

Министерство образования Республики Беларусь

**Учреждение образования
«Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники»**

ФАКУЛЬТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И УПРАВЛЕНИЯ

Кафедра интеллектуальных информационных технологий

**Отчет
Лабораторная работа №4**

По дисциплине: Численные методы

Выполнил: Рассохов Е.П., гр. 421703

Проверил: Князева Л.П.

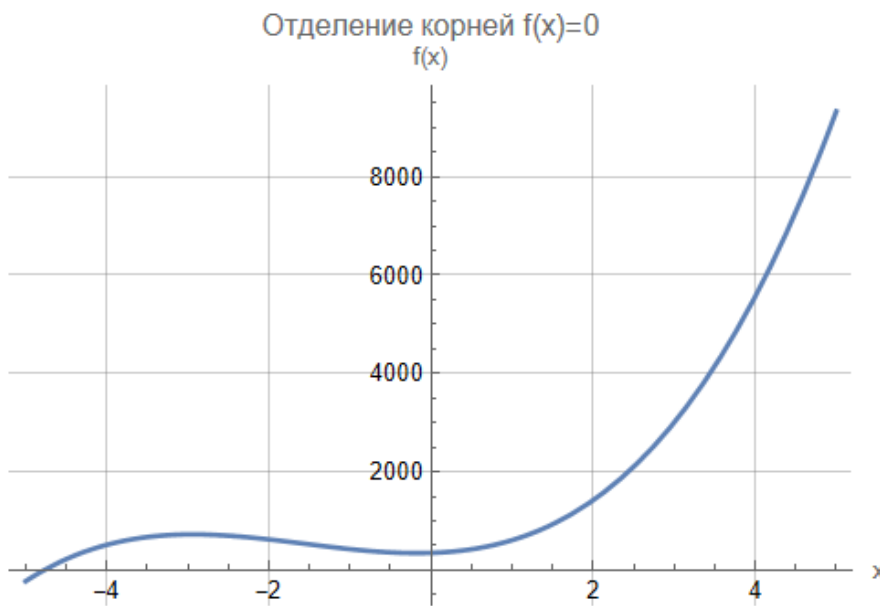
Минск, 2025

Численное решение нелинейных уравнений

Вариант: 13

Задание 1. Отделите графически корни алгебраического уравнения $f(x) = 0$ с помощью функции Plot. Найдите один из них (нецелый) с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$. Укажите потребовавшееся число итераций. Проиллюстрируйте графически нахождение первых двух приближений (постройте график функции и хорды).

1.13. $f(x) = 36x^3 - 168x^2 + 55x + 350$.



По графику видно, что корень примерно равен -4.8. Найдем точное значение первого корня на промежутке $[-5, -3]$ методом хорд:

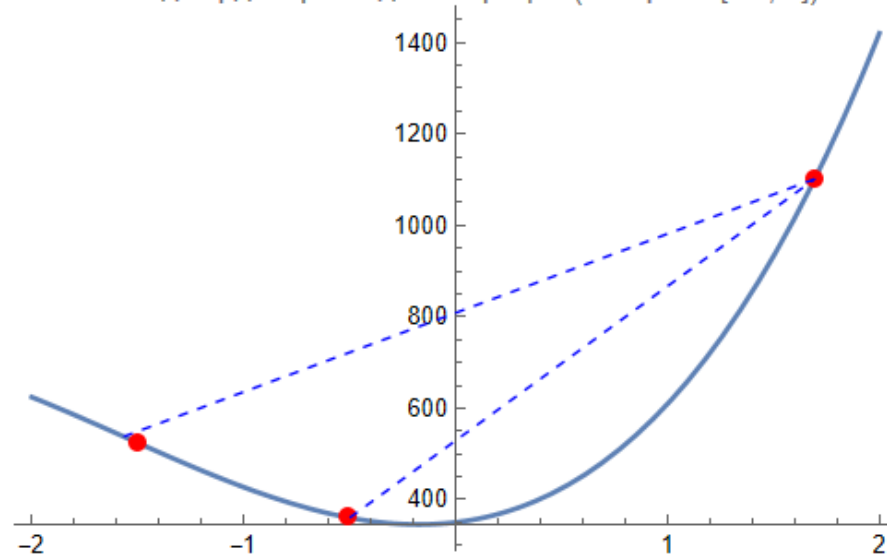
```
Clear[a, b, x0, x1, iter, eps]
[очистить]
a = -5; b = -3;
x0 = a; x1 = b;
eps = 10^-3;
iter = 0;
points = {{x0, f[x0]}, {x1, f[x1]}};

While[Abs[x1 - x0] > eps,
[цикл... [абсолютное значение]
  iter++;
  xnew = x1 - f[x1] (x1 - x0) / (f[x1] - f[x0]);
  x0 = x1; x1 = xnew;
  AppendTo[points, {x1, f[x1]}]]
[добавить в конец к]
Print["Корень: ", N[x1, 10]]
[печатать] [численное приближение]
Print["Число итераций: ", iter]
[печатать]
```

