Università di Genova

# Macchine di Turing Quantistiche

Relatori

*Elena Zucca*

*Francesco Dagnino*

Candidato

*Pietro Zignaigo*

16-12-2024

# Computazione quantistica

- Lo stato di un computer quantistico è una sovrapposizione di stati discreti
- TODO: parlare di qubit (osservezione distrugge parte dell'informazione)
- **Quantum advantage**: A parità di problema, la complessità temporale degli algoritmi quantistici può essere minore di quella degli algoritmi classici

# Computazione quantistica

## Spazi di Hilbert

- Per modellare uno stato quantistico si utilizzano gli *spazi di Hilbert*:

$$\ell^2(\mathcal{B}) = \left\{ \phi : \mathcal{B} \to \mathbb{C} \;\middle|\; \sum_{\mathcal{C} \in \mathcal{B}} |\phi(\mathcal{C})|^2 < \infty \right\}$$

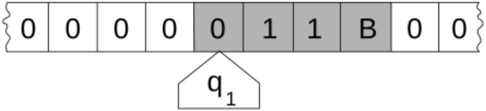
- TODO: parlare di $\ell_1^2$

# Computazione quantistica

## Operatori

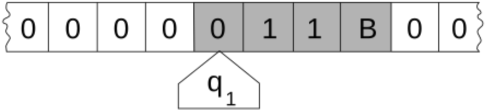
- TODO: perché servono operatori
- Per ragioni fisiche, possono essere applicati agli elementi dello spazio solo *operatori unitari*:
  - invertibili
  - conservano la norma
- Perché l'operatore, visto in forma matriciale, sia unitario:
  1. Deve avere le colonne con norma 1 (perché la norma sia sempre conservata)
  2. Ogni coppia di colonne deve essere ortogonale, ovvero due configurazioni pure non possono sovrapporsi dopo aver applicato l'operatore

# Macchina di Turing




- Modello matematico per descrivere funzioni calcolabili da un algoritmo
- **Funzioni calcolabili**: Funzioni parziali $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ che sono calcolabili da una macchina di Turing.

## Configurazioni




- Una configurazione di una macchina di Turing è:

$$\langle \alpha, q, \beta, i \rangle \in \Sigma^* \times \mathcal{Q} \times \Sigma^* \times \mathbb{Z}$$

- **Q-configurazioni**: Elementi di $\ell_1^2(\Sigma^* \times \mathcal{Q} \times \Sigma^* \times \mathbb{Z})$.

# Configurazioni

## Contatore

- Come mantenere inalterato il risultato dopo il raggiungimento di uno stato finale?
- Soluzione: aggiungere un contatore, la configurazione diventa:

$$\langle \alpha, q, \beta, i, n \rangle \in \Sigma^* \times \mathcal{Q} \times \Sigma^* \times \mathbb{Z} \times \mathbb{N}$$

  Chiamiamo questo insieme $\mathfrak{C}_M$.
- Le q-configurazioni diventano elementi di: $\ell_1^2(\mathfrak{C}_M)$.

## Pre-macchina di Turing quantistica

- Funzione $\delta$:

$$\delta : (\mathcal{Q} \backslash \mathcal{Q}_t) \times \Sigma \to \ell_1^2((\mathcal{Q} \backslash \mathcal{Q}_s) \times \Sigma \times \mathbb{D})$$

# Operatore di transizione

- Esiste un teorema che garantisce l'unitarietà se $\delta$ rispetta certe condizioni

# Funzioni calcolabili quantistiche

## Dominio e codominio

- Una *Partial Probability Distribution (PPD)* è una funzione $\mathcal{P} : \mathbb{N} \to \mathbb{R}_{[0,1]}$ tale che $\sum_{n\in\mathbb{N}} \mathcal{P}(n) \leq 1$
- Una *Probability Distribution (PD)* è una *PPD* tale che $\sum_{n\in\mathbb{N}} \mathcal{P}(n) = 1$
- Prendiamo in considerazione funzioni di forma $f : \ell_1^2(\mathbb{N}) \to PPD$

# Funzioni calcolabili quantistiche

## Definizione

- **Funzioni calcolabili quantistiche**: Funzioni $f : \ell_1^2(\mathbb{N}) \rightarrow PPD$ che sono calcolabili da una Macchina di Turing quantistica.

# Categorie di terminazione

Una data computazione può:

1. Produrre una *PD* in un numero di passi finito.
2. Non produrre una *PD* in un numero di passi finito, ma avere una *PD* come *PPD* limite.
3. Non avere una *PD* come *PPD* limite.

# Misurazioni

- 

# Conclusione