

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
“КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ”  
ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ  
КАФЕДРА ІНФОРМАЦІЙНОЇ БЕЗПЕКИ

«До захисту допущено»

Завідувач кафедри

\_\_\_\_\_  
(підпис)  
М. В. Грайворонський

“ ”  
(ініціали, прізвище)  
\_\_\_\_\_

2017 р.

## Дипломна робота

освітньо-кваліфікаційного рівня “магістр”

за спеціальністю 8.04030101 «Прикладна математика»

на тему «Тема»

Виконав студент 6 курсу групи group

Name

Керівник Rank, Name

Рецензент Rank, Name

\_\_\_\_\_  
(підпис)

\_\_\_\_\_  
(підпис)

\_\_\_\_\_  
(підпис)

Засвідчую, що у цій дипломній роботі  
немає запозичень з праць інших авто-  
рів без відповідних посилань.

Студент \_\_\_\_\_

## ЗМІСТ

Вступ . . . . .	6
1 Теоретичні відомості . . . . .	8
1.1 Знаходження глибини методом бінокулярного паралаксу. . . . .	8
1.2 Оффлайн алгоритм пошуку скалярного поля зсувів . . . . .	10
1.3 Онлайн алгоритм пошуку скалярного поля зсувів . . . . .	14
1.4 Стереозрение при медленно поступающих данных. . . . .	18
2 Практичні результати . . . . .	25
3 final remarks. . . . .	26
Висновки . . . . .	27
Перелік посилань . . . . .	29

## ВСТУП

Задача бінокулярного стерео зору — одна з актуальних проблем у сфері комп'ютерного зору. Це метод отримання тривимірної інформації про об'єкти, шляхом порівняння пари їх знімків зроблених під різними кутами. Базуючись на відносному розташуванні об'єктів на знімках можна зробити висновки про їх віддаленість від камер.

Від автономної навігації та фотограмметрії до доповненої реальності — задачі стерео-зору мають багато застосувань в сучасному світі. Являючись менш точними ніж, лазерне сканування, методи стерео зору часто використовуються для отримання топографічних мап, через те, що дозволяють охопити одним знімком великий регіон земної поверхні.

В цій роботі розглядаються одновимірні алгоритми пошуку карти зсувів. Це означає, що кожен рядок зображення ми опрацьовуємо незалежно від інших. Такий підхід вимагає попередньої ректифікації зображення, проте є більш швидким та дає непогані результати (рис. 1).

**Актуальність роботи.** "Оффлайн"(!) алгоритми розв'язання задачі стерео зору можуть почати свою роботу тільки після надходження всіх даних. Проте, з розвитком мережевих технологій все частіше трапляється, що необхідна інформація завантажується безпосередньо з інтернету по мірі необхідності (on demand)(!), а не зберігається локально. Також можлива ситуація, коли дані для обрахунку відправляються до обчислювального центру. Та хоч сучасні дата-центри мають дуже швидкі та надійні канали доступу до мережі, цього не можна сказати про їх "клієнтів". Тож часто до часу роботи самого алгоритму буде додаватися ще й час затримки надходження всіх даних. Цю проблему можна вирішити використовуючи алгоритми, які б могли починаючи обрахунки вже після надходження першої частини даних, зменшуючи тим самим сумарний час обробки даних.

*Об'єкт дослідження* — прихована модель Маркова.

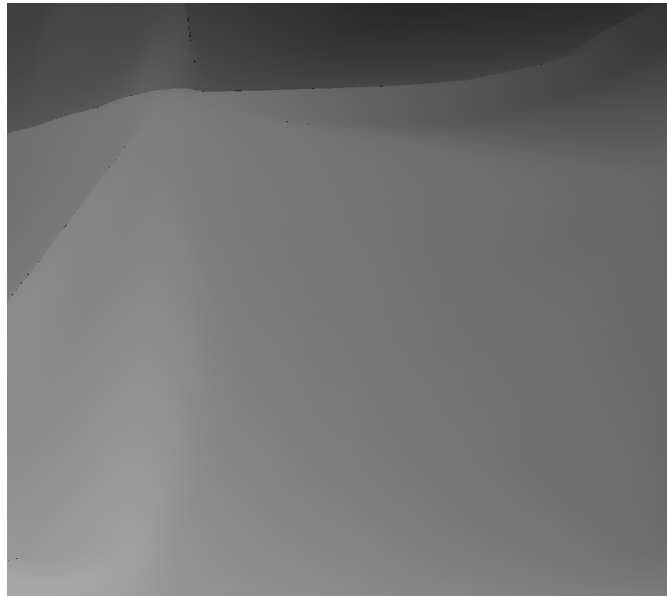


Рисунок 1 — Результат роботи одновимірного алгоритму

*Предмет дослідження* — ефективна оцінка прихованих параметрів (моделі Маркова)?