Корень: -4.7733

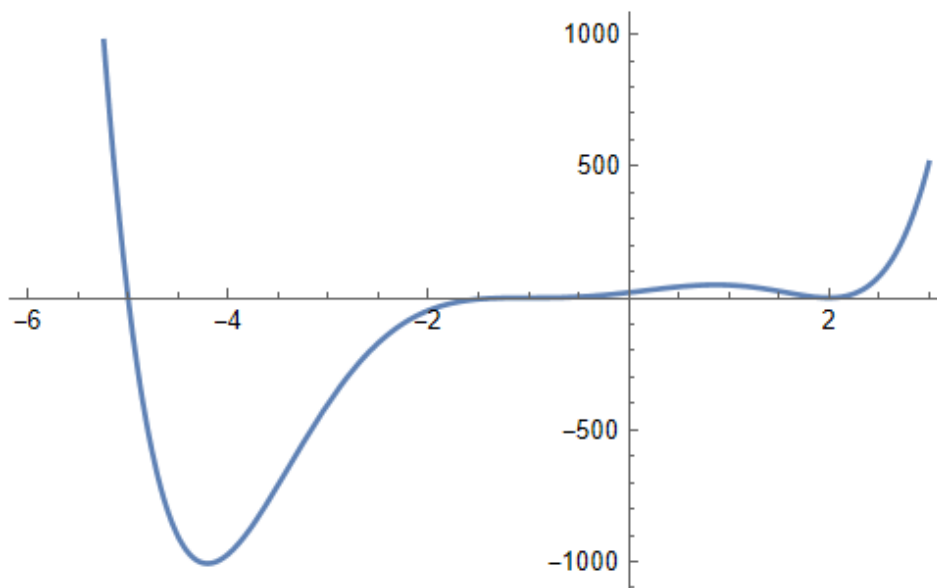
Число итераций: 8

Метод хорд: первые две итерации (интервал [4.5, 5])



Задание 2. Отделите графически и найдите с помощью функций Solve, NSolve, Roots, FindRoot корни алгебраического уравнения $f(x) = 0$. Разложите многочлен $f(x)$ на множители, используя функцию Factor.

2.13. $f(x) = x^6 + 4x^5 - 10x^4 - 24x^3 + 13x^2 + 44x + 20$.



Графически: $x = -1$; $x = 2$; $x = -5$

Solve: $\{\{x \rightarrow -5\}, \{x \rightarrow -1\}, \{x \rightarrow -1\}, \{x \rightarrow -1\}, \{x \rightarrow 2\}, \{x \rightarrow 2\}\}$

NSolve: $\{\{x \rightarrow -5.\}, \{x \rightarrow -1.\}, \{x \rightarrow -1.\}, \{x \rightarrow -1.\}, \{x \rightarrow 2.\}, \{x \rightarrow 2.\}\}$

