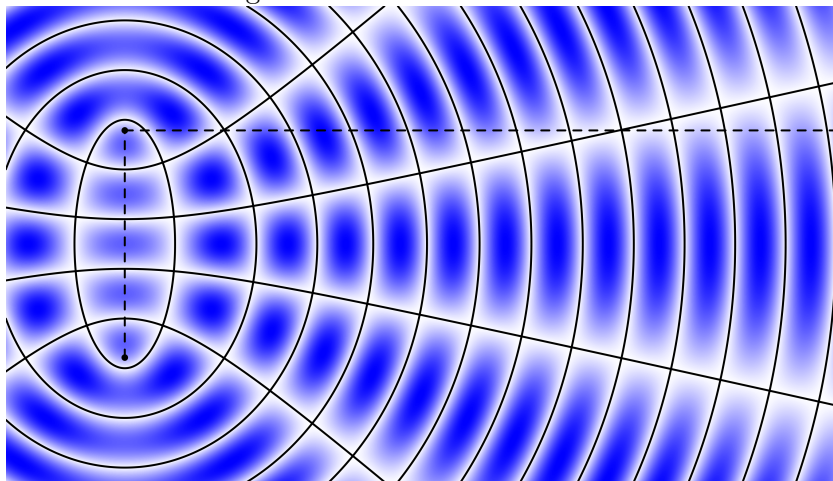
## Problème

Pourquoi la situation suivante est-elle physiquement impossible? Un oscillateur alimente deux haut-parleurs identiques à une fréquence de 200Hz. Les haut-parleurs sont posés sur le sol à une distance  $d = 400\text{m}$  l'un de l'autre. Un homme situé loin des haut-parleurs avance directement vers le haut-parleur de droite. Après avoir traversé trois minimums d'intensité sonore, il avance jusqu'au maximum suivant et s'arrête. On néglige la réflexion du son sur le sol. [1]

## Résolution

Voici le schéma<sup>1</sup> du problème si l'on peut visualiser les ondes sonores provenant des deux sources de même fréquences :

Figure 1: Interférence visualisée



À partir de cette image, on peut clairement voir qu'il existe seulement deux minimums sonores dans le trajet de la personne. Il faut donc le prouver. Pour ce faire, il nous suffit de trouver le nombre de valeur de  $x$  pour lesquelles il est possible d'avoir une différence de marche équivalente à une demi longueur d'onde.

---

<sup>1</sup>Voici l'équation utilisée pour dessiner le graphique :

$$z(x, y) = \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{(x-2)^2 + y^2}\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{(x+2)^2 + y^2}\right)$$

Avec pythagore, on peut déterminer la différence de marche entre le haut-parleur en diagonal et celui en face de la personne :

$$\Delta r = \sqrt{x^2 + d^2} - x$$

Afin d'avoir un minimum, la différence de marche doit être équivalente à un multiple d'une demi longueur d'onde :

$$\Delta r = \sqrt{x^2 + d^2} - x = \left(n + \frac{1}{2}\right) \lambda$$

Il suffit de résoudre l'équation :

$$\begin{aligned} & \sqrt{x^2 + d^2} - x = \left(n + \frac{1}{2}\right) \lambda \\ \Leftrightarrow & \quad \sqrt{x^2 + d^2} = \left(n + \frac{1}{2}\right) \lambda + x \\ \Rightarrow & \quad x^2 + d^2 = \left[\left(n + \frac{1}{2}\right) \lambda + x\right]^2 \\ \Leftrightarrow & \quad x^2 + d^2 = \left[\left(n + \frac{1}{2}\right) \lambda\right]^2 + 2x \left(n + \frac{1}{2}\right) \lambda + x^2 \\ \Leftrightarrow & \quad d^2 = \left[\left(n + \frac{1}{2}\right) \lambda\right]^2 + 2x \left(n + \frac{1}{2}\right) \lambda \\ \Leftrightarrow & \quad 2x \left(n + \frac{1}{2}\right) \lambda = d^2 - \left[\left(n + \frac{1}{2}\right) \lambda\right]^2 \\ \Leftrightarrow & \quad x = \frac{d^2 - \left[\left(n + \frac{1}{2}\right) \lambda\right]^2}{2 \left(n + \frac{1}{2}\right) \lambda} \quad \text{si } n = 0, 1, 2, \dots \end{aligned}$$

On s'intéresse aux valeurs de  $x$  lorsque la personne est devant les deux haut-parleurs. En analysant la fonction, on remarque qu'elle est positive si et seulement si l'expression au carré est plus petite que  $d^2$ , la distance entre les deux sources. En termes mathématiques :

$$\left[\left(n + \frac{1}{2}\right) \lambda\right]^2 < d^2$$

On peut donc l'isoler afin d'obtenir pour quelles valeurs de  $n$  des valeurs de  $x$  existent.

$$\begin{aligned} & \left[ \left( n + \frac{1}{2} \right) \lambda \right]^2 < d^2 \\ \Rightarrow & \left( n + \frac{1}{2} \right) \lambda < d \\ \Leftrightarrow & n < \frac{d}{\lambda} - \frac{1}{2} \quad \text{si } \lambda = \frac{v}{f} \\ \Leftrightarrow & n < \frac{d \cdot f}{v} - \frac{1}{2} = \frac{4\text{m} \cdot 200\text{Hz}}{343\text{m/s}} - \frac{1}{2} = 1.83 \end{aligned}$$

Puisque  $n$  doit être un nombre entier positif, seulement  $n = 0$  et  $n = 1$  respectent les conditions du problème. Il y a donc seulement deux minimums possibles et non trois.

## Bibliographie

- [1] Raymond A. Serway and Jr. John W. Jewett. *Physique Tome 3: Ondes, optique et physique moderne*. Groupe Modulo, 2014.