**Мета дослідження.** Розробка онлайн алгоритму для задачі стерео зору.

**Практичне значення результатів.** Розроблений алгоритм можна використовувати для ефективного вирішення задачі стерео зору в умовах повільного поступового надходження даних.

# 1 ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

## 1.1 Знаходження глибини методом бінокулярного паралаксу

### 1.1.1 Будова камери

Сучасні цифрові фото та відео камери мають куди більш складну будову ніж їх (!). Та для подальших викладок нам буде достатньо розглянути роботу найпростішої можливої камери — камери-обскура (від лат. camera obscura — «темна кімната»). Це просто темне приміщення з одним малим отвором, через який на протилежну стіну проектується перевернуте зменшене зображення предметів ззовні.

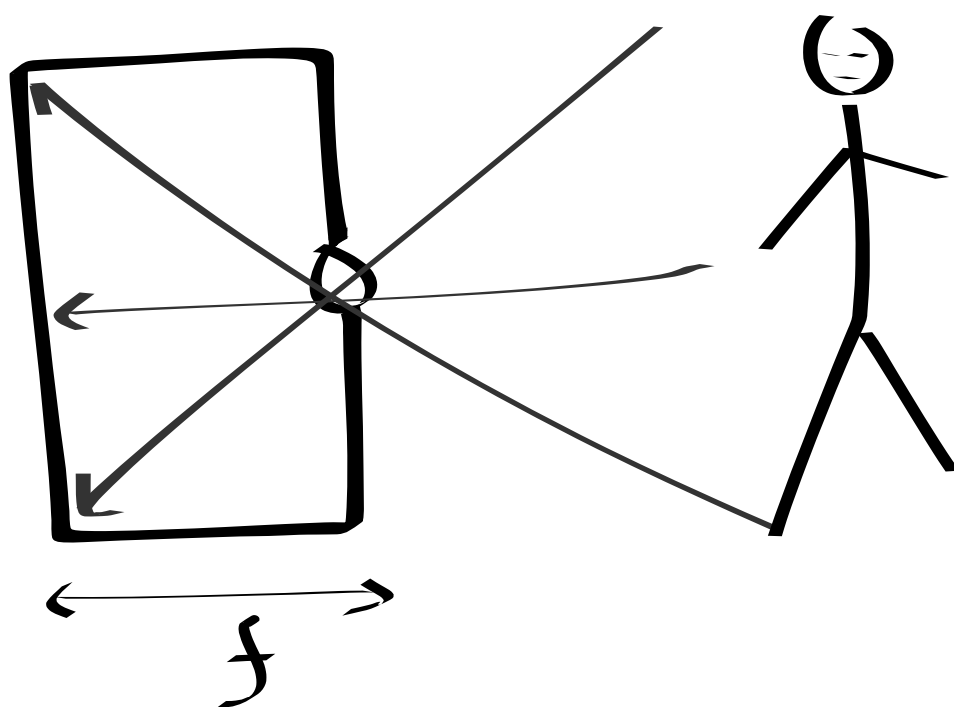


Рисунок 1.1 — Камера-обскура

Нехай протилежна стіна — матриця цифрової камери.

### 1.1.2 Пошук відстані методом бінокулярного паралаксу

В силу оптических особенностей, конечное изображение в такой камере будет перевернутым. Поэтому для ещё большего упрощения мысленно перенесём матрицу камеры направо, на расстояние  $f$ . Такое действие никак не повлияет на итоговый результат, но сильно упростит дальнейшие выкладки.

Покажем теперь, как с помощью двух таких камер можно найти абсолютное расстояние до объекта. Пусть пока камеры будут расположены параллельно и сонаправлены друг другу (что делать в случае когда камеры расположены иначе будет указано дальше). Итак, у нас есть такая конструкция:



Рисунок 1.2 — Камера-обскура

Де  $f$  – фокусна відстань,  $z$  – відстань до об'єкта,  $\Delta$  – відстань між камерами,  $x_1$  та  $x_2$  – координати об'єкта на лівому та правому знімках.  $R, L$  – оптичні центри правої і лівої камери,  $S$  – об'єкт.

Тоді з подібності трикутників  $LzS$  та  $LL'x_1$  (!) маємо:

$$\begin{cases} \frac{f}{x_1} = \frac{z}{\Delta+x}, \\ \frac{f}{x_2} = \frac{z}{x}. \end{cases}$$

Виразивши  $\Delta$  з першого рівняння та  $x$  з другого отримаємо:

$$\begin{cases} \Delta = \frac{zx_1}{f} - x, \\ x = \frac{zx_2}{f}. \end{cases}$$

Підставимо  $x$  в перше рівняння і отримаємо вираз для  $z$ :

$$z = \frac{\Delta f}{(x_1 - x_2)}.$$

Так як  $\Delta$  и  $f$  не залежать від розташування об'єкта, то відстань до нього буде залежати тільки від різниці  $x_1 - x_2$ , тобто тільки від зсуву об'єкту між двома знімками. Тож для знаходження глибини сцени нам необхідно знайти зсув для кожного пікселя між зображеннями.