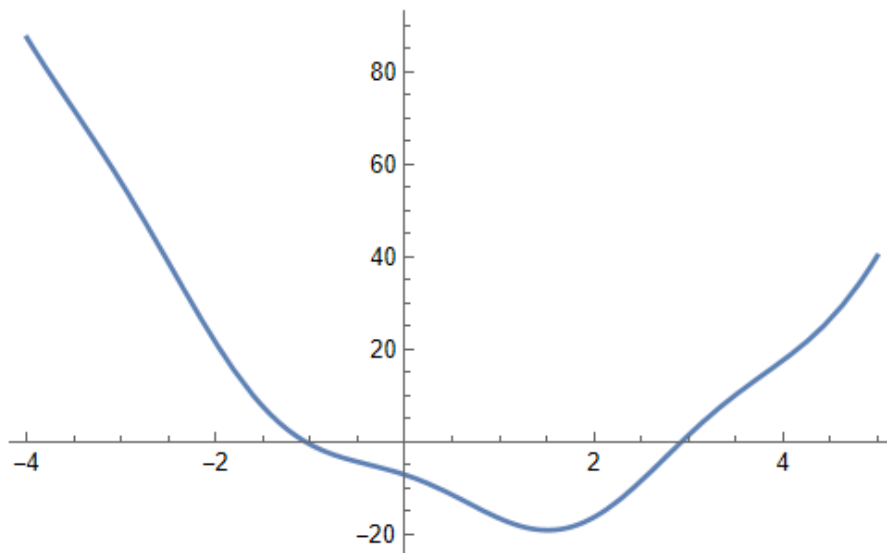
Roots: $x = -5 \mid x = -1 \mid x = -1 \mid x = -1 \mid x = 2 \mid x = 2$

FindRoot: $\{x \rightarrow -5.\}$

$$(-2 + x)^2 (1 + x)^3 (5 + x)$$

Задание 3. Отделите графически корни трансцендентного уравнения с помощью функции Plot. Найдите один из них с точностью $\epsilon = 10^{-3}$: а) методом Ньютона; б) методом секущих. Укажите потребовавшееся число итераций.

$$3.13. \quad 8\cos^2(x+3) = 15 + 9x - 4x^2.$$



По графику видно, что корни примерно равны **2.9, -1.06**. Найдем точное значение первого корня на промежутке $[1, 3]$ методом Ньютона:

```
Clear[x, eps, iter, newton];
```

|очистить

```
newton = {};
```

```
x = 1.6; eps = 10^-3; iter = 0;
```

```
While[Abs[g[x]] > eps,
```

|цикл... |абсолютное значение

```
    iter++;
```

```
    AppendTo[newton, x];
```

|добавить в конец к

```
    x = x - g[x] / g'[x];
```

```
]
```

Теперь найдем этот же корень методом секущих:

```
Clear[x0, x1, iter, xnew];  
[очистить  
x0 = 1.0; x1 = 2.0; iter = 0;  
While[Abs[x1 - x0] > eps,  
[цикл... [абсолютное значение  
    iter++;  
    xnew = x1 - g[x1] (x1 - x0) / (g[x1] - g[x0]);  
    x0 = x1; x1 = xnew  
];
```

Ньютон: корень – 2.92934 итераций: 5

секущих: корень – 2.92936 итераций: 7

Задание 4. Приведите уравнение 3.10 к виду, пригодному для итераций. Найдите его корни методом простых итераций с точностью $\epsilon = 10^{-3}$. Укажите потребовавшееся число итераций.

Приводим функцию $f(x)$ к пригодному для итераций виду $\varphi(x)$

$$\varphi(x) = \frac{9 + \sqrt{81 - 16(8\cos(x + 3))^2 - 15}}{8}$$

Найдем корень методом итераций:

```
x = 1.5; eps = 10^-3; iter = 0;  
While[Abs[x - f[x]] > eps,  
[цикл... [абсолютное значение  
    iter++;  
    x = f[x];  
]  
Print["Итерации: корень ~ ", N[x, 8], " итерации: ", iter]  
[печатать [численное приближение
```

Итерации: корень – 2.92978 итерации: 7

Аналогичным образом определяются остальные корни.

Задание 5. Решите уравнение 3.10 с помощью функций Solve, NSolve, FindRoot.

Поскольку предварительные приближения корней уже были определены, FindRoot легко находит точные решения. А вот Solve и NSolve не справляются с трансцендентными уравнениями и при использовании выдают типовые ошибки.

... NSolve: This system cannot be solved with the methods available to NSolve.