## 1.2 Оффлайн алгоритм пошуку скалярного поля зсувів

### 1.2.1 Постановка задачі

Далі під "зображенням" будемо розуміти деякий рядок вихідного зображення.

Нехай  $n$  — довжина зображення,  $I = \{1, 2, \dots, n\}$  — множина координат пікселів. Також введемо множину зсувів  $D = \{0, \dots, D_{max}\}$ , де  $D_{max}$  — значення максимального зсуву, та підбирається експериментально. Ліве і праве зображення задамо як функції

$$\mathcal{L} : I \rightarrow R,$$

$$\mathcal{R} : I \rightarrow R.$$

Тобто  $\mathcal{L}(i)$  — інтенсивність  $i$ -го пікселя на лівому зображенні, а  $\mathcal{R}(i)$  — інтенсивність  $i$ -го пікселя на правому зображенні.

Наразі, задля спрощення подальших викладок, ми розглядаємо монохромні зображення, проте така постановка природно узагальнюється й на кольоровий випадок. Тоді б ми задавали зображення як  $\mathcal{L} : I \rightarrow R^c$  та  $\mathcal{R} : I \rightarrow R^c$ , де  $c$  — кількість кольорів зображення (!).

Для вирішення задачі нам потрібно кожному пікселю лівого зображення знайти відповідний йому піксель на правому зображенні (1.3). Тобто для кожного пікселя з номером  $i$  лівого зображення знайти таке  $d_i \in D$ , щоб піксель правого зображення з номером  $i - d_i$  — відповідав йому. Проте, не будь

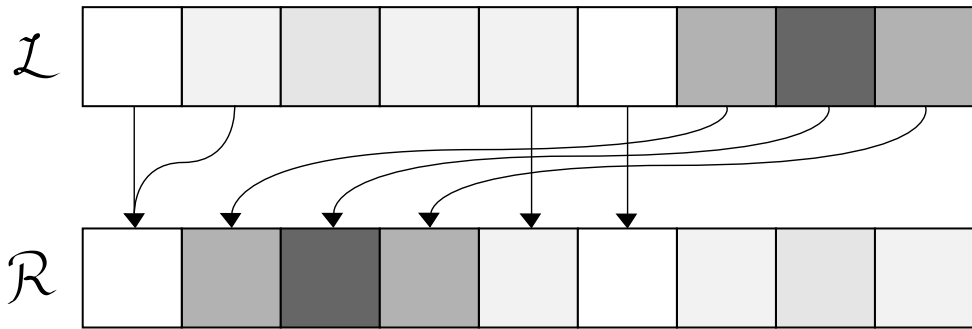


Рисунок 1.3 — Пошук відповідних пікселів

яка пара пікселей може знаходитися у відповідності — пікселю з номером  $i$  на лівому зображенні можуть відповідати тільки ті пікселі правого зображення з номером  $j$ , для яких  $i \leq j$ . Переконатися в цьому можна тримаючи перед собою олівець та по черзі закриваючи то праве, то ліве око. Для правого ока олівець буде знаходитися лівіше ніж для лівого

Тож треба знайти таку послідовність  $\bar{d} \in D^n$ , яка б мінімізувала штрафну функцію

$$\omega(\bar{d}) = \sum_{i=1}^n h(i, d_i) + \sum_{i=1}^{n-1} g(d_i, d_{i+1}), \quad (1.1)$$

де  $h(i, d_i)$  відповідає за схожість кольору пікселів, а  $g(d_i, d_{i+1})$  за за гладкість поля зсувів ( $\alpha$  — коефіцієнт згладжування).



### 1.2.2 Представлення задачі як пошук найкоротшого шляху у графі

Представимо задачу пошуку послідовності  $\bar{d}$ , що мінімізує штрафну функцію (1.2.1), як пошук найкоротшого шляху через орієнтований зважений граф  $G = \langle \mathcal{V}, \mathcal{E} \rangle$  (1.4). Його множина вершин

$$\mathcal{V} = \{\sigma(i, d) \mid i \in I, d \in D\} \cup \{S, E\}.$$

Кожна вершина  $\sigma(i, d)$  має вагу  $h(i, d)$ ,  $\forall i \in I, d \in D$ . Множина його ребер

$$\mathcal{E} = \bigcup_{d \in D} \langle S, \sigma(1, d) \rangle \cup \bigcup_{d \in D} \langle \sigma(n, d), E \rangle \cup \bigcup_{\substack{i=1..n-1 \\ d \in D \\ d' \in D}} \langle \sigma(i, d), \sigma(i+1, d') \rangle.$$

Ваги ребер

- вага ребра  $\langle S, \sigma(1, d) \rangle - 0, \forall d \in D$
- вага ребра  $\langle \sigma(n, d), E \rangle - 0, \forall d \in D$
- вага ребер  $\langle \sigma(i, d), \sigma(i+1, d') \rangle - g(d, d'), \forall d, d' \in D, i \in I$

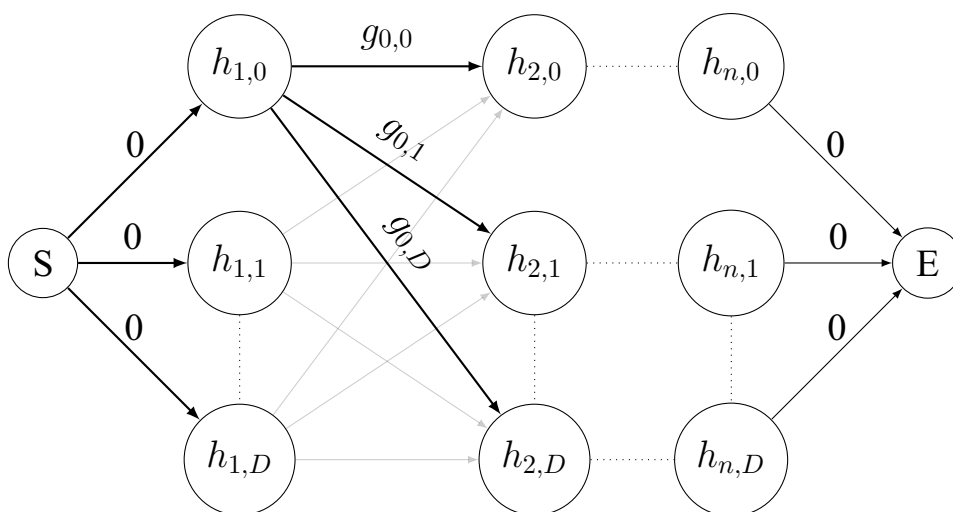


Рисунок 1.4 — Граф  $G$

Тоді послідовність  $\bar{d}$  – послідовність вершин через які проходить найко-

ротший шлях з  $S$  в  $E$ , і буде мінімізувати штрафну функцію  $\omega(\bar{d})$  (1.2.1).

### 1.2.3 Пошук найкоротшого шляху у графі

Позначимо довжину найкоротшого шляху з вершини  $S$  в вершину  $\sigma(i, d)$  як  $f_i(d)$ . Тоді

$$\begin{aligned} f_1(d) &= h(1, d), \forall d \in D \\ f_2(d) &= \min_{d' \in D} \left( f_1(d') + g(d', d) \right) + h(2, d), \forall d \in D \\ &\vdots \\ f_i(d) &= \min_{d' \in D} \left( f_{i-1}(d') + g(d', d) \right) + h(i, d), \forall d \in D. \end{aligned}$$

Тоді елементи послідовності  $\bar{d}$  знаходимо за формулами:

$$\begin{aligned} d_n &= \arg \min_{d' \in D} \left( f_n(d') \right), \\ d_i &= \arg \min_{d' \in D} \left( f_i(d') + g(d', d_{i+1}) \right) \quad i = \overline{n-1, 1} \end{aligned}$$

### 1.3 Онлайн алгоритм пошуку скалярного поля зсувів

Метод описаний в частині 1.2 потребує наявності всіх даних до початку обчислень. В ситуації, коли дані надходять повільно, цей метод не є самим ефективними. Доводиться чекати надходження всіх даних і тільки потім починати обчислення, адже ми не можемо розрахувати ваги деяких вершин. Замість цього можна проводити деякі розрахунки над частиною даних, яка вже надійшла, цим самим зменшивши час роботи алгоритму після отримання всіх даних.

#### 1.3.1 Постановка задачі

Як і в частині 1.2:  $n$  — довжина зображення,  $I = \{1, 2, \dots, n\}$  — множина координат пікселів,  $D = \{0, \dots, D_{max}\}$  — множина зсувів,  $D_{max}$  — значення максимального зсуву. Проте ліве і праве зображення вже задаємо як функції

$$\mathcal{L} : I \rightarrow R \cup \{\varepsilon\},$$

$$\mathcal{R} : I \rightarrow R \cup \{\varepsilon\}.$$

Якщо  $i$ -й піксель лівого зображення вже надійшов то  $\mathcal{L}(i)$  — інтенсивність  $i$ -го пікселя на лівому зображенні. Якщо ще не надійшов, то  $\mathcal{L}(i) = \varepsilon$ . Так само як і у 1.2 нам потрібно знайти таку послідовність  $\bar{d} \in D^n$ , яка б мінімізувала штрафну функцію 1.2.1.