NSolve[$-15 - 9x + 4x^2 + 8 \cos[3 + x]^2 = 0, x]$

... NSolve: This system cannot be solved with the methods available to NSolve.

NSolve[$-15 - 9x + 4x^2 + 8 \cos[3 + x]^2 = 0, x]$

{x → -1.05366}

{x → -1.05366}

{x → -1.05366}

{x → 2.92936}

Задание 6. Дана система двух нелинейных уравнений $f(x, y) = 0$ и $g(x, y) = 0$. Используя средства пакета Mathematica, изобразите на одном чертеже кривые $f(x, y) = 0$ и $g(x, y) = 0$, и решите данную систему.

$$6.13. \begin{cases} \sqrt[3]{(x-1)^2} + \sqrt[3]{(y-3)^2} = 5, \\ \sqrt{x^2 + y^2} = 2 \cosh(x - y - 1). \end{cases}$$

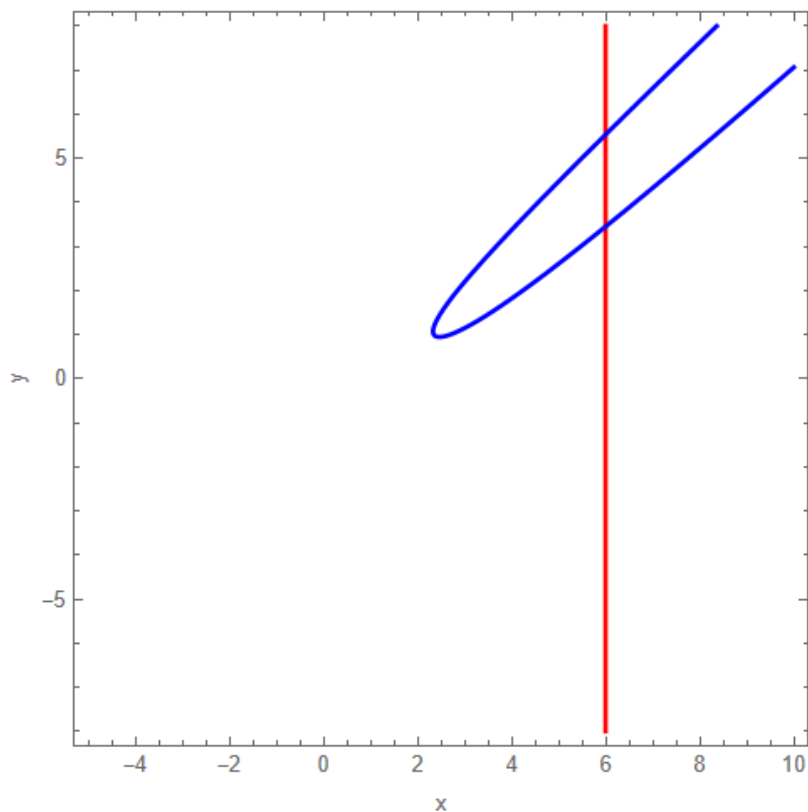
Создаем графики и по ним определяем примерное расположение точек пересечения. При помощи функции FindRoot определяем точные координаты.

```
sol1 = FindRoot[{f[x, y] == 0, g[x, y] == 0}, {{x, 6.3}, {y, 0}}]
```

найти корень

```
sol2 = FindRoot[{f[x, y] == 0, g[x, y] == 0}, {{x, 3.7}, {y, 2.6}}]
```

найти корень



```
{x → 5.99519, y → 3.44976}
```

```
{x → 5.99519, y → 5.5364}
```

Выводы:

В работе применялись разные численные методы для решения нелинейных уравнений и систем. Для полиномов хорошо показали себя Solve и NSolve, а вот для трансцендентных уравнений пригодился только FindRoot. Среди итерационных методов самыми быстрыми оказались методы секущих (5 шага) и метод Ньютона (5 шагов), и самым долгим - метод простых итераций (7 шагов). Важную роль сыграл графический анализ, который помог отделить корни и выбрать удачные начальные приближения. В итоге выбор метода зависит от типа задачи: алгебраические уравнения решаются аналитически, а трансцендентные - численно.