Цю задачу ми теж представимо як пошук найкоротшого шляху на графі  $G = \langle \mathcal{V}, \mathcal{E} \rangle$ . Його множина вершин, множина ребер та ваги ребер такі ж як

і в частині 1.2.2. Вага вершина  $\sigma(i, d) =$

$$\begin{cases} , \text{ якщо } \mathcal{L}(i) \neq \varepsilon, \\ \infty, \text{ якщо } \mathcal{L}(i) = \varepsilon. \end{cases}$$

Будемо називати вершину  $\sigma(i, d)$  **відкритою**, якщо  $h(i, d) \neq \infty$ , інакше назвемо її **закритою**.

Отже, поки нам не надійшли всі дані, ми не можемо знайти таку послідовність  $\bar{d} \in D^n$ , що мінімізує штрафну функцію

$$\omega(\bar{d}) = \sum_{i=1}^n h(i, d_i) + \sum_{i=1}^{n-1} g(d_i, d_{i+1}).$$

Але ми можемо проводити деякі розрахунки, що зменшать загальний час роботи алгоритму, з тими даними, що вже надійшли.

### 1.3.2 Поступове упорядковане надходження даних

Нехай на початку нам невідомі жодні пікселі обох зображень. Нехай

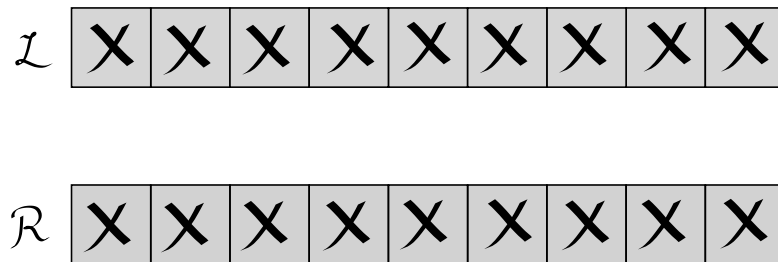


Рисунок 1.5 — Немає даних

існує деякий стохастичний автомат, що на кожному кроці  $t \in I$  генерує пари  $\langle cL, cR \rangle$  — інтенсивності наступних пікселів лівого та правого зображень ( $cL, cR \in R$ ). Тоді на кожному кроці  $t$  нам буде відкриватися ”стовпчик” вер-

шин  $h(t, d), \forall d \in D, t \in I$ .

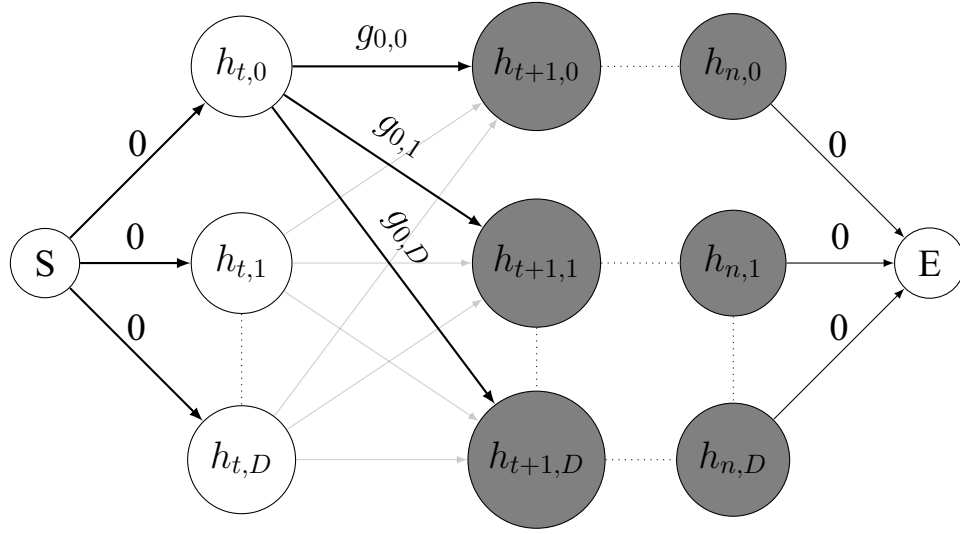


Рисунок 1.6 — Граф  $G$

Припустимо нам відомо, що найкоротший шлях з  $S$  в  $E$  проходить через вершину  $\sigma(t+1, d), d \in D$ . Тоді, якщо всі вершини  $\sigma(t, d), \forall d \in D$  відкриті, ми можемо точно сказати через яку з них буде проходити найкоротший шлях. На жаль, ми не знаємо через яку вершину  $\sigma(t+1, d), d \in D$  буде проходити найкоротший шлях, тож нам необхідно для кожної такої вершини знайти її ”оптимальну-попередню” вершину. Зате після цього нам вже не потрібні вершини  $\sigma(t, d), \forall d \in D$ , і ми можемо їх відкинути, разом з їх ребрами, замінивши на  $D_{max}$  нових ребер.

Нехай  $G^0 = \langle \mathcal{V}^0, \mathcal{E}^0 \rangle = \langle \mathcal{V}, \mathcal{E} \rangle = G$ . Нехай також  $T = I \setminus \{n\}$  — множина ітерацій.  $s : T \times D \rightarrow R, s^0(d) = 0, \forall d \in D$ . Для відновлення послідовності  $\bar{d}$  введемо матрицю «попередніх оптимальних вершин»  $\hat{P}$  розмірності  $n \times (D_{max} + 1)$ .

$$p_{1,d} = 0, \forall d \in D.$$

Як тільки автомат на кроці  $t \in T$  генерує нову пару  $\langle cL, cR \rangle$  — шукаємо новий граф  $G^t$ :

1)  $\forall d \in D$  :

$$s^t(d) = \min_{d' \in D} (s^{(t-1)}(d') + h(t, d') + g(d', d)).$$

- $p_{t+1,d} = \arg \min_{d' \in D} (s^t(d)).$
- 2)  $\mathcal{V}^t = \mathcal{V}^{t-1} \setminus \{\sigma(t, d) \mid d \in D\}.$
- 3) Позначимо множину  $\bigcup_{d \in D} \langle S, \sigma(t, d) \rangle$  як  $\mathcal{A}$ ,  
 множину  $\bigcup_{\substack{d \in D \\ d' \in D}} \langle \sigma(t, d), \sigma(t+1, d') \rangle$  як  $\mathcal{B}$ ,  
 а множину  $\bigcup_{d \in D} \langle S, \sigma(t+1, d) \rangle$  як  $\mathcal{C}$ . Тоді

$$\mathcal{E}^t = \left( \mathcal{E}^{t-1} \setminus (\mathcal{A} \cup \mathcal{B}) \right) \cup \mathcal{C}.$$

Вага ребра  $\langle S, \sigma(t+1, d) \rangle = s^t(d)$

- 4)  $G^t = \langle \mathcal{V}^t, \mathcal{E}^t \rangle$

Кожен новий граф  $G^t$  матиме на  $(D_{max})^2$  менше ребер, ніж граф  $G^{t-1}$ . Таким чином, на момент приходу останніх пікселів, нам треба буде опрацювати лише  $D_{max}$  ребер. А якщо б ми спочатку чекали приходу всіх даних, а тільки потім починали обчислення, нам треба було опрацювати  $(n-1)(D_{max})^2$  ребер.

Коли ж на кроці  $n$  автомат згенерує останні пікселі зображень, там залишиться тільки знайти

$$d_n = \arg \min_{d' \in D} (s^{(n-D_{max}-1)}(d') + h(n, d')),$$

та відновити послідовність  $\bar{d}$  через матрицю  $\hat{\mathcal{P}}$ :

$$d_i = p_{i+1, d_{i+1}}, i = \overline{n-1, 1}.$$

### 1.3.3 Поступове неупорядковане надходження даних

текст текст текст текст текст текст текст

## 1.4 Стереозрение при медленно поступающих данных

Описать что такое медленно приходящие данные...

### 1.4.1 Данные приходят по порядку

Пусть сначала все пиксели нам неизвестны (рис. 1.7), поэтому мы не можем вычислить вес ни одной из вершин графа  $G$  (??).

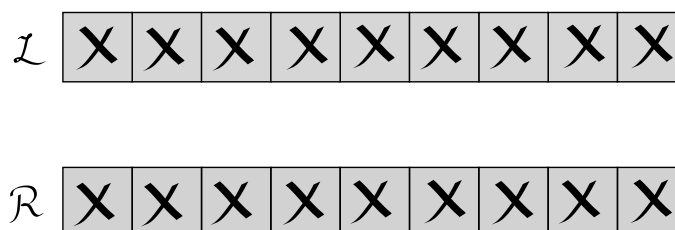


Рисунок 1.7 — Нет данных

Если мы не можем вычислить вес вершины — будем называть эту вершину ”закрытой” и обозначать ее черным кружочком. В противном случае назовем вершину ”открытой” и обозначим белым кружком. Для простоты рисунков положим  $D_{max} = 2$  и не будем обозначать ребер. Тогда, в ситуации когда все данные нам неизвестны, граф  $G$  будет иметь следующий вид (рис. 1.8).

Пусть теперь нам по порядку начинают приходить пары из пикселей правого и левого изображений с одинаковыми координатами. Когда нам известен только один первый пиксель каждого изображения (рис.1.9) то мы можем вычислить вес только одной вершины, и граф  $G$  будет иметь вид как на

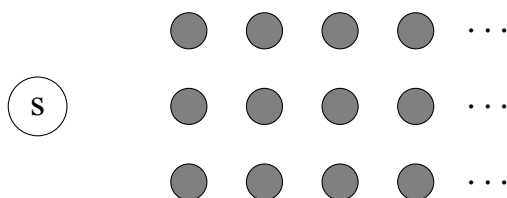
Рисунок 1.8 — граф  $G$  в отсутствии данных

рис.1.10.

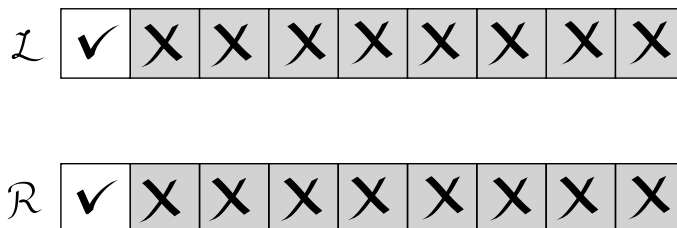
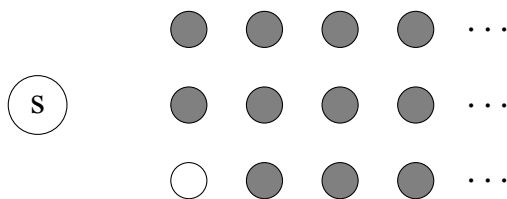


Рисунок 1.9 — Известны только первые пиксели

Рисунок 1.10 — Граф  $G$  когда известны только первые пиксели

Когда же нам будут известны уже первые два пикселя обоих изображений, мы сможем найти веса уже трёх вершин, и граф  $G$  будет выглядеть как на рис.1.11.

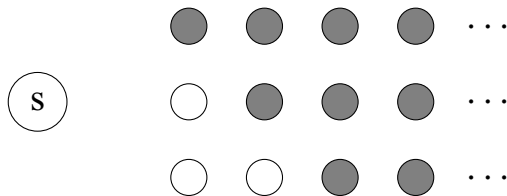


Рисунок 1.11 — Відомі перші два пікселі зображень

По мере прихода следующих пикселей в графе  $G$  будут открываться вершины на диагонали над уже открытыми вершинами. А как только нам станут известны  $D_{max} + 1$  первых пикселей обоих изображений — то все вершины



в первом столбике станут открытыми (рис. 1.12), и мы можем приступить к предвычислениям

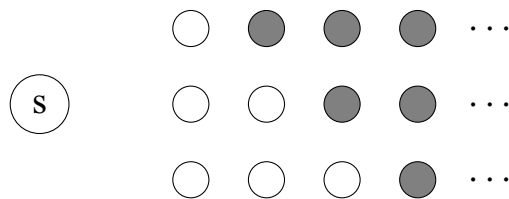


Рисунок 1.12 — Известны первые  $D_{max} + 1$  пикселей

Предположим кратчайший путь проходит через какую-то вершину  $\sigma(2, d)$  во втором столбике. Тогда точно можно утверждать, что он проходит через вершину  $\sigma(1, k)$  первого столбика, где

$$k = \arg \min_{l=0}^{D_{max}} (h(1, l) + g(l, d)).$$

Тогда все остальные возможные пути из  $S$  в  $\sigma(2, d)$  нам не нужны, и мы их отбрасываем, а вместо них вводим ребро  $\langle S, \sigma(2, d) \rangle$ , с весом

$$g^{(1)}_d = \min_{l=0}^{D_{max}} (h(2, l) + g(l, d)), \quad \forall d \in D.$$

Таким образом мы уменьшили количество рёбер в графе  $G$  на  $D_{max}$ .

Но мы не знаем через какую именно вершину второго столбика проходит кратчайший путь, поэтому вынуждены провести эту операцию для всех вершин  $\sigma(2, d) \forall d \in D$ . В результате такой оптимизации мы сократим количество рёбер на  $(D_{max})^2$  (рис. 1.13  $\rightarrow$  рис. 1.14).

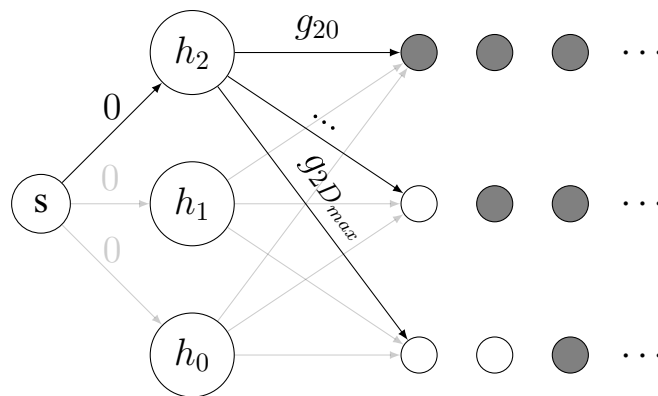
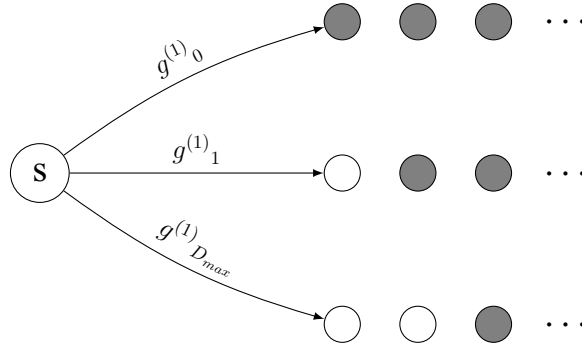


Рисунок 1.13 — граф  $G$  до оптимизации

Рисунок 1.14 — граф  $G$  после оптимизации

По пришествию первых  $D_{max} + 2$  стерео-пар пикселей проводим аналогичные действия, но теперь уже учитываем предыдущую оптимизацию. Для каждой вершины  $\sigma(3, d)$   $d \in D$  находим вершину  $\sigma(2, k)$ , где

$$k = \arg \min_{l \in D} (g_l^{(1)} + h(2, l) + g(l, d)).$$

Отбрасываем все пути из  $S$  в  $\sigma(3, d)$ ,  $d \in D$ , и вводим рёбра  $\langle S, \sigma(3, d) \rangle$   $d \in D$  с весами

$$g_d^{(2)} = \min_{l \in D} (g_l^{(1)} + h(2, l) + g(l, d)), \quad \forall d \in D.$$

Этим самым снова уменьшив общее количество рёбер графа  $G$  на  $(D_{max})^2$ .

Таким образом, при как только становятся известны первые  $D_{max} + m$  стерео-пар пикселей ( $m \geq 2$ ), отбрасываем все пути из  $S$  в  $\sigma(m + 1, d)$   $d \in D$ , заменяя их рёбрами  $\langle S, \sigma(m + 1, d) \rangle$   $\forall d \in D$ , с весами

$$g_d^{(m)} = \min_{l \in D} (g_l^{(m-1)} + h(m, l) + g(l, d)), \quad \forall d \in D, \quad (1.2)$$

уменьшая количество рёбер графа  $G$  ещё на  $(D_{max})^2$ .

Для восстановления конечной оптимальной последовательности  $\bar{d}$ , нам для каждой вершины  $\sigma(i, d)$ ,  $\forall i = \overline{2, n}$ ,  $d \in D$  нужно запоминать предыдущую ей ”оптимальную” вершину  $\sigma(i - 1, k)$ , где

$$k = \arg \min_{l \in D} (g^{(i-1)}_l + h(i - 1, l) + g(l, d)).$$

Для этого введем матрицу предыдущих оптимальных вершин  $\hat{\mathcal{P}}$  размера  $n \times D_{max} + 1$ , где  $\sigma(i - 1, p_{ij})$  – предыдущая  $\sigma(i, j)$  оптимальная вершина,  $\forall i \in I, j \in D$ . Элементы этой матрицы находятся следующим образом:

- $p_{1j} = 0$ ,  $\forall j \in D$  поскольку в вершины первого столбца можно попасть только из начальной вершины  $S$ , и предыдущая оптимальная вершина для них всегда одна. Конечно, можно просто исключить эти элементы из матрицы, но их наличие приводит к более красивому и простому определению остальных элементов матрицы  $\hat{\mathcal{P}}$ .
- $p_{ij} = \arg \min_{l \in D} (g^{(i-1)}_l + h(i - 1, l) + g(l, j))$ .

Элементы  $p_{ij}$  нужно вычислять при приходе  $D_{max} + i$  пары пикселей, так как при приходе следующей пары, рёбра  $g^{(i-1)}_l$  используются для расчёта рёбер  $g^{(i)}_l$ ,  $\forall l \in D$  согласно формуле 1.2 и отбрасываются.

После нахождения всех элементов  $\hat{\mathcal{P}}$ , можем восстановить все элементы последовательности  $\bar{d}$  —

$$d_n = \arg \min_{l \in D} (g^{(n-1)}_l + h(n, l)),$$

$$d_{n-1} = p_{n, d_n},$$

...

$$d_i = p_{i, d_{i-1}}.$$

#### **1.4.2 Одно из изображений известно**

## **2 ПРАКТИЧНІ РЕЗУЛЬТАТИ**

### **3 FINAL REMARKS**

## **ВИСНОВКИ**

В результаті виконання роботи вдалося.



## REFERENCES

## **ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ**